

CIRA 1972

COSPAR International Reference Atmosphere 1972
Compiled by The Committee for the COSPAR International Reference
Atmosphere (CIRA) of COSPAR Working Group 4

(In englischer Sprache)

1972. XX, 450 Seiten — 119 Abbildungen — 39 Tabellen — gr. 8°
Leinen 58,— M
Bestell-Nr. 761 869 2 (6127)

CIRA 1972 wurde von einem Internationalen Autorenkollektiv im Auftrag von COSPAR erarbeitet und enthält in englischer Sprache mehrere Beiträge, in denen die auf verschiedene Weise (Satelliten, Sonden, Raketenmessungen) gewonnenen neuesten Meßdaten aus der Hochatmosphäre zusammengetragen und interpretiert werden. Das Werk enthält zahlreiche Diagramme und mittels EDV errechnete Tabellen sowie Erläuterungen dazu und liefert allen Wissenschaftlern, die sich mit der Atmosphärenforschung im weitesten Sinne befassen, Grundlagenwerte für die Standardatmosphäre.

CIRA 1972 stellt somit das einzige derzeit gültige Atmosphärenmodell für die Erde dar und bildet ein wichtiges und unentbehrliches Hilfsmittel für die Forschungsarbeiten in entsprechenden wissenschaftlichen Einrichtungen der ganzen Welt.

Bestellungen durch eine Buchhandlung erbeten



AKADEMIE-VERLAG
DDR-108 Berlin, Leipziger Str. 3-4

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

Akademie der Wissenschaften der DDR
Institut für Meereskunde
— Bibliothek —
253 Warnemünde
Deutscher Demokratische Republik

15. Mai 1974

BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN VON

ERICH BRUNS

UNTER MITWIRKUNG VON

OTTO KOLP, GÜNTHER SAGER, KLAUS VOIGT

HEFT 33



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1974

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN VON

ERICH BRUNS

UNTER MITWIRKUNG VON

OTTO KOLP, GÜNTHER SAGER, KLAUS VOIGT

HEFT 33

mit 48 Abbildungen und 43 Tabellen



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1974

1974 474

INHALT

LUDWIG GOHS, Untersuchungen der Lichtextinktion an suspendierten Teilchen	5
GÜNTHER SAGER, Tabellen zum Refraktionsgesetz in der Atmosphäre und im Meer	45
GÜNTHER SAGER, Zur Refraktion von Licht im Meerwasser	63
WOLFGANG MATTHÄUS, Empirische Gleichungen für den Brechungsindex des Meerwassers	73
HERBERT FRANCK und GÜNTHER SAGER, Zur Beeinflussung von Temperaturregistrierungen durch schwingende Wassermassen	79
GÜNTHER SAGER, Die charakteristischen Elemente stehender, ebener Schwerewellen	101
EBERHARD HAGEN, Ein einfaches Schema der Entwicklung von Kaltwasserauftriebszellen vor der nordwestafrikanischen Küste	115
EBERHARD HAGEN, Einige Ergebnisse der 1971 im Kaltwasserauftriebsgebiet vor Cap Blanc durchgeführten Strömungsmessungen	127
DIETWART NEHRING, Untersuchungen zum Problem der Denitrifikation und Stickstoffentbindung im Tiefenwasser der Ostsee	135
WOLFGANG MATTHÄUS, Zur Hydrographie der Gotlandsee IV. Zum mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs	141
WOLFGANG MATTHÄUS, GÜNTHER SAGER und RUDOLF SAMMLER, Vergleichende Betrachtungen von Methoden zur Ermittlung von Jahresgängen ozeanographischer Parameter	153

Erschienen im Akademie-Verlag, DDR-108 Berlin, Leipziger Str. 3-4

Copyright 1974 by Akademie-Verlag, Berlin

Lizenznummer: 202 · 100/476/74

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 582 Bad Langensalza

Bestellnummer: 761 907 0 (2105/33), LSV 1465

Printed in GDR

EVP 42,—

Untersuchungen der Lichtextinktion an suspendierten Teilchen

Von LUDWIG GOHS

Zusammenfassung: Erst wird die spektrale Abhängigkeit der Lichtextinktion an suspendierten Teilchen im Wasser untersucht. Danach schließt sich eine Erläuterung der Extinktionsspektralkoeffizienten, der Extinktionsspektralkonstanten und der Beziehungen zwischen der spektralen Lichtextinktion und der Konzentration der Schwebeteilchen im Meerwasser an.

An einigen Beispielen aus der Ostsee erfolgt der Nachweis der Brauchbarkeit der erarbeiteten Methode.

0. Einleitung und Problemstellung

Als ein Teil der Optik erforscht die Hydrooptik die Wechselwirkung des Lichtes mit dem Wasser. Die in der Hydrooptik entwickelten Methoden dienen zur theoretischen und experimentellen Untersuchung über das Verhalten des Lichtes im reinen Wasser sowie an Grenzflächen und im Inneren der Gewässer.

Aus der allgemeinen Optik bilden die Regeln und Gesetze in Verbindung mit den Erkenntnissen der Hydrographie die Arbeitsgrundlage der Hydrooptik.

Es erfolgt eine Gliederung der Hydrooptik in die Gebiete der Untersuchungen des reinen Wassers, der optischen Limnologie (Binnengewässerkunde) und der optischen Ozeanographie. Die an reinem Wasser gewonnenen theoretischen und experimentellen Erkenntnisse dienen als Grundlage für die Untersuchungen in den Gewässern.

Die optische Limnologie erforscht die Reflexion an den Grenzflächen, die Verteilung des Lichtes und seine spektrale Veränderung beim Eindringen in Seen, Flüsse und Teiche sowie die inneren optischen Eigenschaften der Binnengewässer. Ihren besonderen Charakter erhält die optische Limnologie dadurch, daß die Abgrenzungen zu den Nachbarzweigen innerhalb der Hydrooptik in erster Linie durch die geographische Lage des Untersuchungsraumes, durch die lokalen Einflüsse der umgebenden Landmassen und infolge der meist geringen Ausdehnung und Tiefe erfolgen. Des weiteren erfordert der teilweise hohe Gehalt an gelösten organischen Stoffen ein spezifisches Herangehen zur Lösung dieser optischen Probleme.

Modelle für die Anwendung in der optischen Ozeanographie können im Bereich der optischen Limnologie in der engräumigen, statischen, wenig beeinfluß-

ten Umwelt getestet sowie die Erkenntnisse aus den Untersuchungen des reinen Wassers unter diesen natürlichen Bedingungen überprüft werden.

Die optische Ozeanographie untersucht die optischen Eigenschaften an den Grenzflächen und im Inneren des Meeres. An den Grenzflächen des Meeres wird die Verteilung des Lichtes in Abhängigkeit von der Reflexion und Brechung untersucht. Im Inneren des Meeres werden die inneren optischen Eigenschaften, die von Lichteinstrahlung unabhängig sind, und das Lichtfeld, das lichteinstrahlungsabhängig ist, erforscht.

Die Erkenntnisse aus der optischen Ozeanographie dienen der Ozeanographie zum Studium der Turbulenz, der Vermischung, der Charakterisierung der Wassermassen und der marinen Biologie.

Das Licht im Meer läßt sich nach der von PREISENDORFER (1960) entwickelten Theorie durch vier meßbare Grundgrößen erfassen, ohne daß dabei über die spektrale Verteilung des Lichtes Aussagen gemacht werden. Die Theorie gestattet, viele praktische Aufgaben der Lichtforschung im Meer zu lösen.

Eine empirische Methode zur Bestimmung des Lichtes im Meer hat JERLOV (1953) entwickelt und im Laufe der Zeit weiter präzisiert. BECACOS-KONTOS und SVENSSON (1969) haben diese Methode in der Praxis angewendet und durch Einführung neuer Wassertypen erweitert.

Für die Anwendung der Methode von JERLOV sind die Kenntnisse der Intensität des auf die Oberfläche fallenden Lichtes notwendig, um daraus die absolute Lichtintensität im Meer, die diffuse Schwächung der gerichteten Bestrahlung und die optischen Wassertypen für das betreffende Meeresgebiet bestimmen zu können.

Die optischen Wassertypen hat JERLOV (1953, 1968) durch Tabellen und Graphiken charakterisiert. Es existieren drei Haupttypen im freien Ozean und neun Haupttypen in den Küstengewässern.

Für jeden optischen Wassertyp existiert eine charakteristische spektrale Verteilungskurve der Lichtenergie in Abhängigkeit von der Wassertiefe.

Für die Bestimmung des Lichtes im Meer genügen Messungen in ein bis drei ausgewählten Spektralbereichen, um den aktuellen Wassertyp zu erkennen. Die Klassifikation der Wassertypen ist nur bei natürlicher Beleuchtung ausführbar. Aus dem engen Zusammenhang zwischen Lichtfeld und inneren Eigenschaften, die gegenüber der Strahlungsverteilung und ihren Änderungen invariant sind, lassen sich die Gesamtstreuung, die gerichtete Streuung, die Absorption und die Extinktion des Lichtes im Wasser bestimmen. Aus der Kenntnis dieser Größen läßt sich umgekehrt die mögliche Lichtverteilung vorausbestimmen. Durch direkte Messungen sind die Streuung und die Extinktion des Lichtes erfaßbar.

Aus den Messungen der Extinktion, die durch eine bekannte Lichtquelle und eine definierte Weglänge bestimmt wird, sind Schlüsse auf vorhandene suspendierte anorganische und organische Bestandteile möglich.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit ist es, den Zusammenhang zwischen der spektralen Extinktion im Meerwasser einerseits und der Größe der anorganischen Teilchen sowie ihrer Konzentration andererseits zu untersuchen.

Daraus soll eine Methode entwickelt werden, die eine schnelle und genaue quantitative Bestimmung der anorganischen suspendierten Materie im Meer gestattet.

Außerdem muß die zu entwickelnde Methode leicht zu handhaben und mit geringem Rechenaufwand durch geschultes Personal anwendbar sein.

1. Beziehungen zwischen der Extinktion und den suspendierten Teilchen

1.1. Spektralbeziehungen des Lichtes

LISITZIN (1938) veröffentlicht Ergebnisse der Sichttiefenmessung, die mit einer weißen Sichtscheibe, unter Benutzung eines Beobachtungsrohres, das in das Wasser eintauchte, bestimmt wurden. Es wurde unter natürlichen Bedingungen beobachtet. Dabei wurden in ein Beobachtungsrohr farbige Gläser eingeschoben, die so gewählt wurden, daß die Beobachtung bei 400 nm, 450 nm, 530 nm und 660 nm ausführbar war. Um die Beziehungen zwischen den spektralen Sichttiefen und der Sichttiefe, die mit weißem Licht bestimmt wurde, herzustellen, wurden mit der Methode der kleinsten Quadrate Gleichungen zweiten Grades ohne Absolutglied abgeleitet und die mittleren Fehler innerhalb der Meßreihe ausgerechnet.

Diese Gleichungen konnten nur für eine vorsommerliche Situation im Bottischen Meerbusen ermittelt werden. Eine Anwendung auf andere Jahreszeiten erfordert erneute Ableitung der Gleichungen aus neuem Beobachtungsmaterial. Die Ergebnisse von LISITZIN (1938) deuten auf die Variabilität der Verhältnisse der spektralen Sichttiefen zu verschiedenen Jahreszeiten und unterschiedlichen örtlichen Bedingungen hin.

Die spektralen Eigenschaften von Dunst und Nebel werden von FOITZIK (1938) mit Hilfe des relativen Extinktionskoeffizienten beschrieben. Der mittlere Extinktionskoeffizient k'_m wird zunächst aus dem Extinktionskoeffizienten der roten k'_{rot} , der grünen $k'_{grün}$ und der blauen k'_{blau} Extinktion des Lichtes ermittelt:

$$k'_m = \frac{k'_{rot} + k'_{grün} + k'_{blau}}{3} \quad (1)$$

Mit Hilfe des mittleren Extinktionskoeffizienten ist der relative Extinktionskoeffizient für verschiedene Farben zu errechnen:

$$h_{rot} = k'_{rot} / k'_m; \quad h_{grün} = k'_{grün} / k'_m; \quad h_{blau} = k'_{blau} / k'_m \quad (2)$$

Die relativen Extinktionskoeffizienten sind von der Konzentration des Dunstes oder Nebels unabhängig und hängen nur von der Größe und dem Brechungsindex der Teilchen ab. Aus diesen Werten werden drei Radienbereiche der Teilchen abgeleitet bis 0,5 μ , bis 1,5 μ und über 1,5 μ . Im ersten Bereich ist h_{blau} am größten und h_{rot} am kleinsten, die Differenz zwischen h_{blau} und h_{rot} geht beim Teilchenradius 0,5 μ gegen Null. Im zweiten Bereich haben die relativen Extinktionskoeffizienten Maxima und Minima. Im dritten Bereich, dem Bereich großer

Tropfen, ist h_{rot} am größten und h_{blau} am kleinsten und beim Radius 5μ gehen die Differenzen der relativen Extinktionskoeffizienten gegen Null. Daß die Differenz der relativen Extinktionskoeffizienten im dritten Meßbereich aus experimentellen Werten nicht gegen Null geht, wird durch Vorhandensein kleinerer Dunstteilchen erklärt.

JOSEPH (1946) kennzeichnet die spektrale Abhängigkeit der Extinktionschwankungen durch „Spektralzahlen“. Es werden zwei Spektralzahlen aus den Extinktionsmessungen in der Ostsee definiert.

Die Spektralzahlen sind:

$$\beta = \frac{\Delta EK \text{ (BG 12)}}{\Delta EK \text{ (VG 9)}} \quad \text{und} \quad \varrho = \frac{\Delta EK \text{ (RG 1)}}{\Delta EK \text{ (VG 9)}} \quad (3)$$

ΔEK ist die Differenz der Extinktion zwischen dem größten und dem kleinsten Extinktionsmeßwert des gleichen Spektralbereiches. Die großen Buchstaben und Zahlen entsprechen den Bezeichnungen der Schottischen Glasfilter BG 12 im blauen, VG 9 im grünen und RG 1 im roten Bereich. Meßpunkte, die auf einer Geraden liegen, unterscheiden sich nur durch die Konzentration der Teilchen und sind gleich im physikalischen Aufbau von Teilchengröße und Brechungsindex.

Aus den Spektralzahlen kann, wenn es nachgewiesen wurde, daß die Teilchen farblos und nur streuend sind, durch theoretische Betrachtungen der Exponent (λ^{-n}) der Wellenlängen im RAYLEIGH-Gesetz bestimmt werden, um dann mit Hilfe des Exponenten die Größe der Teilchen zu ermitteln.

Die Spektralzahl wird als eine qualitative Größe zur Kennzeichnung der unterschiedlichen Wasserarten benutzt.

BURT (1955) leitet aus der MIE-Theorie im sichtbaren Bereich die Beziehungen K_{400}/K_{600} und K_{800}/K_{600} ab und vergleicht mit den experimentell gewonnenen $E_{400}/E_{600} = S_1$ und $E_{800}/E_{600} = S_2$ Extinktionsbeziehungen. K ist der effektive Streukoeffizient, der durch einen Wellenlängenindex in nm näher bezeichnet wird. S_1 nimmt mit der Abnahme der Teilchenradien zu, während S_2 mit der Zunahme der Teilchenradien zunimmt, die so groß wie die Wellenlänge des Lichtes sind.

Die spektralen Beziehungen wurden zur Charakterisierung der Anteile der Teilchengrößen im Meerwasser für unterschiedliche Jahreszeiten benutzt und ihre enge Verknüpfung mit dem Teilchenradius deutlich aufgezeigt.

MAKSIMOW/SCHLAFMAN (1970) haben ebenfalls Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Korngröße und Konzentration mit dem Verhältnis der spektralen Extinktion (zwei Wellenlängen 436 u. 726 nm) durchgeführt. Nach ihrer Methode für die angegebenen Wellenlängen sind zunächst die Konzentrationen der Suspension bestimmbar, in denen Teilchen bis 3μ Durchmesser enthalten sind.

Die von DOBBINS und JIZMAGIAN eingeführten Spektralverhältnisse der Extinktion dienen in erster Linie zum Vergleich mit den Streuwerten, die für verschiedene Teilchenradien aus der MIE-Theorie berechnet wurden.

Die Relation zwischen den blau/grünen und den rot/grünen Extinktionen werden aus experimentellen Extinktionsmessungen mit dem PULFRICH-Photometer auf offener See im Schiffslabor gewonnen und dabei die Koeffizienten mit der Ausgleichgeraden bestimmt (GOHS, 1967 a, b).

Es konnte gezeigt werden, daß die Extinktionsspektralkoeffizienten, die noch erläutert werden, an verschiedenen Meßpunkten in der Ost- und Nordsee unterschiedliche Größen aufweisen. Ihre zeitliche Variabilität ist gleichfalls aus den diskutierten Werten abzulesen.

Es zeigen die hier aufgezeigten Beispiele, daß Versuche unternommen werden, den Zusammenhang zwischen Teilchengröße und den spektralen Beziehungen der Extinktion herzustellen. Wenn diese Teilchen kleiner als die Lichtwellenlänge sind, so sind diese Versuche in Verbindung mit der Lichtstreuungstheorie recht erfolgreich gelöst. Eine Ausdehnung auf größere Teilchen ist nur soweit möglich, wenn es gelingt, geeignete Teilchengrößen für die experimentellen Untersuchungen zu isolieren.

1.2. Geräte zur Bestimmung der Extinktion

In der ozeanographischen Praxis sind zwei unterschiedliche Gerätetypen zu unterscheiden. Der eine Gerätetyp wird vorwiegend im Labor auf dem Lande oder auf dem Schiff eingesetzt. Für diesen Gerätetyp ist erforderlich, daß die zu untersuchende Meßprobe aus der gewünschten Meßtiefe im Meer geschöpft wird, um an diesem Wasser entsprechende Untersuchungen vorzunehmen. Diese Methode hat den Nachteil, daß die Meerwasserprobe aus ihrer natürlichen Umgebung entfernt wird, dabei können Veränderungen in der Meßprobe auftreten. So bestehen große Unterschiede im Druck, dem die Wasserprobe in der Tiefe und im Labor unterliegt. Ein merklicher Druckeinfluß auf die direkte Extinktion des Lichtes ist bisher noch nicht beobachtet worden. Wenn das Wasser aus dem Wasserschöpfer in eine Vorratsflasche abgefüllt wird, dann kann ein Gasaustausch zwischen Luft und Wasserprobe stattfinden. Dies läßt sich einschränken durch sorgfältiges Arbeiten beim Umfüllen von einem Gefäß in ein anderes. Ein Luftzutritt zur Wasserprobe wird vermieden, wenn die Schöpfvorrichtung, wie sie am Schöpfer benutzt wurde, fest verschlossen wird und mit optischen Fenstern versehen ist. Dann kann die optische Untersuchung unter Laborbedingungen vorgenommen werden, ohne mit der Luft in Berührung zu treten. IVANOFF (1961) berichtet über einen Wasserschöpfer, der mit Glasgefäßen versehen werden kann. Ohne umzufüllen, sind diese Gefäße für Lichtstreuungsmessungen verwendbar. Bisher ist es die einzige Möglichkeit, optische Messungen in sehr großen Tiefen des Ozeans vornehmen zu können. Des weiteren sind Labormeßgeräte käuflich erwerbbar und nach geringen Umbauten für die optische Ozeanographie anwendbar. Ihre geringe Größe und der niedrige Energieverbrauch gestattet es, sie auf kleinen Schiffen einzusetzen. Die im Labor auf dem Lande unter bekannten physikalischen Bedingungen gewonnenen Erkenntnisse lassen sich ohne Schwierigkeit auf die Beobachtungen im Schiffslabor an-

wenden. Der Aufbau und die Überprüfung von Modellvorstellungen läßt sich mit Laborgeräten mit geringem Aufwand ausführen. Die ohnehin geschöpften Wasserproben für ozeanographische Untersuchungen bei ausreichendem Volumen der Wasserschöpfer stehen den optischen Untersuchungen zur Verfügung.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den in situ-Geräten für optische Messungen und den Laborgeräten besteht darin, daß die ersten die Werte teilweise unter dynamischen Bedingungen gewinnen, während die zweiten unter statischen Bedingungen die Messungen ausführen, obwohl Vorrichtungen den Mangel teilweise aufheben könnten, durch Rührwerke oder andere geeignete Maßnahmen. Untersuchungen über die Unterschiede zwischen den Werten, die unter dynamischen und denen, die unter statischen Bedingungen gewonnen wurden, liegen nicht vor und sind durch geeigneten Versuchsaufbau während der weiteren Arbeit durchzuführen.

Ein Gerät, das vielfach in der Ozeanographie benutzt wurde, ist das visuelle PULFRICH-Photometer. Die Anwendung des PULFRICH-Photometers in der Ozeanographie wird zum ersten Male von KALLE (1931) vorgeschlagen. Insbesondere wird das PULFRICH-Photometer für die kolorimetrische Bestimmung von chemischen Faktoren im Meerwasser empfohlen. Die methodischen Verfahren zur Bestimmung von Phosphor, Phosphat, Plankton, Gelbstoff und Nitrit behandelt KALLE (1931, 1933, 1934, 1935a, 1935b) in einer Reihe von Arbeiten. Dort werden genaue Arbeitsvorschriften angegeben, so daß eine Wiederholung dieser Methoden möglich ist.

Da das PULFRICH-Photometer nicht mehr gebaut wird, bietet der VEB Carl Zeiss Jena ein lichtelektrisches Spektralphotometer, das Spekol, an. Das Spekol ist durch seinen Aufbau vielseitig verwendbar, es lassen sich die verschiedensten Vorrichtungen für unterschiedliche Meßzwecke anbringen. Es arbeitet im sichtbaren Spektralbereich nach der Einstrahl-Ausschlagmethode. Im Grundgerät ist als Einschub im Gehäuse ein Gittermonochromator untergebracht. Durch Einbau von festen Blenden gestattet das Spekol, kontinuierlich das Spektrum mit 11 nm Halbwertsbreite abzutasten. Die Halbwertsbreite beim PULFRICH-Filter liegt bei 17 nm bis 40 nm und beim Interferenzfilter um 10 nm. Die Wellenlängentrommel gestattet, die Wellenlänge auf 0,3 nm genau abzulesen. Als Lichtquelle dient eine 30 W Lichtwurflampe, die von einem magnetischen Spannungsgleichhalter mit einem Eingang von $220\text{ V} \pm 15\%$ und einem Ausgang $6\text{ V} \pm 0,5$ gespeist wird. Um die Eingangsspannungsschwankungen gering zu halten, wird im Labor auf dem Lande und auf dem Schiff ein zweiter elektronischer Konstanthalter vom Typ „Statron“ der PGH Statron Fürstenwalde, DDR, vorgeschaltet. Für spezielle Untersuchungen läßt sich auch eine andere Lichtquelle, HQE 40 L, verwenden. Zum Grundgerät gehört als Empfänger ein Photoelement, dessen Spannung von einem Transistorverstärker auf einem $100\text{ }\mu\text{A}$ -Anzeigeinstrument der Güteklasse 0,5 geleitet wird, und auf der Skala lassen sich die Reintransmissionsgrade oder die Extinktion ablesen. In einer Halterung, die an das Grundgerät angebracht werden kann, befindet sich eine

Vorrichtung für den Einsatz zweier 1 cm dicker Küvetten, die wahlweise in den Strahlengang gebracht werden können. In eine Küvette wird die Vergleichssubstanz und in die andere die zu messende Probe gefüllt. Für die Bestimmung der Extinktion des Meerwassers sind die Küvetten mit 1 cm Schichtdicke nicht geeignet, weil die Extinktion des Meerwassers gegenüber dem destillierten Wasser sehr gering ist.

Des weiteren ist das Spekol-Grundgerät mit einem Zusatzverstärker „ZV“ versehen und somit sehr erweiterungsfähig. Ein Zusatz für Trübungsmessungen mit Reagenzgläsern (TR) oder ein Zusatz für Trübungsmessungen mit Küvetten (TK) erlaubt, verbunden mit dem Zusatzverstärker und den Photozellen, die über den ganzen Meßbereich linear zwischen Lichtintensität und Photostromabgabe sind, im Gegensatz zu Photoelementen, die Lichtstreuung unter 45° zu messen. Außerdem ist ein käuflich erwerbbarer Zusatz mit Küvetten oder Reagenzgläsern zum Messen der Lichtstreuung bei 90° verwendbar. Als Meßempfänger dient gleichfalls eine Photozelle für den Blaubereich und eine für den Rotbereich des sichtbaren Spektrums.

Um auch an klaren Flüssigkeiten die Extinktion messen zu können, hat der VEB Carl Zeiss Jena weitere Zusätze mit größeren Schichtdicken entwickelt. Diese Zusätze sind geeignet für 5 cm, 10 cm und 20 cm Schichtdicken. Wenn die 10 und 20 cm Schichtdicken benutzt werden sollen, so ist ein Auswechseln der Austrittsblende notwendig, so daß das Grundgerät nicht ohne Umbau für andere Zusätze einsetzbar ist.

Eine 50 cm große Schichtdicke ist für die Schelfmeerregion zur Bestimmung der Extinktion völlig ausreichend. Da Zusätze mit 50 cm großen Schichtdicken industriell nicht gefertigt werden, wurden auf Vorschlag des Verfassers im Institut für Optik und Spektroskopie die Unterlagen des EK 50 erarbeitet und von der Firma Görisch, Potsdam, gebaut. (Herrn Prof. Dr. FORTZIK habe ich für die positive Beurteilung des Vorschlages für den Bau des EK 50 und gleichfalls Herrn Ingenieur GRAF für die Erarbeitung der technischen Unterlagen zu danken).

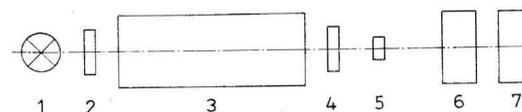


Abb. 1. Blockdarstellung der Meßanordnung für Extinktionsmessungen

1. Lichtquelle, 2. Sammellinse, 3. Halterung für zwei 50 cm Extinktionsrohre, 4. Halterung für drei Interferenzfilter, 5. Zwei Photozellen vom Spekol für den roten und grünblauen Spektralbereich, 6. Zusatzverstärker vom Spekol, 7. Spekolgrundgerät mit dem Meßinstrument

Der Meßansatz EK 50 wird an das Spekol mit dem Zusatzverstärker durch die Photozellen angeschlossen. Der Meßvorgang entspricht der Messung mit EK 1 (1 cm Schichtdicke). Zuerst wird die Vergleichsprobe in den Strahlengang und das Meßinstrument auf die Extinktion Null gebracht. Durch Verschieben

der Meßprobenhalterung wird die Meßprobe in den Strahlengang gebracht und der Extinktionswert abgelesen. Weil aus technischen Gründen der Monochromator des Spektral-Grundgerätes für den EK 50 nicht benutzt werden konnte, wurden zur Monochromatisierung der Strahlung Interferenzfilter benutzt. Die drei Interferenzfilter lassen sich in einer Halterung, die unmittelbar vor der Photozelle liegt, wahlweise in den Strahlengang einschalten. Als Lichtquelle wurde das gleiche Lampengehäuse wie beim Grundgerät benutzt. Der EK 50 bildet einen selbständigen Teil mit eigener Lichtquelle und eigenem Monochromator, so daß nur der Empfangsteil vom Spektral mit Zusatzverstärker verwendet wird.

2. Experimentelle Grundlagen der optischen Messungen an anorganischen Suspensionen

2.1. Ableitung der Extinktionsspektralfunktionen aus Extinktionsmessungen an Meerwasser

Es wurden immer wieder Versuche unternommen, den Extinktionswerten, die im großen Umfang aus laufenden Beobachtungen mit Durchlässigkeitsgeräten im Meer gewonnen wurden, Eigenschaften zuzuordnen, die in der ozeanographischen Praxis angewendet werden und als Hilfsmittel zur Erforschung der Prozesse und Zustände dienen können. Es zeigte sich bald, daß z. B. zwischen der Konzentration der schwebenden Teilchen und der Extinktion, JOSEPH (1953), kein einfacher Zusammenhang besteht, so daß für unterschiedliche Meeresgebiete an der Oberfläche für gleiche Extinktionswerte sehr abweichende Konzentrationen festgestellt wurden.

In den Darlegungen von JOSEPH (1961), JERLOV (1968) u. a. werden Beziehungen zwischen ozeanischen Verhältnissen und den Extinktionsmessungen in Form von Schnitten dargestellt. Es zeigen sich ähnliche Strukturen, wie sie auch mit anderen Parametern der physikalischen Ozeanographie gewonnen werden, und die eine oder die andere Annahme zu erklären erleichtern.

Den physikalisch-optischen Gehalt der Extinktionsmessungen durch Einführen von Extinktionsspektralfunktionen zu erschließen, wird hier versucht.

Diese Auswertungsverfahren bieten den Vorteil, daß alle bisherigen Darstellungsformen der Extinktion in der Ozeanographie ohne Einschränkung weiter angewendet und neue Beziehungen gewonnen werden können.

Die Extinktionsspektralfunktionen können auf zwei unterschiedliche Weisen abgeleitet werden, ohne daß zunächst über ihre Eigenschaften Annahmen notwendig sind.

Bei der Diskussion der Ableitungsmethoden werden die ersten Annahmen über die Eigenschaften der Koeffizienten und Konstanten der Extinktionsspektralfunktionen vorgenommen.

2.1.1. Graphische Ableitung

Die Ableitung der Extinktionsspektralfunktionen und ihrer Koeffizienten erfolgt grundsätzlich aus experimentell gewonnenen Extinktionswerten. Die Extinktionsspektralfunktionen und Koeffizienten sind auf graphischem und rechnerischem Wege darstellbar.

Zur graphischen Ableitung der Extinktionsspektralfunktionen wird das kartesische Koordinatensystem benutzt. Auf der x -Achse des Koordinatensystems wird die Skala für die Extinktionswerte, die bei der Wellenlänge 525 nm bestimmt wurden, aufgetragen und auf der y -Achse wird die Skala für die Extinktionswerte, die mit der Lichtwellenlänge von 425 nm und 725 nm bestimmt wurden, aufgetragen.

Die Wahl der hier angegebenen Lichtwellenlängen ist nach meßtechnischen Gesichtspunkten erfolgt. (Vorhandene Meßanordnung, zurückliegende häufige Messungen im betreffenden Spektralbereich, leicht zu beschaffende Interferenzfilter). Allgemein wird auf der x -Achse die Skala für den Extinktionswert des mittleren Spektralbereiches aufgetragen, und auf der y -Achse wird die Skala für die beiden äußeren Spektralbereiche getrennt aufgetragen. Um eine Meßprobe durch eine Extinktionsspektralfunktion charakterisieren zu können, sind mindestens vier Messungen der Extinktion notwendig: In zwei Spektralbereichen und in zwei verschiedenen Konzentrationen.

Aus den vier Extinktionsmeßwerten ergeben sich zwei Punkte im Koordinatensystem, durch sie läßt sich eine Gerade zeichnen. Aus der Lage der Geraden im Koordinatensystem sind zwei Größen ablesbar: Der Tangens der Geraden und ihr Schnittpunkt mit der y -Achse. Der Tangens der Geraden wird als Extinktionsspektralkoeffizient bezeichnet und durch das Symbol C_1 gekennzeichnet. Die Extinktion wird mit dem Symbol C^i gekennzeichnet, dabei gibt der Exponent i die benutzte Wellenlänge für die Bestimmung der Extinktion an.

Filter (S 420, S 720)

Extinktion [m⁻¹]

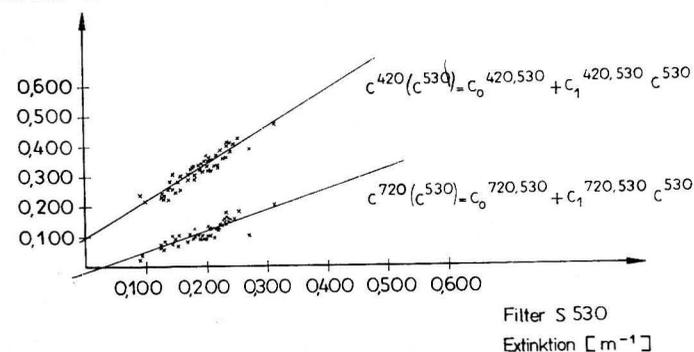


Abb. 2. Schnitt 2 mit den Stationen 2a — 2h, gewonnen auf der Muldenfahrt in der Ostsee vom 12. 9. — 4. 10. 65

Der Schnittpunkt der Geraden mit der y -Achse wird durch das Symbol $C_0^{i,j}$ gekennzeichnet und als Absolutglied der Extinktion benannt. Die Exponenten i, j geben die benutzten Wellenlängen für die Extinktionsskalen im Koordinatensystem an. Dabei wird stets das erste Symbol als Bezeichnung für die Skala der y -Achse und der zweite Exponent für die Bezeichnung der x -Achse angewendet.

In der Abb. 2 sind die Geraden und die dazugehörigen Extinktionswerte, die auf einer Meßfahrt vom 12. 9. bis 4. 10. 65 im mittleren Teil der südlichen Ostsee gewonnen wurden, dargestellt.

Die Extinktionsspektralfunktion wird aus der Abb. 2 erhalten, wenn in das Koordinatensystem die Extinktionsmeßwerte eingezeichnet werden und die dazugehörige Gerade nach visuellen Gesichtspunkten durch die größte Wertanhäufung gezogen wird. Daraus läßt sich der Extinktionsspektralkoeffizient $C_1^{i,j}$, der aus dem Verhältnis der Differenz der Werte auf der y -Achse C^i (a) und C^i (b) und der Differenz auf der x -Achse C^j (a) und C^j (b) gewonnen wird, bilden. Das ergibt:

$$C_1^{i,j} = \frac{C^i(a) - C^i(b)}{C^j(a) - C^j(b)} \quad (4)$$

Aus dem so bestimmten Extinktionsspektralkoeffizienten und dem Absolutglied der Extinktion wird die Funktion der Geraden der Abb. 2 darstellbar:

$$C^i(C^j) = C_0^{i,j} + C_1^{i,j} C^j \quad (5)$$

Damit ist die Abhängigkeit der Extinktion des einen Spektralbereiches von der Extinktion des anderen Spektralbereiches in funktionellen Zusammenhang gebracht.

Das Absolutglied $C_0^{i,j}$ nimmt verschiedene Werte an, die sowohl negativ als auch positiv sein können. Das Vorzeichen zeigt, ob die Extinktion, die auf der y -Achse aufgetragen ist, beim Verschwinden der Extinktion auf der x -Achse noch existiert, dann ist das Vorzeichen positiv, oder auf der x -Achse wird eine Extinktion gemessen und auf der y -Achse ist sie Null, dann ist das Vorzeichen des Absolutgliedes negativ.

In einem Koordinatensystem können alle Extinktionswerte, die in den geforderten Spektralbereichen bestimmt wurden, eingetragen werden, wenn sie aus einer homogenen Wasserart stammen, die gleichzeitig durch ozeanographische Methoden ermittelt werden muß. Die Bedeutung der Streuung der Meßwerte um die Gerade muß an Labormessungen mit Substanzen, deren physikalisch-optische Eigenschaften bekannt sind, ermittelt werden.

2.1.2. Rechnerische Ableitung

Die rechnerische Bestimmung der Extinktionsspektralfunktionen erfolgt mit Hilfe der Regressionsrechnung; LINDER (1960), WEBER (1961). Den Ausgang der Betrachtungen bildet die Geradengleichung. Da die Meßwerte, die in der See gewonnen werden, nicht aus homogenen Proben stammen und statistischen Schwankungen unterworfen sind, aber eine Trennung in homogene Wertgrup-

pen nicht möglich ist, erlaubt die Regressionsrechnung, die Koeffizienten der Geradengleichung zu bestimmen. Dabei wird der Extinktionswert des mittleren Spektralbereiches als unabhängiger und die der beiden äußeren Spektralbereiche als die abhängigen Werte angenommen. Der Extinktionsspektralkoeffizient ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$C_1^{i,j} = \frac{(C_n^j - \bar{C}^j) (C_n^i - \bar{C}^i)}{(C_n^j - \bar{C}^j)^2} \quad (6)$$

Der Index n ist die laufende Zahl der Meßwerte und der Querstrich bezeichnet den Mittelwert der Meßreihe. Das Absolutglied der Extinktionsspektralfunktion ist einfach aus der Umformung der Gl. (5) beim bekannten Extinktionsspektralkoeffizienten erhaltbar:

$$C_0^{i,j} = C^j(C^i) - C_1^{i,j} C^j \quad (7)$$

Die Streuung der Einzelwerte um die Gerade läßt sich nach der Gl. (8) bestimmen:

$$s^2 = \frac{1}{N-2} (C_n^j - (C_0^{i,j} + C_1^{i,j} (C_n^i - \bar{C}_n^i)))^2 \quad (8)$$

N ist die Gesamtzahl der Werte und s ist die mittlere quadratische Abweichung. Die Prüfung des Extinktionsspektralkoeffizienten auf seine Signifikanz erfolgt mit dem t -Test; WEBER (1961):

$$t = \frac{C_1^{i,j} - \beta}{s_{n,m}} (C_n^j - \bar{C}^j)^2$$

Für die Prüfung wird die Hypothese angenommen, daß $\beta = \beta_0 = 0$ oder β ein fest vorgegebener Wert ist. Zu einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α und der vorliegenden Zahl der Freiheitsgeraden $f = N - 2$ wird in der Tafel WEBER (1961) der Wert $t(\alpha, f)$ aufgesucht. Die Hypothese H_0 ($\beta = \beta_0$) wird angenommen, wenn:

$$\frac{C_1^{i,j} - \beta}{s_{i,j}} \sqrt{(C_n^j - \bar{C}^j)^2} < t(\alpha, f) \quad (9)$$

ist. Die Hypothese H_0 ($\beta = \beta_0$) wird abgelehnt, wenn:

$$\frac{C_1^{i,j} - \beta}{s_{i,j}} \sqrt{(C_n^j - \bar{C}^j)^2} > t(\alpha, f) \quad (10)$$

ist.

Wenn die beobachteten Werte einmal für die Rechenautomaten vorbereitet sind, dann lassen sich beliebig weitere Rechnungen miteinander verbinden. Neben den Mittelwerten und der Streuung ist es zweckmäßig, zusätzliche statistische Parameter zu bestimmen, wie die multiple Bestimmtheit B , die mit dem Korrelationskoeffizienten durch folgende Gleichung miteinander verknüpft ist:

$$B = r^2$$

Je enger der lineare Zusammenhang der beiden Veränderlichen ist, um so größer ist das Bestimmtheitsmaß B , es kann alle Werte zwischen 0 und 1 annehmen.

Durch die Angabe der maximalen und minimalen Werte wird gleichzeitig der Geltungsbereich der ausgerechneten Koeffizienten angegeben. Mit der rechnerischen Methode ist es möglich, die Unterschiedlichkeit der Extinktionsspektralkoeffizienten zu prüfen.

2.1.3. Diskussion der Ableitungsmethoden

Die Ableitung der Extinktionsspektralkoeffizienten aus den graphischen Darstellungen der Extinktionswerte erfordert keinerlei technische Hilfsmittel, und sie ist relativ schnell und auch einfach zu handhaben. Mit der graphischen Methode können bestimmt werden:

1. der Extinktionsspektralkoeffizient,
2. die Extinktionsspektralkonstante,
3. die Streuung der Werte um die Gerade ohne quantitative Angaben,
4. die Verteilung der Häufungspunkte um die Gerade ohne quantitative Angaben.

Mit der rechnerischen Methode können bestimmt werden:

1. der Extinktionsspektralkoeffizient,
2. die Extinktionsspektralkonstante,
3. die Streuung der Werte um die Gerade mit quantitativen Angaben,
4. die statistische Sicherheit,
5. der Korrelationskoeffizient und das Bestimmtheitsmaß.
6. Je nach Erfordernis sind weitere statistische Berechnungen möglich.

Wenn die beiden Ableitungsmethoden für die Extinktionsspektralfunktion miteinander verglichen werden, so sind in den ersten beiden Punkten Übereinstimmungen festzustellen. Mit beiden Methoden sind die Extinktionsspektralkoeffizienten und die Extinktionsspektralkonstanten bestimmbar. Bei der graphischen Methode ist die Hauptfehlerquelle durch die subjektive Bestimmung der Geraden bedingt und diese Methode gibt über die Genauigkeit der ermittelten Werte keine Auskunft.

Eine Abweichung zwischen den beiden Methoden ist bei der Bestimmung der Streuwerte zu beobachten. Dabei gestattet die rechnerische Methode, für die Streuwerte quantitative Angaben anzugeben. Die Bestimmung der Häufigkeitspunkte um die Gerade ist auch mit rechnerischen Mitteln möglich, aber dazu sind weitere Rechnungen notwendig. Bei der graphischen Methode sind die Häufungspunkte als besonders auffällige Anordnungen zu beobachten, dagegen müssen diese Häufungspunkte mit der rechnerischen Methode besonders untersucht werden.

Die Punkte 4, 5 und 6 sind nur mit der rechnerischen Methode bestimmbar und für die weitere Diskussion der gewonnenen statistischen Werte besonders notwendig.

Um über die physikalisch-optische Bedeutung der statistischen Parameter Auskunft zu erhalten, werden folgende Annahmen vorgenommen:

1. Die Extinktionsspektralkoeffizienten seien von der Konzentration der schwebenden Teilchen unabhängig, sie seien nur von der Größe der Teilchen allein abhängig.
2. Die Extinktionsspektralkonstante sei als der Ausdruck für die Abweichung der Extinktion der y -Achse gegenüber der Extinktion der x -Achse aufgefaßt.
3. Die Streuung der Werte um die Gerade sei ein Maß für die Homogenität der Werte, die für die Bestimmung der Geraden benutzt wurden.
4. Die Verteilung der Häufungspunkte auf der Geraden sei der Ausdruck für die Häufung der Konzentrationen.

Eine Annahme für die restlichen statistischen Werte ist nicht erforderlich, da diese Werte die gleiche Bedeutung wie in der Statistik haben und in gleicher Weise hier benutzt werden. Die Prüfung der Annahmen erfolgt durch die Ableitung der Extinktionsspektralfunktionen aus Labormessungen an anorganischen Testsuspensionen.

2.2. Ableitung der Extinktionsspektralfunktionen aus Labormessungen an anorganischen Testsuspensionen

2.2.1. Wahl der anorganischen Substanz

Für die Untersuchung der Annahmen über die Extinktionsspektralfunktion ist geeignetes Untersuchungsmaterial in der optischen Hydrographie notwendig. An das Untersuchungsmaterial sind folgende Bedingungen zu stellen:

1. Der Durchmesser der Teilchen ist mit Hilfe bekannter Methoden bestimmbar.
2. Der Durchmesser der Teilchen ist nach den experimentellen Erfordernissen variierbar.
3. Die vorgegebenen Durchmesser bzw. Durchmesserintervalle sind am beliebigen Ort zu beliebiger Zeit reproduzierbar.
4. Die Dichte und der Brechungsindex der Teilchen muß einfach zu bestimmen sein.
5. Die Form der Teilchen darf von der Kugelgestalt nicht wesentlich abweichen.
6. Die Farbe der nicht suspendierten Teilchen ist farblos oder grau.

Diese Forderungen werden von den mineralischen Ablagerungen des Meeresgrundes weitgehend erfüllt. Im Meerwasser sind Partikel aller Größen anzutreffen. Sie verursachen eine Extinktion des Lichtes infolge der Lichtstreuung oder der Lichtabsorption oder durch gleichzeitige Wirkung beider Effekte. Bei der Untersuchung der Teilchen im Labor unter statischen Bedingungen existiert eine obere Grenze der untersuchbaren Teilchendurchmesser. Diese wird durch die mindestnotwendige Untersuchungszeit bedingt. Für die Bestimmung der Extinktion mit dem Zusatz EK 50 zum Spekol werden für die Messungen in drei

Spektralbereichen mindestens 2 Minuten benötigt. Daraus ergibt sich nach Abb. 4 für einen Fallweg von 2 cm ein noch untersuchbarer Teilchendurchmesser von 0,015 mm; dauert die Meßzeit länger als zwei Minuten, so fallen diese Teilchen mit der Dichte von 2,7 (g/cm³) aus.

Als erste Forderung an das Untersuchungsmaterial, um aus dessen hydrooptischem Verhalten auf die allgemeinen Beziehungen der Teilchen im Wasserkörper schließen zu können, ist es notwendig, zunächst die vorgesehene Bodenprobe, gleich ob sie von der Oberfläche des Grundes oder aus der Tiefe des Stechröhrenkerns gewonnen wurde, auf ihre farbliche Beschaffenheit zu prüfen. Eine visuelle Prüfung der Bodenprobe gibt über die vorherrschenden Teilchengrößen einen Aufschluß. Untersuchungen im Bodenzentrum, zunächst mittels Siebe verschiedener Maschenweiten, erlauben, das grobkörnige Material abzutrennen. In der Tab. 1 nach KOLP (1966) ist für einige Punkte der Ostsee die mittlere Kornverteilung dargestellt.

Tabelle 1

Mittlere Korngrößenverteilung in je 10 Schlickproben aus den tiefsten Teilen der westlichen und südlichen Ostsee. Die Angaben erfolgten in Prozent nach KOLP (1966)

Fraktion Ø mm	0,063	0,02	0,006	0,002	0,0006	0,0006	W-Tiefe in m
Meckl.-Bucht	8,5	36,9	28,0	11,6	6,8	8,2	24–26
Arkona-Becken	0,7	25,8	37,6	16,3	9,3	10,3	45–48
Bornholm-Mulde	0,4	18,1	31,1	20,6	15,8	14,0	80–92
Gdańsk-Bucht	0,4	13,1	31,0	22,9	8,6	14,0	103–107

Körner, deren Durchmesser größer als 0,063 mm sind, werden mittels Siebanalyse untersucht, und die Körner mit Durchmessern unter 0,063 mm werden mit Hilfe der Schlämmanalyse weiter in Fraktionen, wie in der Tabelle 1 angegeben, zerlegt. Um die vorhandene organische Substanz herauszulösen, wird die Bodenprobe, nachdem sie als geeignet für hydrooptische Untersuchungen mittels visueller Methoden gefunden wurde, mit 6% H₂O₂ übergossen und etwa eine halbe Stunde erhitzt, dann unter Zusatz von heißem Aquadest unter häufigem Umrühren eine halbe Stunde gekocht. Bei hohem Humusgehalt wird wiederholt H₂O₂ und dann Wasser zugegeben.

Tabelle 2

Korngrößenzusammensetzung der entsalzten Probe. Die Angaben erfolgten in Prozent (nach den Angaben des IfM-Bodenlabors. Den Kolleginnen im Bodenzentrum danke ich herzlich für die Bereitstellung der fraktionierten Proben)

0,1	0,1–0,6	0,06–0,02	0,02–0,006	0,006–0,002	0,002–0,0006
—	1,4	11,7	12,2	12,7	24,1
0,0006 mm					
37,9					

2.2.2. Direkte Bestimmung der Teilchengröße und der Konzentration der Testsuspension

Die direkte Bestimmung der Ausdehnung der Teilchen ist aus dem unmittelbaren Vergleich mit einem Längenmaß zu erhalten. Da die Teilchen sehr klein sind, ist ihre Beobachtung nur unter einer Lupe oder einem Mikroskop möglich. Zu Eichzwecken anderer indirekter Längenmeßmethoden sind mikroskopische Durchmesserbestimmungen unerlässlich. Die mikroskopisch auszumessenden Bodenproben müssen in hoher Verdünnung vorliegen. Die einzelnen Teilchen müssen weit genug voneinander entfernt sein, um ihre Außenkanten deutlich bestimmen zu können. Die Untersuchung kann nur stichprobenartig erfolgen, dabei sind statistische Mittelwerte bei der Auswertung zu benutzen. Es lassen sich auch Häufungspunkte bestimmter Teilchendurchmesser feststellen.

Diese Methode ist in erster Linie eine visuelle, die mit subjektiven Fehlern stark behaftet ist. Zur Anwendung dieser Methode ist eine ruhige Unterlage notwendig. Auf einem Schiff ist sie nur bei völlig ruhiger See und unter Ausschaltung aller schiffseigenen Erschütterungen einsetzbar.

Im stationären Labor wurde das Mikroskop des Typs Nf vom VEB Carl Zeiss Jena zum Ausmessen der Teilchendurchmesser benutzt. Das Mikroskop besitzt die notwendigen Zusatzteile für die Längenmessung, ein Meßokular und ein Objektmikrometer mit einer Intervallteilung von 0,01 mm.

Das Objektmikrometer hat die Form eines Glasobjektträgers. Zur Eichung des Okularmeters wird das Objektmikrometer unter das Objektiv gelegt, und die Skala des Okularmeters wird mit der Skala des Objektmeters zur Deckung gebracht. Gleichzeitig werden die überstehenden Skalenteile ausgezählt. Auf diese Weise wird der Faktor für das Okularmeter mit dem benutzten Objektiv bestimmt. Mit dem geeichten Okularmeter lassen sich nun die Teilchendurchmesser in (µ) angeben.

Tabelle 3

Verteilung der Teilchendurchmesser [µ] für die einzelnen Teilchendurchmesserfraktionen, die in mm angegeben sind. Die prozentuellen Anteile wurden für jede Fraktion aus 30–40 Teilchen unter dem Mikroskop ausgezählt

Fraktion	0,0005	0,0006–0,001	0,001–0,002	0,002–0,005	0,005–0,010		
	0,5–0,6 20,8%	0,7–0,8 33,3%	0,9–1,0 16,7%	1,1 29,2%			
	0,8–0,9 22,3%	1,0–1,1 25,8%	1,2–1,3 44,5%	1,4 7,4%			
	1,0–1,2 48,3%	1,3–1,5 10,3%	1,6–1,8 10,3%	1,9–2,1 13,8%	2,2 17,3%		
	2,0–3,0 9,4%	3,1–4,0 21,9%	4,1–5,0 43,7%	5,1 25%			
	5,0–6,0 12,8%	6,1–7,0 15,4%	7,1–8,0 23,1%	8,1–9,0 7,7%	9,1–10,0 17,9%	10,1 23,1%	

In der Tab. 3 sind die ausgemessenen Teilchendurchmesser der Sedimentfraktion angegeben.

Eine anschauliche Vorstellung wird durch die Mikroaufnahmen der Teilchenfraktionen dargestellt. Dabei zeigt sich, daß der Anteil der kleinen Teilchen nicht vollständig erfaßt wird. Wenn die größeren Teilchen scharf im Bild sind, so sind die kleineren Teilchen kaum erkennbar. Die kleinste noch auszumessende Strecke richtet sich nach der Auflösungsgröße des Mikroskops, die durch die Beziehung $\delta = \lambda/2 \cdot A$ bestimmt wird. A ist die numerische Apertur des Objektivs. Zur Bestimmung der Teilchendurchmesser wurde das Trockensystem mit dem Objektiv Planchromat 40/0,65; 160/0,17 und dem Okular MF-Projektiv K 10:1 benutzt.

2.2.3. Optische Bestimmung der Teilchendurchmesser und der Konzentration der anorganischen Testsuspension

2.2.3.1. Gedankenexperiment für den Zusammenhang zwischen der Teilchengröße und der Extinktion

Eine wesentliche Voraussetzung für die Ableitung der Extinktionsspektralkoeffizienten ist, daß die Messung der Extinktionen, die in den verschiedenen Spektralbereichen durchgeführt wird, stets bei konstanter Konzentration der schwebenden Teilchen erfolgen muß. Auf Grund dieser Voraussetzung für die Messung ergibt sich, daß die bei konstanter Konzentration bestimmte Extinktion der unterschiedlichen Spektralbereiche ins Verhältnis gesetzt, unabhängig von der Konzentration wird, weil diese im Zähler und Nenner gleich groß ist und gekürzt werden kann.

Wenn die Voraussetzung für ein Gedankenexperiment zugrunde gelegt werden soll, so ist ein Experiment in Anlehnung an die bisherige Meßpraxis durch die Annahme von willkürlichen Werten ausführbar. Bei einer konstanten Konzentration einer Suspension lassen sich grundsätzlich in einem Spektralbereich, je nach der benutzten Spektralbreite und des Abstandes zwischen den Spektrallinien, eine große Zahl von Extinktionswerten bestimmen. Auf Grund der vielen Möglichkeiten der Messung der spektralen Extinktion und der damit verbundenen umfangreichen Auswertungen ist eine Beschränkung auf solche Spektrallinien notwendig, die die gleiche Information liefern wie die Gesamtzahl der möglichen verwendbaren Spektrallinien. Die Auswahl der Spektrallinien wird erleichtert durch die Tatsache, daß die Verteilung der Extinktion über die Wellenlänge des Lichtes kontinuierlich verläuft. Je nach dem betrachteten Seegebiet, ob es ein offener Ozean oder ein küstennahes Gebiet ist, existiert ein Minimum der Extinktion zwischen 500 und 600 nm, und am Ende des sichtbaren Spektralbereiches steigt die Extinktion stark an. Ausnahmen können in solchen Seegebieten auftreten, die stark von groben Teilchen überladen oder von gefärbten und gelösten Substanzen durchsetzt sind, aber auch dann sind keine Sprünge im Spektrum zu erwarten, nur daß die Reihenfolge der Größen wechseln kann.

Es kann gesagt werden, daß im sichtbaren Spektralbereich die vom Spektrum abhängige Extinktion keine Sprünge oder andere Extremwerte und Unstetigkeiten aufweist. Somit ist die charakteristische Verteilung der Extinktion über das gesamte sichtbare Spektrum des Lichtes, durch die Kenntnisse von drei Spektralbereichen, am Anfang, Mitte und Ende erschließbar.

Im Labor bestimmte Extinktionen sind in der Regel die Extinktionswerte der extengierenden Bestandteile im Wasser, denn der Anteil der Extinktion, der durch das reine Wasser verursacht wird, ist eliminiert, indem als Bezugsflüssigkeit mehrfach destilliertes Wasser benutzt wird.

Nach Abzug der Extinktion des reinen Wassers von der gemessenen Extinktion ist die spektrale Verteilung der Extinktion dadurch gekennzeichnet, daß die blauen am stärksten, die grünen weniger stark und die roten Spektrallinien am geringsten extengiert werden.

Die Normierung der beiden äußersten Spektralextinktionen auf die mittleren spektralen Extinktionen ist willkürlich gewählt worden, denn jede der Linien wäre als Normierungslinie geeignet gewesen, wobei aber die mittlere Linie als ein Stützpunkt betrachtet werden kann. Die Beziehungen zeigen sehr deutlich die Änderungen an den Enden der spektralen Extinktionen an.

Nach den allgemeinen Betrachtungen werden drei willkürliche Zahlen gewählt, die den natürlichen Bedingungen entsprechen und den möglichen Veränderungen unterworfen sind. In der Tab. 4 sind die angenommenen Extinktionen für die konstante Konzentration der drei Spektralbereiche dargestellt.

Tabelle 4

Angenommene Extinktion für die konstante Konzentration und der entsprechenden Spektralbereiche blau, grün, rot; blau ist die höchste Extinktion und rot die niedrigste in der Reihe

Angenommene Extinktion		
0,15	0,13	0,11
0,17	0,15	0,13
0,19	0,17	0,15
0,21	0,19	0,17

In der Abb. 3 sind die angenommenen Extinktionswerte aus der Tab. 4 graphisch dargestellt. Je drei Geraden ergeben eine Zeile der Tab. 4. Dabei sind auch andere Kombinationen möglich, so z. B. 0,21, 0,19, 0,11 u. a. Jede dieser Kombinationen von drei Zahlen stellt eine gedankliche Messung dar, die bei konstanter Konzentration gleich 1 und konstantem Radius der Teilchen in drei Spektralbereichen gewonnen werden kann.

Die angenommene Extinktionsvariabilität, die durch die Teilchendurchmesser bedingt wird, wird durch die Differenzen der Werte in einer Zeile zum Ausdruck gebracht. Extinktionswerte, die an konstantem Teilchendurchmesser gewonnen wurden und unterschiedliche Konzentrationen haben, ordnen sich auf einer Geraden, die der Wellenlänge entspricht, je nach der Größe der Konzentration an.

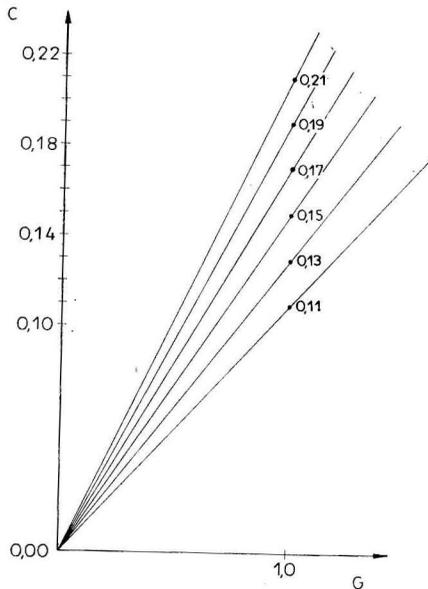


Abb. 3. Graphische Darstellung der angenommenen Extinktionswerte für konstante Konzentrationen und variablen Durchmesser der Teilchen

Da in der Praxis der Teilchendurchmesser und die Konzentration der Teilchen unbekannt sind, werden zunächst die Neigungen der Geraden und damit der Zusammenhang mit dem Teilchendurchmesser untersucht.

In dem Modell sind keine Annahmen über die Teilchendurchmesser erfolgt, sie seien aber so, daß sie bei spektralen Änderungen der Extinktion und gleichem Teilchendurchmesser verschieden seien.

Werden nun die beiden äußeren Werte der Tab. 4 auf den mittleren Wert normiert, so ergibt sich die Tab. 5.

Tabelle 5
Normierte angenommene Extinktion auf den mittleren Spektralbereich der Extinktion

1,15	1	0,85
1,13	1	0,87
1,12	1	0,88
1,11	1	0,89

Ein Vergleich der Tab. 4 und 5 zeigt folgende Gemeinsamkeiten:

1. Ist die Differenz von der ersten zur zweiten Spalte und von der zweiten zur dritten Spalte in der Tab. 4 gleich groß, dann sind die gleichen Differenzen auch in der Tab. 5 gleich groß.
2. Ist die Differenz von der ersten zur zweiten Spalte größer als die Differenz von der zweiten zur dritten Spalte in Tab. 4, dann ist auch die Differenz der ersten zur zweiten Spalte größer als die der zweiten zur dritten Spalte in Tab. 5.

Die Werte der Tab. 5, verglichen mit der Abb. 3, zeigen, daß an beliebiger Stelle der drei zusammengefaßten Geraden, auf die Mittelste normiert, stets das gleiche Verhältnis erhalten wird, unabhängig von der angenommenen Konzentration. Im Unterschied zu der Tab. 4 nehmen die Zahlen zu, wenn die Geradenneigungen abnehmen. Bei großen Geradenneigungen nähern sich die spektralen Extinktionen bei allen Spektralbereichen der gleichen Größe, und die normierten Werte werden gleich 1. Aus den Werten der Tab. 5 auf die Konzentration zu schließen, ist nicht möglich, da der Normierungsfaktor aus den Werten nicht bestimmbar ist.

Das Modell zeigt, daß zwischen den Werten der Tab. 5 und den Werten der Tab. 4 gesetzmäßige Beziehungen bestehen, die durch die Teilchendurchmesser bedingt werden. Um auf reelle, in der Natur vorkommende Teilchendurchmesser schließen zu können, ist eine experimentelle oder theoretische Bindung zwischen den Werten der Tab. 5, die in der Form den Extinktionsspektralkoeffizienten entsprechen, herzustellen.

Auch über das Verhalten der Extinktionsspektralkonstanten läßt sich ein Gedankenexperiment ausführen, welches aber den Charakter eines ideellen Modells hat. Ausgehend von der Geradengleichung (Gl. 5), die nach der Extinktionsspektralkonstanten aufgelöst wird, ist die Bestimmung der Konstanten bei der Annahme willkürlicher Werte möglich. Die angenommenen Werte für C^y und C^x schwankten zwischen den Werten 0,4 bis 1,0, und für die Extinktionsspektralkoeffizienten wurden die Werte 0,8 und 1,2 benutzt. Aus diesen Werten ergab sich ein Variationsbereich für die Extinktionsspektralkonstante von $-0,68$ bis $+0,58$.

Im nachfolgenden wird das Variationsschema für die Bestimmung der möglichen Werte der Extinktionsspektralkonstanten mit den angenommenen Werten, die den natürlichen gemessenen Werten recht nahekommen, dargelegt.

Variationsschema:

- | | | | | |
|-----|-----------------------|-------------------------|---------------------------------|-----------------|
| 1. | C^y | $> C^x$ | $C_1^{y,x} = \text{const.} > 1$ | $\leftarrow +$ |
| 2. | $C^y = \text{const.}$ | $> C^x$ | | $\rightarrow +$ |
| 3. | C^y | $> C^x = \text{const.}$ | | $\rightarrow +$ |
| 4. | $C^y =$ | C^x | | $\rightarrow +$ |
| 5. | C^y | $< C^x$ | | $\rightarrow +$ |
| 6. | C^y | $< C^x = \text{const.}$ | | $\rightarrow -$ |
| 7. | C^y | $< C^x = \text{const.}$ | | $\rightarrow -$ |
| 8. | C^y | $> C^x$ | $C_1^{y,x} = \text{const.} < 1$ | $\rightarrow +$ |
| 9. | $C^y = \text{const.}$ | $> C^x$ | | $\rightarrow +$ |
| 10. | C^y | $> C^x = \text{const.}$ | | $\rightarrow +$ |
| 11. | $C^y =$ | C^x | | $\rightarrow +$ |
| 12. | $C^y = \text{const.}$ | $< C^x$ | | $\leftarrow -$ |
| 13. | C^y | $< C^x$ | | $\rightarrow -$ |
| 14. | C^y | $< C^x = \text{const.}$ | | $\rightarrow -$ |

Die einzelnen Zeilen im Variationsschema sind in folgender Weise zu lesen: C^y ist größer als C^x und $C_1^{y,x}$ ist größer als 1. Die Extinktionsspektralkoeffizienten bleiben konstant; während die Extinktionswerte gleichmäßig variiert werden, ergibt sich eine Extinktionsspektralkonstante, die von größeren Werten zu kleineren im positiven Bereich geht, wenn die Extinktionswerte gleichmäßig zunehmen. Für dieses Schema wurden die Extinktionswerte stets so gewählt, daß die Werte für alle angenommenen Kombinationen ständig zunehmen bzw. konstant bleiben. Die 6. Zeile ist so zu lesen: C^y ist konstant zu halten, C^x ist zu variieren von größeren zu kleineren Werten im angegebenen Wertebereich. Dabei bleibt $C_1^{y,x}$ konstant und ist größer als 1. Es ergibt sich eine Extinktionsspektralkonstante, die von kleineren zu größeren Werten im negativen (d. h. die $C_0^{y,x}$ sind negativ) Bereich strebt. Ein Beispiel mit angenommenen Zahlen und den Bedingungen der 1. Zeile aus dem Variationsschema ist in einer Tabelle hier angegeben.

Tabelle 6

Extinktionsspektralkonstanten, berechnet nach den Bedingungen der 1. Zeile des Variationsschemas

C^y	C^x	$C_1^{y,x}$	$C_0^{y,x}$
0,6	0,4	1,2	0,12
0,7	0,5	1,2	0,10
0,8	0,6	1,2	0,08
0,9	0,7	1,2	0,06

Die angegebenen Ergebnisse aus dem Variationsschema für die Extinktionsspektralkonstanten lassen sich experimentell überprüfen unter Benutzung von gefärbten Lösungsmitteln, die die Verschiebung der Extinktionswerte bedingen, und festen anorganischen Partikeln, deren Durchmesser bekannt sind. Diese Überprüfung ist nur dann möglich, wenn zwischen dem Lösungsmittel und den benutzten Partikeln keine Wechselwirkungen chemischer Art auftreten.

Aus den praktischen Messungen an Meerwasser lassen sich mit Hilfe von Verdünnungen an einer Einzelprobe die Extinktionsspektralkoeffizienten und -konstanten bestimmen. Durch Vergleich der Extinktionsspektralparameter mit dem Variationsschema könnte nach entsprechenden Untersuchungen im Labor am Experiment und auf dem Schiff direkt am Objekt ein Verfahren entwickelt werden, das erlaubt, auf den Färbungsgrad des Lösungsmittels zu schließen.

2.2.3.2. Darstellung der Teilchendurchmesser – Extinktionsbeziehungen an Labormessungen der Testsuspensionen

Zur Untersuchung der Beziehungen zwischen den Teilchendurchmessern und den Extinktionen mußten zunächst die Veränderungen bzw. die Konstanz der Versuchsproben geprüft werden. Da die benutzten Versuchsproben nicht aus einem einzigen Teilchendurchmesser zusammengesetzt waren, sondern eine Vielzahl von Teilchendurchmessern eines Intervalls enthielten, ergaben sich

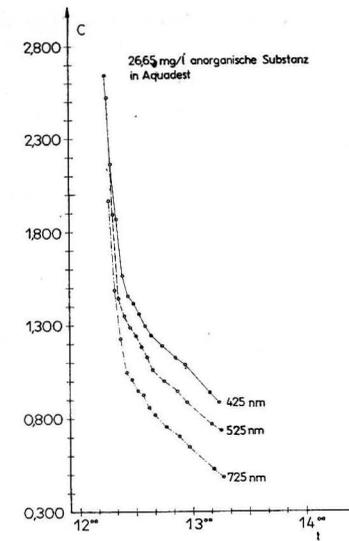


Abb. 4. Die zeitliche Änderung der Extinktion einer anorganischen Testsuspension im Teilchendurchmesserbereich von 0,01 bis 0,005 mm

im Laufe der Untersuchungen teilweise Veränderungen in den vorherrschenden Teilchendurchmessern und in der Konzentration der Partikel.

In der Abb. 4 ist die zeitliche Änderung der Extinktion dargestellt. Aus der Abb. 4 ist deutlich der steile Abfall der Extinktion in allen Spektralbereichen ersichtlich. In der weiteren Dauer des Versuches ist auch ein deutliches Auseinanderstreben der spektralen Extinktion sichtbar. Dies bedeutet, daß sich nicht nur die Konzentration und somit die Extinktion ändert, sondern auch die Teilchendurchmesserzusammensetzung der Suspension einer Änderung unterworfen ist, wie auch nach der STOKESSchen Formel zu erwarten ist. In der

Tabelle 7

Extinktionsspektralkoeffizienten der anorganischen suspendierten Teilchen in den Durchmesserbereichen von 0,01 bis 0,005 mm in Abhängigkeit von der Fallzeit

Min.	$C_1^{4,5}$	$C_1^{7,5}$
0	1,042	0,820
10	1,152	0,790
20	1,150	0,780
30	1,190	0,770
40	1,200	0,750
50	1,214	0,740
60	1,246	0,720
70	1,260	0,710
80	1,276	0,700

Tab. 7 sind die Extinktionsspektralkoeffizienten für die anfallenden suspendierten Teilchendurchmesserbereiche von 0,01 bis 0,005 mm bestimmt worden. Für die Bestimmung der Extinktionsspektralkoeffizienten in der Tab. 7 wurden 15–26 Werte für die Zeitintervalle benutzt; dabei unterschieden sich die Ausgangswerte durch unterschiedliche Anfangskonzentration der suspendierten Stoffe.

In der Abb. 5 sind die spektralen Verhältnisse der Extinktionen bei der Fallzeit von 10 Minuten dargestellt. Es wird das Verhältnis des einen Spektralbereiches zum anderen durch nachfolgendes Symbol C^7 (C^5) oder C^4 (C^5) ausgedrückt. Das bedeutet, daß die Extinktion des Spektralbereiches 725 nm = 7

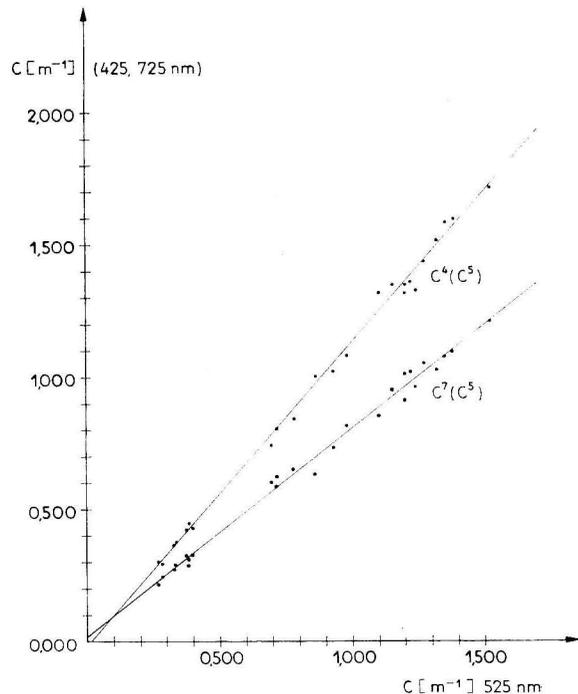


Abb. 5. Die Beziehung des 525 nm (= 5) Spektralbereiches der Extinktion zu der Extinktion der Spektralbereiche von 725 (= 7) und 425 nm (= 4), dargestellt nach einer Fallzeit von 10 Minuten und der Fallhöhe von 2 cm. Die Fraktion hatte einen Teilchendurchmesser von 0,01–0,005 mm

in Abhängigkeit von der Extinktion des Spektralbereiches bei 525 nm = 5 dargestellt ist. Auch andere folgende Beziehungen gleicher Art werden durch entsprechende Symbole auf gleiche Weise in Beziehung gesetzt.

Die Fallzeit für 10 Minuten wurde hier dargestellt, weil die Streuung der Werte um die Gerade bei dieser Zeit am größten war. Für die Fallzeit 80 Minuten ordnen sich die Werte in strenger Folge auf der Geraden an, so daß kaum von Streu-

ung der Werte um die Gerade gesprochen werden kann. Die Streuung, die durch die Meßtechnik der Extinktion hervorgerufen wird, ist für die 10 Minuten Fallzeit sehr gering. Die Extinktionsmessung der drei Spektralbereiche wird im Wechsel durch ständigen Vergleich mit der Extinktion des doppelt destillierten Wassers im gleichen Spektralbereich ausgeführt. Dabei ist es notwendig, zuerst die Vergleichsprobe und anschließend die Meßprobe in den Strahlengang zu bringen. Durch die Notwendigkeit des Vertauschens der Meßprobe mit der Vergleichsprobe wird immer wieder die Meßprobe etwas erschüttert, und somit werden die ausfallenden Teilchen wieder in den Strahlengang gebracht.

Die in der Abb. 4 vorhandenen Welligkeiten sind durch die Meßweise bedingt.

Ein Vergleich der Fallzeiten mit der STOKESSchen Formel zeigt, daß in dieser Fraktion noch kleinere Teilchen vorhanden sein müssen, als es nach dem Laborprotokoll sein dürfte. Die Erzeugung einer einheitlichen Teilchendurchmesserfraktion nach der Schlämmethode unter Zugrundelegung der STOKESSchen Formel ist bedingt möglich. Auch durch mehrmaliges Wiederholen der Aufschlammung (7- bis 8mal) ist noch ein Rest von kleineren Teilchen verblieben.

Nach der Messung der Fallzeit und der Extinktion sind in dieser Fraktion (0,01 bis 0,005 mm) mindestens 20% der Teilchen, die kleiner als 0,001 mm im Durchmesser sind, vorhanden. Das gleiche Ergebnis wird erhalten unter der Benutzung des Extinktionsspektralkoeffizienten im Zusammenhang mit der Abb. 7. Dabei zeigen die Extinktionsspektralkoeffizienten unterschiedliche Teilchendurchmesser an. Der Extinktionsspektralkoeffizient $C_1^{7,5} = 0,700$ für 80 Min. Fallzeit entspricht einem Teilchendurchmesser von 0,0013 mm und $C_1^{4,5} = 1,276$ einem Teilchendurchmesser von 0,0008 mm. Nach 80 Minuten Fallzeit und einer Fallhöhe von etwa 1,5 cm dürften noch Teilchen, deren Teilchendurchmesser kleiner als 0,0015 mm ist, vorhanden sein.

Nach beiden Methoden, nach der STOKESSchen Formel und nach den Extinktionsspektralkoeffizienten, erhaltene Teilchendurchmesser weichen nicht bedeutend voneinander ab. Zu bemerken ist hier, daß nach 24stündiger Absetzzeit im Extinktionsmeßrohr nach gründlichem Aufschütteln der Ausgangswert (null Minuten) vollständig wieder erhalten wurde.

In der Tab. 8 sind die Änderungen der Konzentration in Prozent in Abhängigkeit von der Fallzeit eingetragen.

Tabelle 8

Prozentuelle Verteilung der Konzentration der Suspension in Abhängigkeit von der Fallzeit (Ausgangskonzentration 26,25 mg/l = 100%)

Min.	425	525	725
10	61,10	55,35	56,26
20	50,57	45,09	46,29
30	44,79	40,20	38,43
40	40,87	35,98	33,73
50	36,96	32,33	28,97
60	33,84	29,30	25,45

Die Tab. 8 zeigt, daß die größte Konzentrationsänderung in den ersten 10 Minuten erfolgt. Die Konzentrationsbestimmung erfolgte indirekt über die Umrechnung aus den Extinktionsänderungen mit der Zeit, dabei war die Ausgangskonzentration durch Einwiegen von trockener anorganischer Substanz genau bekannt. Wenn geringere Ausgangskonzentrationen benutzt wurden, dann ergaben sich geringere prozentuelle Ausfallmengen an trockener Substanz.

Diese Betrachtungen zeigen, daß durch simultane Aufnahme die Extinktion in allen drei Spektralbereichen möglich ist; in Tab. 8 erfolgte die Aufnahme nacheinander mit einer Zeitdifferenz bis 2 Minuten, daher die Abweichungen zwischen den Spektralbereichen, die Verteilung der Teilchendurchmesser in einer stark heterogenen Probe zu ermitteln sowie ihre prozentuellen Anteile anzugeben. Dazu ist aber eine spezielle Versuchsanordnung notwendig, die erlaubt, zeitliche Messungen ohne Erschütterung der Proben durchzuführen.

Die Versuchsproben anderer Teilchendurchmesserfraktionen wiesen geringe Änderungen in der Zusammensetzung der Teilchendurchmesser auf, zeigten aber zeitliche Änderungen in der Konzentration. Dabei änderten sich die Extinktionen mit der Zeit vollkommen parallel in allen drei Spektralbereichen.

Nach den zeitabhängigen Messungen ergibt sich:

1. Die Fraktion 0,01—0,005 ist stark zeitlich abhängig. Die Messungen mit dieser Fraktion müssen sofort nach dem Einfüllen in das Extinktionsmeßrohr erfolgen. Dabei muß auch die Ausgangsprobe ständiger Bewegung ausgesetzt werden, um ein Absetzen der Teilchen zu verhindern.
2. Die Fraktion 0,005—0,002 ist nur geringen Änderungen mit der Zeit unterworfen. Ständiges Bewegen der Probe ist empfehlenswert. Zwischen Einfüllen der Probe und Messen muß der Zeitraum möglichst kurz sein.
3. Die Fraktion 0,002—0,001 weist innerhalb 15 Minuten keine Veränderungen auf. Ein Bewegen der Ausgangsprobe ist vorteilhaft, weil auf diese Weise eine Vereinigung der Partikel zu größeren Gebilden verhindert wird.
4. Die Fraktion 0,001—0,0006 und die Fraktion $< 0,0005$ weisen innerhalb der Vorbereitungs- und Meßzeit keine Veränderungen auf. Ein ständiges Durchmischen der Ausgangsprobe ist notwendig, um die Entstehung größerer Partikel zu verhindern.

Die benutzten Fraktionen eignen sich zur Untersuchung der Abhängigkeit der Teilchendurchmesser mit dem Extinktionsspektralkoeffizienten.

Nach den ersten 10 Minuten fallen die Teilchen mit den großen Durchmessern aus, und die Extinktionsspektralkoeffizienten ändern sich, sie werden größer bzw. kleiner, und mit der Zeit verbleiben nur die Teilchen, die den kleinstmöglichen Durchmesser aufweisen. Die Extinktionsspektralkoeffizienten werden konstant. Für die gesamten Extinktionsspektralkoeffizienten in einem Teilchengemisch sind die größten Teilchendurchmesser von entscheidendem Einfluß. Dies konnte auch aus der Theorie erwartet werden, nachdem der Einfluß des Radius der Teilchen in den MIE-Gleichungen bekannt war und durch den Fallversuch weiter bestätigt wurde.

Tabelle 9

Extinktionsspektralkoeffizienten $C_{1,5}^{4,5}$, $C_{1,5}^{7,5}$ und Extinktionsspektralkonstanten $C_0^{4,5}$, $C_0^{7,5}$ in Verbindung mit der Breite der Fraktion des Sediments in mm

Fraktionsbreite in mm	$C_{1,5}^{4,5}$	$C_{1,5}^{7,5}$	$C_0^{4,5}$	$C_0^{7,5}$
0,0005	1,605	0,478	-0,017	0,004
0,001—0,0006	1,185	0,660	-0,004	-0,004
0,002—0,001	1,110	0,760	-0,002	0,012
0,005—0,002	1,020	0,930	0,010	-0,022
0,01—0,005	1,042	0,820	0,036	0,008

Zur Ermittlung des Zusammenhanges zwischen dem Teilchendurchmesser und dem Extinktionsspektralkoeffizienten wurden fünf Sedimentfraktionen untersucht. Die Wahl der Fraktionsbreite erfolgte nach den in der Meeresgeologie üblichen Maßen. Sie ist so gewählt, daß auf der logarithmisch geteilten Skala nahezu gleichmäßige Abstände erscheinen.

In der Tab. 9 sind die benutzten Fraktionsbreiten und die mit der graphischen Methode bestimmten Extinktionsspektralkoeffizienten eingetragen. Diese Methode wurde benutzt, um während der Laboruntersuchungen ständig einen anschaulichen Überblick über die Änderungen der Extinktionswerte zu erhalten.

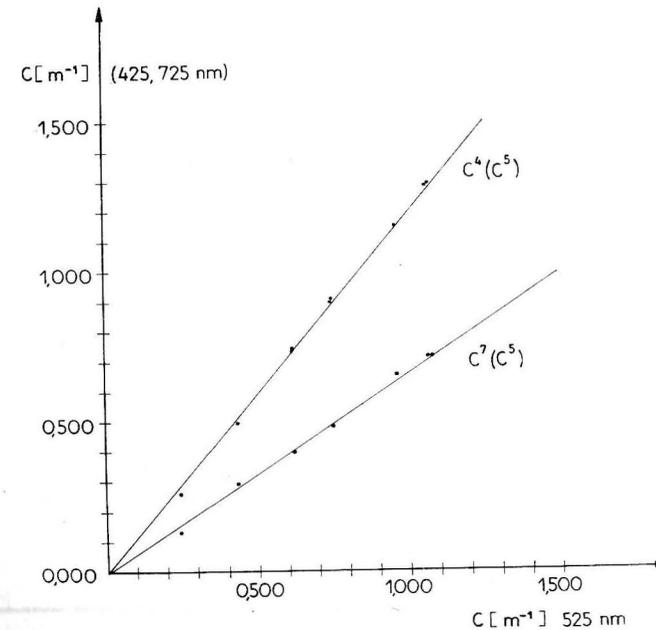


Abb. 6. Die Verteilung der Extinktionswerte im Koordinatensystem, auf dessen Achsen als Maßstab die spektralen Extinktionswerte aufgetragen sind

An einem Beispiel der Fraktion 0,001–0,0006 mm, in der alle möglichen Teilchendurchmesser zwischen den beiden Grenzen enthalten sind, sei die Verteilung der Extinktionswerte in Abhängigkeit vom Spektralbereich dargestellt, wobei als Suspensionsmittel doppelt destilliertes Wasser benutzt wurde. Die Konzentrationsänderung drückt sich durch den Abstand der Punkte auf der Geraden aus.

In der Abb. 7 sind die Beziehungen, die in der Tab. 9 angegeben sind, zwischen Extinktionsspektralkoeffizienten und dem Durchmesser der Teilchen graphisch dargestellt. Es wurden als Meßpunkt die größten vorkommenden Durchmesser der Teilchen in der Fraktion gewählt und dafür ein logarithmischer Maßstab benutzt.

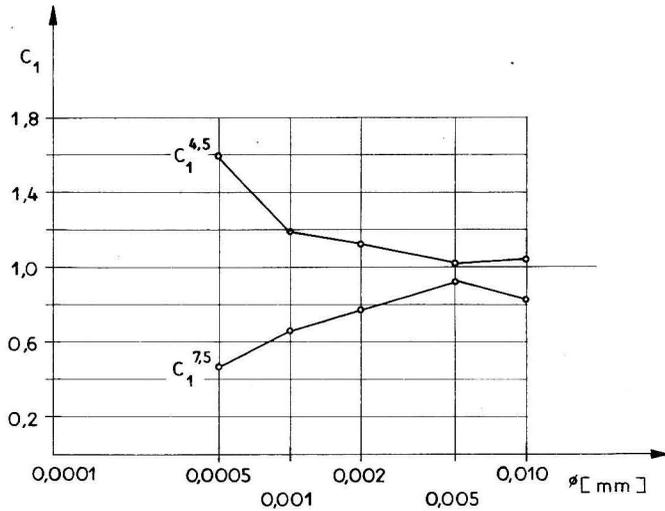


Abb. 7. Beziehung zwischen Extinktionsspektralkoeffizienten und dem größten Durchmesser der Teilchen in der Fraktion

Aus der Abb. 7 ist ersichtlich, daß bei vorherrschenden kleinen Teilchendurchmessern in der Fraktion zwischen den Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{4,5}$ und $C_1^{7,5}$ große Differenzen vorherrschen. Wenn die vorherrschenden Durchmesser der Teilchen zunehmen, dann nimmt die Differenz zwischen beiden Koeffizienten ab. Aber nicht bei allen Fraktionen ist die Abnahme gleich groß. Zwischen den Fraktionen, sie seien jeweils durch den größten vorhandenen Durchmesser charakterisiert, 0,0005 und 0,001 mm, nimmt die Differenz ($C_1^{4,5} - C_1^{7,5}$) sehr stark ab, und die Abnahme der Differenz ($C_1^{4,5} - C_1^{7,5}$) zwischen den Fraktionen 0,001 und 0,005 ist bedeutend geringer. Von der ersten zur zweiten Fraktion verringert sich der $C_1^{4,5}$ -Koeffizient wesentlich stärker, als der $C_1^{7,5}$ -Koeffizient im gleichen Durchmesserbereich größer wird. Das läßt auf stärkere Streuung der

kürzeren Wellenlänge schließen, als das der Fall bei der längeren Wellenlänge des sichtbaren Lichtes im Verhältnis zur normierten mittleren Wellenlänge ist. Von der Fraktion 0,001 an nähert sich der $C_1^{4,5}$ -Koeffizient schneller dem Werte 1 als der $C_1^{7,5}$ -Koeffizient, und bei der Fraktion 0,005 streben beide Koeffizienten dem Werte 1 in unterschiedlichem Abstand zu. Von der Fraktion 0,005 an sind die spektralen Extinktionsunterschiede, die durch die Teilchendurchmesser hervorgerufen werden, sehr gering. Die geringe Zunahme der Extinktionsspektralkoeffizienten bei der Fraktion mit dem größten Teilchendurchmesser ist teilweise auf den Einfluß der kleineren Teilchendurchmesser und den schnelleren Ausfall der größeren Teilchendurchmesser zurückzuführen. Für die Untersuchung dieser Fraktion empfiehlt es sich, eine Versuchsanordnung zu schaffen, die es gestattet, die Extinktion unter dynamischen Bedingungen zu messen. Eine Abweichung der beiden Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{4,5}$ und $C_1^{7,5}$ von der Symmetrie um 1 kann durch eine Reihe von Ursachen bedingt sein.

1. Der Spektralbereich, der zur Normierung verwendet wurde, entspricht nicht gleichzeitig der mittleren Extinktion.
2. Die untersuchte Substanz ist kein reiner Graustreuer, wie es dem Anschein und dem visuellen Vergleich nach sein sollte.
3. Die suspendierten Stoffe bzw. das Suspensionsmittel weisen selektive Absorption auf.
4. Die Abhängigkeit der Streuung von den Exponenten der Wellenlänge besteht auch noch in dem untersuchten Teilchengrößenbereich.

Die durch Annahme des mittleren Spektralbereiches verursachte Verschiebung der Symmetrie der Koeffizienten ist kein Fehler. Wenn dieselben Wellenbereiche beibehalten werden, so wirkt stets die gleiche Verschiebung. Abweichungen der Extinktionsspektralkoeffizienten von der Symmetrie können als Indikator für das abweichende physikalische Verhalten der unbekannt von einer bekannten Substanz gewertet werden. Weitere Untersuchungen sollen Klarheit geben über den Einfluß der selektiven Absorption auf das symmetrische Verhalten der beiden Extinktionsspektralkoeffizienten. Die Untersuchung über den Einfluß der Teilchengröße auf die selektive Streuung der Lichtwellenlängen soll über eine aufzubauende dynamische Versuchsanordnung ausgeführt werden.

In der Abb. 6 sind die Beziehungen der spektralen Extinktionen dargestellt. Aus ihnen geht hervor, daß die Änderung der Konzentration zu einer Verschiebung der Punkte auf der Geraden führt.

Die Streuung der Werte um die Gerade ist unbedeutend, weil die untersuchte Suspension als homogen in ihrer Teilchenzusammensetzung angesehen werden kann.

Durch die Gedankenexperimente und die Laboruntersuchungen an den anorganischen Suspensionen ist die Bestätigung der Annahmen über den Charakter der Extinktionsspektralkoeffizienten und -konstanten erreicht worden.

2.2.3.3. Zur Bestimmung der Teilchengröße aus den Extinktionsspektralkoeffizienten

Wenn die Teilchengröße aus den Extinktionsspektralkoeffizienten bestimmt werden soll, dann ist es zunächst notwendig, die Extinktionsspektralkoeffizienten nach einem bekannten Verfahren zu normieren, das theoretischer oder experimenteller Art sein kann. Die in der Abb. 7 dargestellten Kurven können durch die Variation der Normierungsmessungen in jeder beliebigen Richtung, wie sie in der Natur vorkommen, erweitert und den Erfordernissen angepaßt werden. Dabei ist die Grenze durch die Schwierigkeiten gesetzt, geeignetes Versuchsmaterial mit bekannten optischen Eigenschaften zu erhalten. So sind die Beziehungen, die in Abb. 7 dargestellt sind, in dieser Form für Suspensionen mit organischen lebenden und toten Substanzen nicht gültig. Damit die Extinktionsspektralkoeffizienten auch für organische Substanzen oder auch für ein Gemisch von organischen und anorganischen Stoffen gelten, sind weitere Untersuchungen notwendig. Die Übereinstimmung der Normierungswerte mit den in der Natur vorkommenden Werten ist erfüllt, wenn die Normierungswerte und die Naturwerte in den Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{4,5}$ und $C_1^{7,5}$ den gleichen Teilchendurchmesser ergeben. Wenn die Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{4,5}$ und $C_1^{7,5}$ verschiedene Teilchendurchmesser in der Abb. 7 ergeben, so haben die untersuchten Substanzen andere optisch-physikalische Eigenschaften als die Substanzen, aus denen die Normierungskurve in der Abb. 7 entstanden ist. Dann sind solche Substanzen zu wählen, die in den optisch-physikalischen Eigenschaften mit den zu untersuchenden übereinstimmen.

2.2.3.4. Schema zur Bestimmung der Teilchendurchmesser aus den Extinktionsspektralkoeffizienten

1. Untersuchungen der Extinktion in drei Spektralbereichen an einer Normierungssubstanz, deren Teilchenradius und Konzentration in beliebigen Intervallen variierbar und bekannt sind.
2. Aufstellen einer graphischen oder einer numerischen Beziehung zwischen den Teilchendurchmessern bzw. zwischen den Teilchendurchmesserintervallen und den Extinktionskoeffizienten.
3. Messen der Extinktion in mindestens drei Spektralbereichen, die mit den Spektralbereichen der Normierung übereinstimmen müssen. Die Konzentration ist zu variieren, was an einer Einzelprobe durch Verdünnung mit destilliertem Wasser erreicht wird.
4. Bestimmung der Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{4,5}$ und $C_1^{7,5}$ erfolgt entweder graphisch oder rechnerisch.
5. Vergleich der Extinktionsspektralkoeffizienten mit den Extinktionsspektralkoeffizienten der passenden Normierung muß vorgenommen werden, und die dazugehörigen Durchmesser der Teilchen sind abzulesen.

Um diese Methode universeller für die Untersuchungen auf See anwendbar zu machen, ist es notwendig, eine Reihe von Normierungsuntersuchungen auszuführen und diese tabellenmäßig oder graphisch zu erfassen.

2.2.3.5. Anwendung der Extinktionsspektralkoeffizienten auf die Untersuchungen im Meer

Für die Anwendung der Extinktionsspektralkoeffizienten im Meer werden die Werte benutzt, die GOHS (1967) veröffentlicht hat. Es ergeben sich nach der Abb. 7 für die Extinktionsspektralkoeffizienten folgende Teilchendurchmesser D , die in der Tab. 10 dargestellt sind:

Tabelle 10

Teilchendurchmesser aus den Extinktionsspektralkoeffizienten für 11 Schnitte von der Oberfläche bis zum Grund in der Ostsee vom 29. 9. bis 9. 10. 1965. $D^{4,5}$ Teilchendurchmesser aus $C_1^{4,5}$, $D^{7,5}$ Teilchendurchmesser aus $C_1^{7,5}$, \bar{D} mittlerer Teilchendurchmesser aus $D^{4,5}$ und $D^{7,5}$

Schnitt	$C_1^{4,5}$	$D^{4,5}$ (μ)	$C_1^{7,5}$	$D^{7,5}$ (μ)	\bar{D} (μ)	$D^{4,5} - D^{7,5}$ (μ)	%
1	1,09	2,50	0,70	1,30	1,90	1,20	31,5
2	1,23	0,92	0,68	1,00	0,96	-0,08	4,6
3	1,30	0,84	0,73	1,50	1,17	-0,66	19,4
4	1,25	0,85	0,67	1,00	0,92	-0,15	7,6
5	1,30	0,84	0,68	1,10	0,97	-0,26	13,4
6	1,05	4,00	0,52	0,85	2,42	3,25	67,7
7	1,47	0,60	0,72	1,40	1,00	-0,80	40,0
8	1,34	0,78	0,57	0,98	0,88	-0,20	12,5
9	1,27	0,86	0,76	1,80	1,33	-0,94	35,3
10	1,46	0,62	0,46	0,52	0,57	0,10	17,5
11	1,30	0,84	0,69	0,78	0,81	0,06	3,7

Für die Gewinnung der Extinktionsspektralkoeffizienten, die in der Tab. 10 dargestellt sind, wurden die Extinktionswerte benutzt, die mit SCHOTTSCHEM Filter im visuellen PULFRICH-Photometer in den Spektralbereichen 420, 530, 720 nm bestimmt wurden. Die Differenz der Teilchengröße ist auf die unterschiedliche Bestimmung der Extinktionskurven in der Tab. 10 und in der Abb. 7 zurückzuführen. In der letzten Spalte der Tab. 10 sind die Differenzen zwischen den beiden Teilchendurchmessern angegeben. Die größten Teilchendurchmesser-differenzen sind bei dem Schnitt 1 und dem Schnitt 6 zu beobachten. Niedrige Korrelation zwischen den Spektralbereichen 420 und 530 nm besteht beim Schnitt 6, obwohl die Werte statistisch genügend gesichert sind. Das wirkt sich auch in entsprechender Unsicherheit bei der Bestimmung der Teilchendurchmesser aus.

Im allgemeinen läßt es sich feststellen, daß die Differenzen zwischen den beiden Teilchendurchmessern, die den größten Wert eines Gemisches darstellen, relativ niedrig liegen. Daraus läßt sich folgern, daß die suspendierte Substanz, die während der Meßzeit in der Ostsee zu finden war, im wesentlichen aus an-

organischer Substanz bestand, die der Normierungssubstanz ähnlich war, was auch erwartet werden konnte.

Wenn die Teilchendurchmesser $D^{4,5}$ und $D^{7,5}$ mehr als 1μ voneinander abweichen, dann ist das Meßergebnis als nicht übereinstimmbar mit den normierten Kurven anzusehen. Die 1μ -Grenze ist willkürlich, aber es könnte auch die relative Abweichung vom Mittelwert von 20% als solche Grenze aufgefaßt werden. Eine neue Normierung mit Stoffen, die in ihren optischen Eigenschaften mit dem gefundenen Meßwert übereinstimmen, ist nicht notwendig, wenn passende Normierungskurven vorliegen.

In der Tab. 11 sind die Werte der Station 16a aus der Bottensee vom 7. 5. bis 12. 5. 1967 dargestellt. Über die Verteilung der hydrographisch-chemischen und chemisch-biologischen Faktoren und ihre Änderungen während der Meßzeit haben NEHRING, SCHULZ, ROHDE (1969) berichtet. Die Station zeichnet sich durch hohen Gehalt an organischen Stoffen aus. Die Remineralisation bei den niedrigen Umgebungstemperaturen war gering, so daß die erzeugte organische Substanz längere Zeit erhalten blieb. Eine Zufuhr von anorganischen Substanzen aus anderen Regionen wurde nicht beobachtet.

Tabelle 11

Teilchendurchmesser aus den Extinktionsspektralkoeffizienten für die Station 16a ($62^{\circ}57,0'N$; $19^{\circ}59,2'E$) vom 7. 5. — 12. 5. 1967 in der Bottensee

Tiefe	$C_1^{4,5}$	$D^{4,5}$ (μ)	$C_1^{7,5}$	$D^{7,5}$ (μ)	$D^{4,5; 7,5}$ (μ)	$D^{4,5} - D^{7,5}$ (μ)	%
20	1,24	0,75	0,77	2,00	1,37	-1,25	45,3
30	1,17	1,40	0,70	1,30	1,35	+0,10	3,7
40	1,03	4,40	0,60	0,80	2,60	+3,60	69,2
50	1,07	3,20	0,68	1,10	2,15	+2,10	48,8
75	1,18	1,10	0,76	1,90	1,50	-0,80	26,7

Die Teilchendurchmesser wiesen erwartungsgemäß große Differenzen auf, die aus den Extinktionsspektralkoeffizienten bestimmt wurden. Auf dem 30 m-Tiefenhorizont ist die Differenz zwischen den Teilchendurchmessern $D^{4,5}$ und $D^{7,5}$ sehr gering, so daß die in dieser Schicht vorhandenen Teilchen Eigenschaften anorganischer Substanz besaßen, wie sie der Normierungssubstanz entsprechen würden. Wenn die zugehörige hydrographische Situation (NEHRING, SCHULZ, ROHDE (1969)) betrachtet wird, so liegt der 30 m-Horizont über der kalten Zwischenschicht. Es bildet sich eine Sprungschicht, an der sich die Teilchen längere Zeit halten und vollkommen mineralisiert werden können. In der darunter liegenden Schicht befinden sich Teilchen größeren Durchmessers. Diese Teilchen stimmen in ihren physikalisch-optischen Eigenschaften nicht mit der Normierungssubstanz überein, wie es die Differenzen der Tab. 11 zeigen. Sie können organischer Natur sein, aber darüber sind z. Z. noch keine Aussagen möglich. Aber sie sind jedoch nicht anorganisch-mineralisch, das ist sicher.

Die Extinktionsspektralkoeffizienten sind je nach Normierung in der Lage, die Durchmesser der Teilchen anzugeben und darüber hinaus übereinstimmende

oder abweichende physikalisch-optische Eigenschaften gegenüber der Normierungssubstanz eindeutig auszuweisen und damit Aussagen zu machen, ob die untersuchten Substanzen vorwiegend organischer oder anorganischer Natur sind.

2.2.3.6. Vergleich der experimentell zu theoretisch bestimmten Extinktionsspektralkoeffizienten

BURT (1956) wendete die MIE-Theorie der Lichtstreuung auf die Bestimmung der Partikeldurchmesser an. Dabei bestimmte er die Extinktion über einen größeren Spektralbereich, normierte die Extinktionswerte bei 600 nm und benutzte die Verhältnisse der Extinktion 400/600 und 800/600 nm, ohne einen direkten Vergleich zwischen mineralischen Teilchen bekannter Durchmesser zu führen.

Ausgehend von den theoretisch bestimmten Streukoeffizienten nach BURT (1955), werden für die Wellenlängen 425, 525 und 725 (nm) die zugehörigen Streuwerte für die einzelnen Durchmesser abgelesen und in der Tab. 12 dargestellt.

Tabelle 12

Vergleich des Extinktionsspektralkoeffizienten $C_{1th}^{y,x}$, der aus der MIE-Theorie nach BURT (1955, Fig. 2) mit $m = 1,15$ gewonnen wurde, mit dem experimentellen Extinktionsspektralkoeffizienten $C_1^{y,x}$, der aus den Messungen an mineralischen Suspensionen bestimmt wurde

$D(\mu)$	425	525	725	$C_{1th}^{4,5}$	$C_{1th}^{7,5}$	$C_1^{4,5}$	$C_1^{7,5}$
0,2	0,13	0,08	0,06	1,60	0,75		
0,4	0,69	0,41	0,20	1,55	0,50	1,60	0,50
0,6	1,42	0,96	0,50	1,53	0,52	1,58	0,52
0,8	2,20	1,66	0,96	1,32	0,57	1,32	0,59
1,2	3,41	2,81	1,87	1,22	0,67	1,17	0,69
1,6	3,45	3,52	2,81	0,98	0,78		
2,0	2,50	3,37	3,40	0,74	1,01		
3,2	2,29	1,75	2,79	1,31	1,59		

Der Vergleich der $C_{1th}^{4,5}$ - und $C_{1th}^{7,5}$ -Koeffizienten, diese Werte sind nach der MIE-Theorie bestimmt worden, zeigt mit den experimentellen $C_1^{4,5}$ - und $C_1^{7,5}$ -Koeffizienten für die Teilchendurchmesser 0,6, 0,8 und 1,2 (μ) recht gute Übereinstimmung. Aber auch für den Teilchendurchmesser bei 0,4 (μ) ist noch befriedigende Übereinstimmung anzutreffen. Dabei ist für den experimentellen Wert als maximaler Durchmesser 0,5 (μ) bestimmt worden.

Die Abweichung der theoretischen Werte ist bei großen Teilchen von den experimentellen Werten sehr groß. Beide Werte sind miteinander nicht mehr vergleichbar. In der Tab. 12 sind experimentelle Werte, die stark von den theoretischen abweichen, nicht eingetragen.

Für Teilchen, die einen Teilchendurchmesser haben, der größer als $1,6 \mu$ ist, wurde experimentell keine Extinktion, die bei 425 nm kleiner war als die des 525 nm-Bereiches, festgestellt. Die theoretischen Extinktionsspektralkoeffizienten entsprechen nicht in ihrem allgemeinen Verlauf den experimentellen Extinktionsspektralkoeffizienten bei größeren Teilchen.

Die experimentellen Werte sind grundsätzlich durch die Schlämmanalyse als richtig mit geringen Abweichungen anzusehen, und sie sind weitgehend durch die direkte Bestimmungsmethode (Mikroskop) bestätigt worden.

2.2.3.7. Der Zusammenhang zwischen Extinktion, Konzentration und der Teilchengröße

Der Zusammenhang zwischen der Extinktion und der Konzentration läßt sich für die einzelnen Teilchenfraktionen auf gleiche Weise wie die Extinktions-spektralkoeffizienten graphisch oder rechnerisch ableiten. Hier wird die graphische Ableitung bevorzugt und in der Abb. 8 dargestellt. Aus der Abbildung ist sofort ersichtlich, daß für die einzelnen spektralen Extinktionen unterschiedliche Verhältnisse zwischen Extinktion und Konzentration bestehen. Die spektralen Extinktions-Konzentrationskoeffizienten, die die Größe der Extinktion bei 1 mg trockener anorganischer Substanz pro Liter Wasser anzeigen, nehmen mit der Zunahme des Spektralbereiches ab.

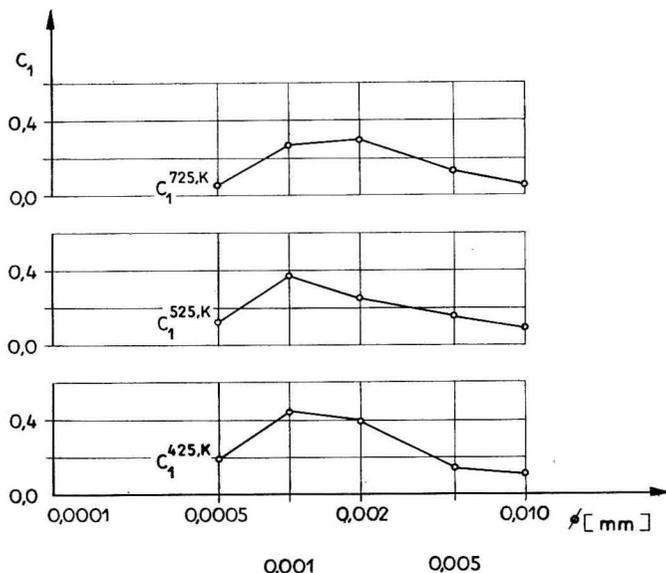


Abb. 8. Darstellung der Extinktions-Konzentrationsbeziehungen in drei Spektralbereichen (425, 525 und 725 nm) für die Teilchendurchmesserfraktion 0,0005 bis 0,010 mm

In der Tab. 13 sind die Extinktions-Konzentrationskoeffizienten für die Teilchenfraktionen und die zugehörigen Spektralbereiche eingetragen. Aus der Tab. 13 ist abzulesen, daß die Extinktions-Konzentrationskoeffizienten von dem Teilchendurchmesser und dem Spektralbereich abhängig sind. Da die spektralen Extinktions-Konzentrationskonstanten nicht Null sind, müssen für die Aufstellung der Extinktions-Konzentrationsbeziehungen Messungen bei min-

Tabelle 13

Die Extinktions-Konzentrationskoeffizienten $C_1^{i,K}$ und die Extinktions-Konzentrationskonstanten $C_0^{i,K}$; dabei sind für i die zugehörigen Spektralbereiche gesetzt worden (425 = 4 = i , 525 = 5 = i und 725 = 7 = i nm)

Teilchenfraktion (mm)	$C_1^{4,K}$	$C_1^{5,K}$	$C_1^{7,K}$	$C_0^{4,K}$	$C_0^{5,K}$	$C_0^{7,K}$
0,0005	0,190	0,120	0,050	0,035	0,040	0,030
0,001 — 0,0006	0,440	0,390	0,265	0,044	0,066	0,000
0,002 — 0,001	0,394	0,330	0,290	0,036	0,068	0,016
0,005 — 0,002	0,140	0,147	0,134	0,180	0,116	0,098
0,01 — 0,005	0,109	0,102	0,086	0,005	-0,010	0,008

destens zwei unterschiedlichen Konzentrationen erfolgen, um nicht unrichtige Extinktions-Konzentrationskoeffizienten zu benutzen.

Die Extinktions-Konzentrations-Koeffizienten der Tab. 13 sind in der Abb. 9 graphisch für die drei Spektralbereiche in Abhängigkeit von dem größten Teilchendurchmesser der Fraktion dargestellt.

Aus der Darstellung in Abb. 9 ist ersichtlich, daß die Extinktions-Konzentrationskoeffizienten für die Teilchendurchmesserfraktionen unterschiedliches Verhalten aufweisen.

Nach EDELMANN (1964) nimmt die Extinktion mit der Zunahme des Gesamtvolumens der Teilchen zu, wenn die Teilchen kleiner als die Lichtwellenlänge sind. Das ist erklärlich, weil mit der Zunahme des Gesamtvolumens und damit sich vergrößernder wirksamer Fläche, die auf das Licht einwirken kann, ohne daß es dabei zur Reflexion der Strahlung kommt, die Extinktion proportional dem Gesamtvolumen der Teilchen ist. Wenn die Teilchen größer als die Lichtwellenlänge sind, dann wird das Licht von deren Oberfläche reflektiert und die Extinktion vermindert sich pro Gesamtvolumen der Teilchen, und zwar

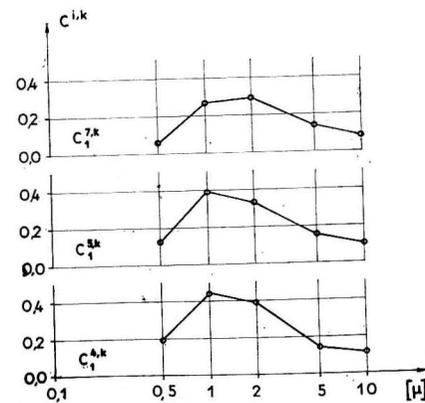


Abb. 9. Darstellung der Extinktionskonzentrationskoeffizienten der drei Spektralbereiche (425, 525 u. 725 nm) in Abhängigkeit von der Größe des Teilchendurchmessers der Fraktionen in $\mu = 10^{-3}$ mm

$E \sim V^{1/3}$. Für Teilchen, die wesentlich größer als die Lichtwellenlänge sind, vermindert sich die Extinktion um $E \sim V^{-1/3}$.

Diese Tatsachen gelten auch für die mehrfach überprüften experimentellen Befunde in der Abb. 8. Dort beginnt die Abnahme der Extinktion pro Gesamtvolumen erst bei Teilchen, die wesentlich größer als die Lichtwellenlänge sind. Es wird auch offensichtlich, daß für den vorliegenden Bereich der Teilchendurchmesser eine Berechnung der Extinktions-Konzentrationsbeziehung aus dem Teilchendurchmesser nicht ohne Einschränkungen möglich ist. Es ist in jedem Fall der Gültigkeitsbereich der Zunahme bzw. Abnahme der Extinktion mit dem Gesamtvolumen und dem Teilchendurchmesser zu prüfen.

An einem Beispiel aus der südlichen Ostsee soll die Verteilung der Konzentration von schwebenden Teilchen gezeigt werden. Die Messungen wurden auf der Position 55°11,4' N und 17°04,0' E am 30. 9. 1967 mit dem PULFRICH-Photometer ausgeführt. In der Tab. 14 sind die nach dem Extinktionsspektalverfahren ermittelten Konzentrationen eingetragen.

Tabelle 14
Konzentrationsverteilung auf der Station 2d vom 30. 9. 1967 in mg/l

Tiefe (m)	G^{420}	G^{530}	G^{720}	\bar{G}	s	%
0,5	0,93	0,66	0,72	0,77	0,08	10,4
10	0,94	0,68	0,64	0,75	0,09	12,0
20	1,08	0,89	0,81	0,93	0,07	7,5
30	0,69	0,44	0,43	0,52	0,08	15,4
40	0,67	0,51	0,40	0,52	0,07	13,5
50	0,60	0,41	0,40	0,47	0,06	12,8
60	0,58	0,42	0,36	0,45	0,05	11,1
70	0,51	0,36	0,28	0,38	0,06	15,8
75	0,58	0,38	0,33	0,43	0,07	16,3

In der ersten Spalte der Tab. 14 sind die Tiefen und in der zweiten, dritten und vierten Spalte sind die Konzentrationen, die aus den entsprechenden spektralen Extinktionen gewonnen wurden, eingetragen. Der Mittelwert der Konzentration G ist in der fünften Spalte und die absolute Abweichung vom Mittelwert s ist in der sechsten Spalte eingetragen. Die prozentuale Abweichung vom Mittelwert ist in der letzten Spalte verzeichnet.

Die Konzentrationen in der Tab. 14 wurden auf folgende Weise ermittelt:

1. Bestimmung der Teilchengröße nach Tab. 14 aus den Extinktionsspektalkoeffizienten durch lineare Interpolation oder Ablesen der Teilchengröße aus der Abb. 7.
2. Bestimmung der Extinktionsspektalkoeffizienten nach Tab. 13 durch lineare Interpolation für die betreffende Teilchengröße oder Ablesen des $C_1^{i,K}$ aus der Abb. 9.
3. Bestimmung der Konzentration aus den Extinktionswerten C^i nach der Beziehung $C^i = C^i/C_1^{i,K}$ (mg/l).

4. Aus den Konzentrationen G^i der drei Spektralbereiche ist der Mittelwert, die absolute und die relative Abweichung zu bilden.

Für die Bestimmung der Extinktionskonzentrationskoeffizienten wurde die mittlere Teilchengröße des Schnittes 2 (0,96 μ) bei den drei Extinktionsspektalbereichen benutzt, und daraus ergaben sich nach Tab. 13 folgende $C_1^{i,K}$: $C_1^{420,K} = 0,440$; $C_1^{530,K} = 0,350$; $C_1^{720,K} = 0,250$.

Nach der Annahme, daß die physikalisch-optischen Eigenschaften der Teilchen im Meer gleich den Teilchen aus den Laboruntersuchungen seien, mußte eine Übereinstimmung der Konzentrationen in allen drei Spektralbereichen erwartet werden. Die prozentuale Abweichung des Gesamtergebnisses in der Tab. 14 weist noch eine befriedigende Konzentrationsbestimmung aus. Die Konzentrationsbestimmungen werden besser, wenn der Einfluß der Färbung oder Lösung mit Hilfe der zugehörigen Extinktionsspektalkonstanten korrigiert wird.

Nach PUSTELNIKOV (1967) können in der nördlichen Ostsee von Juni bis September 0,5 bis 12,4 mg/l suspendierende Stoffe angetroffen werden, ihre Bestimmung erfolgte mit der Filtermethode. Bei anderen Autoren (KREY/SZEKIELDA 1966) liegen die Konzentrationen bei 0,18 bis 1,55 mg/l.

Wie aus den Angaben der zitierten Autoren zu ersehen ist, ist die mittlere Konzentration auf der Station 2d mit hoher Wahrscheinlichkeit als reeller Wert anzusehen.

2.3. Zusammenfassung

Die Extinktionsspektalkoeffizienten und -konstanten können aus Extinktionsmessungen der verschiedenen Spektralbereiche im Meer durch rechnerische oder graphische Methoden abgeleitet werden.

Die graphische Methode ist in der Anwendung sehr anschaulich und läßt sich ohne besondere technische Mittel benutzen. Die rechnerische Methode erlaubt zusätzliche statistische Parameter zu bestimmen, die die Aussageleistung der Extinktionsspektalkoeffizienten und -konstanten erhöhen.

Aus der Diskussion der Ableitungsmethoden ergibt sich die Notwendigkeit, über die Eigenschaften der Extinktionsspektalkoeffizienten und -konstanten Annahmen vorzunehmen.

Für die Prüfung der Annahmen der Extinktionsspektalfunktionen im Labor wurden mineralische Partikel benutzt, die aus Kernen der Bodenproben der Ostsee gewonnen wurden.

Die direkte Bestimmung der Partikeldurchmesser erfolgte mit dem Mikroskop.

Zur Trennung der Teilchengrößen wurde die Schlämmanalyse unter Benutzung der STOKESSchen Formel verwendet.

Um aus den Beziehungen Extinktion-Extinktion der verschiedenen Spektralbereiche Verbindungen zu finden, wurde ein Gedankenexperiment mit ange-

nommenen Zahlen ausgeführt. Im Gedankenexperiment konnte gezeigt werden, daß zwischen den Beziehungen der Extinktion-Konzentration und den Beziehungen der Extinktion-Extinktion enge Verbindungen existieren. Durch ein zweites Gedankenexperiment unter Variation der angenommenen Extinktionswerte und der Bedingungen konnte der Charakter der Extinktionsspektralkonstanten weitgehend bestimmt werden.

Im Labor wurde die Stabilität der künstlich erzeugten Suspensionen anhand von Fallversuchen in Abhängigkeit von der Zeit untersucht. Die anorganische Testsuspension mit dem Teilchendurchmesserbereich von 0,01 bis 0,005 mm wurde ausführlich diskutiert. Der Versuch ergab, daß die größten Teilchen in dem Teilchendurchmesserbereich für das Verhalten der Extinktion in erster Linie verantwortlich sind. Die weiteren Teilchendurchmesserbereiche sind in ihrem zeitlichen Verhalten nur geringen Änderungen unterworfen.

Die Abhängigkeit der Extinktionsspektralkoeffizienten von der Teilchengröße konnte durch die experimentellen Untersuchungen nachgewiesen und durch die Werte in Tabellen sowie Graphiken veranschaulicht werden.

Die Annahmen über den Charakter der Extinktionsspektralfunktion fanden durch die Laboruntersuchungen ihre volle Bestätigung. Die Extinktionsspektralkoeffizienten sind für die Bestimmung der Teilchengrößen nach einer Normung mit einer Suspension, deren optisch-physikalische Eigenschaften bekannt sind, verwendbar.

Ein Schema zur Bestimmung der Teilchengrößen aus den Extinktionsspektralkoeffizienten wird angegeben.

Aus der Anwendung der Extinktionsspektralkoeffizienten für die Bestimmung der Teilchengrößen im Meer ergibt sich die Schlußfolgerung, daß die Extinktionsspektralkoeffizienten nur dann für die Bestimmung der Teilchengrößen verwendbar sind, wenn die Teilchen der Normsubstanz und die Teilchen im Meer gleiche optisch-physikalische Eigenschaften besitzen. Die Extinktionsspektralmethode erlaubt, durch die Bestimmung von zwei Teilchengrößen auf Grund der beiden Extinktionsspektralkoeffizienten an der gleichen Probe die Gleichheit bzw. Ungleichheit der optisch-physikalischen Eigenschaften zu prüfen.

Ein Vergleich der Teilchengröße der Testsuspension mit den theoretischen Werten aus der MIE-Theorie nach BURT (1955) zeigt bei kleinen Teilchen sehr gute Übereinstimmung.

Der Zusammenhang der Extinktion mit der Konzentration in Abhängigkeit von der Teilchengröße wurde untersucht. Die Extinktionskonzentrationskoeffizienten sind von der Teilchengröße und von dem benutzten Spektralbereich für die Extinktionsmessungen abhängig. Suspensionen, bei denen eine mittlere Teilchengröße mit sehr kleiner Abweichung bestimmt werden konnte, ergaben immer die gleichen Konzentrationen, die aus dem Extinktionskonzentrationskoeffizienten und den spektralen Extinktionen berechnet werden konnten.

Die Konzentrationsverteilung auf der Station 2 d in der Ostsee vom 30. 9. 1967 wurde mit der Extinktionsmethode ermittelt. Die mittlere relative Abweichung der Konzentration schwankte von 7,5 bis 16,3%.

Recht herzlich möchte ich Herrn Dozenten Dr. habil. P. HUPFER, Herrn Dr. K. VOIGT und Herrn Professor Dr. E. BRUNS für die Unterstützung bei dieser Arbeit danken.

Für die labormäßige Gewinnung der Werte und ihre technische Bearbeitung möchte ich Frau U. KUBBERNUSS und Herrn R. SCHWABE sowie Frau P. FRIESE für das Schreiben des Manuskripts auf das herzlichste danken.

3. Literatur

- ATKINS, W. R. G., PAMELA, F. R. S., JENKINS, G. und WARREN F. J., The Suspended Matter in the Sea Water and its Seasonal Changes as Affecting the Visual Range of the Secchi Disc. *J. Mar. biol. Ass. U. K.* **33** (1954), 497–509.
- ATKINS, W. R. G. und POOLE, H. H., An Experimental Study of the Scattering of Light by Natural Waters. *Proc. Roy. Soc. (London) Ser. B* **140** (1952), 321–338.
- BECACOS-KONTOS, T. und SVANSSON, A., Relation between Primary Production and Irradiance. *Marine Biology* **2** (1969), 2, 140–144.
- BURT, W. V., Specific Scattering by Uniform Minerogenic Suspensions. *Tellus* **6** (1954), 3, 229–231.
- BURT, W. V., Interpretation of Spectrophotometer Readings on Chesapeake Bay Waters. *J. Marine Res.* **14** (1955a), 33–46.
- BURT, W. V., Distribution of Suspended Materials in Chesapeake Bay. *J. Marine Res.* **14** (1955b), 47–62.
- BURT, W. V., A Light-Scattering Diagram. *J. Marine Res.* **15** (1956), 76–80.
- BURT, W. V., Selective Transmission of Light in Tropical Pacific. *Waters Deep-Sea Research* **5** (1958), 51–61.
- CHANU JAUQUES, Extraction de la Substance jaune dans les eaux côtières. *Revue D'Optique* **38**, u° **12** (1959), 569–572.
- CLARKE, G. L., Laboratory Analysis of the Selective Absorption of Light by Sea Water. *J. Optical Soc. Am.* **29** (1939), 43–55.
- DERA, J. und OLSZEWSKI, J., On the Natural Irradiance Fluctuations Affecting Photosynthesis in the Sea. *Acta Geophysica Polonica V.* **XV** (1967), 4, 351–364.
- DIETRICH, G. und KALLE, K., Allgemeine Meereskunde. Gebrüder Bornträger Berlin-Nikolassee (1957).
- DOBBINS, R. A. und JIZMAGIAN, G. S., Optical Scattering Cross Sections for Polydispersions of Dielectric Spheres. *J. Optical Soc. Am.* **56** (1966), 10, 1345–1350.
- DOBBINS, R. A. und JIZMAGIAN, G. S., Particle Size Measurements Based on the Mean Scattering Cross Sections. *J. Optical Soc. Am.* **56** (1966), 10, 1351–1354.
- DUNTLEY, S. Q., Light in the Sea. *J. Optical Soc. Am.* **53** (1963), 2, 214–233.
- EDELDMANN, K., Lehrbuch der Kolloidchemie Bd. II. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin (1964).
- EDELDMANN, K., Lehrbuch der Kolloidchemie Bd. I. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin (1968).
- EGOROV, N. J., Fizičeskaja Okeanografija, S. 76–103, Gidrometeorologičeskoe izdatelstvo (1966).
- FOIZIK, L., Über die spektrale Lichtdurchlässigkeit von Naturnebel. *Meteorol. Z.* **52** (1935), 458–460.
- FOIZIK, L. und HINZPETER, H., Sonnenstrahlung und Lufttrübung. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G. Leipzig (1958).

- FOREL, F. A., Transparenz und Farbe des Bodenseewassers. Schriften des Vereins für Geschichte des Bodensees und seiner Umgebung, Lindau i. B., S. 33—52 (1893).
- FUKUDA, M., Transparency Measurements in the Baltic Sea. K. Vet. O. Vitterh. Samh. Handl. F 6, Ser. B, 8 (1960), No. 05.
- GOHS, L., Tyndall- und Extinktionsmessungen in ausgewählten Meeresgebieten. Beiträge zur Meereskunde, H. 20 (1967a).
- GOHS, L., Beziehungen zwischen hydrooptischen und hydrographischen Parametern in den Mulden der Ostsee. Beiträge zur Meereskunde, H. 21 (1967b).
- GORDEEV, E. J., Količestvennoe raspredelenie včesi v tošče vod severnoj i centralnoj častej indijskogo okeana. Okeanologija X (1970), 1, 76—84.
- HEPPESTONE, G. W. und LEWIS, P. C., Light Transmission Measurements on Suspensions. Brit. J. Appl. Phys. 18 (1967), 1321—1325.
- IVANOFF, A., Measurement at Sea of Water Samples. Tenth Pacific Science Congress Series Light in the Sea Honolulu, Hawaii, S. 11—17 (1961).
- JERLOV, N. G., Optical Studies of Ocean Water. Rept. Swedish Deep-Sea Expedition 3 (1951), 1—59.
- JERLOV, N. G., Particle Distribution in the Ocean. Rept. Swedish Deep-Sea Expedition 3 (1953), 73—97.
- JERLOV, N. G., The Particulate Matter in the Sea a Determined by Means of the Tyndall Meter. Tellus 7 (1955a), 218—225.
- JERLOV, N. G., Factors Influencing the Transparency of the Baltic Waters. K. Vet. O. Vitterh. Samh. Handl. F. 6, Ser. B, 6 (1955b), No. 014, 3—19.
- JERLOV, N. G., A Transparency-Meter for Ocean Water. Tellus 9 (1956), 229—233.
- JERLOV, N. G., Optical Measurements in the Eastern North Atlantic. K. Vet. O. Vitterh. Samh. Handl. F. 6, Ser B, 8 (1961), No. 11.
- JERLOV, N. G., Optical Oceanography. Oceanog. Marine Biol. Ann. Rev. 1 (1963), 89—114.
- JERLOV, N. G., Optical Classification of Ocean Water. In: Physical Aspects of Light in the Sea. Univ. Hawaii Press, Honolulu, Hawaii, S. 45—49 (1964).
- JERLOV, N. G., Factors Influencing the Colour of the Oceans. Studies on Oceanography, S. 260—264 (1964).
- JERLOV, N. G., Optical Oceanography. Elsevier Publishing Company, Amsterdam-London-New York (1968).
- JERLOV, N. G. und NYGARD, K., Inherent Optical Properties Computed from Radiance Measurements in the Baltic. Københavns Universitet, Institut for Fysisk Ozeanografi, Report No. 1 (1968).
- JERLOV, N. G. und NYGARD, K., Influence of Solar Elevation on Attenuation of Underwater Irradiance. Københavns Universitet, Institut for Fysisk Oceanografi, Report No. 4 (1969).
- JERLOV, N. G., Oceanic Light Scattering Properties Related to Dynamic Conditions. Københavns Universitet, Institut for Fysisk Oceanografi, Report No. 7 (1969).
- JOSEPH, J., Über die Extinktion des Lichtes im Meerwasser und ihre Messung. Dissertation Hamburg (1946).
- JOSEPH, J., Meeresoptik. Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik Bd. III. Astronomie und Geophysik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 441—459 (1952).
- KALLE, K., Meereskundliche, chemische Untersuchungen mit Hilfe des ZEISSschen PULFRICH-Photometers I. Mitt. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 59 (1931), 313—317.
- KALLE, K., Meereskundliche, chemische Untersuchungen mit Hilfe des ZEISSschen PULFRICH-Photometers II. Mitt. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 61. (1933), 124.
- KALLE, K., Meereskundliche, chemische Untersuchungen mit Hilfe des ZEISSschen PULFRICH-Photometers III. Mitt. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 62 (1934), 65—74 und 96—102.
- KALLE, K., Meereskundliche, chemische Untersuchungen mit Hilfe des ZEISSschen PULFRICH-Photometers IV. Mitt. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 63 (1935a), 58—65.

- KALLE, K., Meereskundliche, chemische Untersuchungen mit Hilfe des ZEISSschen PULFRICH-Photometers V. Mitt. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 63 (1935b) 195—204.
- KOLP, O., Die Sedimente der westlichen und südlichen Ostsee und ihre Darstellung. Beiträge zur Meereskunde, H. 17/18, (1966), 59—60.
- KORTÜM, G., Kolorimetrie-Photometrie und Spektrometrie. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1962).
- KOZLJANINOV, M. V., Rukovodstvo po gidrooptičeskim izmerenijam v more. Trudy instituta Okeanologii XLVII (1961), 37—79.
- KOZLJANINOV, M. V. und OVCINNIKOV, J. M., O svjazii prozračnosti vod s tecenijami v severovostočnoj časti tichogo okeana. Trudy instituta Okeanologii XLV (1961), 101—112.
- KRÜMMEL, O., Der Ozean. Eine Einführung in die allgemeine Meereskunde. Wien-Leipzig-Prag. (1902).
- KULLENBERG, G., Scattering of Light by Sargasso Sea Water. Deep-Sea Research 15 (1968), 423—432.
- LAUSCHER, F., Sonnen- und Himmelsstrahlung im Meer. Handbuch der Geophysik VIII (1955), 723—768.
- LE GRAND, E., La pénétration de la lumière dans la mer. Annales de l'Institut Océanographique, Paris 19 (1939), 393—436.
- LINDER, A., Statistische Methoden. Birkenhäuser Verlag Basel und Stuttgart (1960).
- LINKE, F., Sonnen- und Himmelsstrahlung. Handbuch der Geophysik. VIII (1942), 120—238.
- LISITZIN, E., Über die Durchsichtigkeit des Wassers im nördlichen Teil des Baltischen Meeres. Fennia 65 (1938), 3, 1—22.
- LUKSCH, Untersuchungen über die Transparenz und Farbe des Seewassers. Druckschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 69 (1901), 400—473, Wien.
- MARSHALL, S. M., The Production of Microplankton in the Great Barrier Reef Region. Sci. Rep. Gr. Barrier Reef Expt. 2 (1933), 5, 111—157.
- MAKSUMOW, A. N. und SCHLAFMAN, M. M., O vozmožnosti predelenija koncentrazii wzvesi optičesk im metodom. Okeanologija X (1970), 4, 722—725.
- MIE, G., Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. Annalen der Physik 25 (1908), 3, 377—445.
- MOREL, A., Etude expérimentale de la diffusion de la lumière par l'eau, les solutions de chlorure de sodium et l'eau de mer optiquement pures. J. Chem. Phys., H. 10 (1966), 1359—1366.
- MOREL, A., Note au sujet des constantes de diffusion de la lumière pour l'eau et l'eau de mer optiquement pures. Cahiers océanographiques 20 (1968), 157—161.
- NEHRING, D., SCHULZ, S. und ROHDE, K.-H., Untersuchungen über die Produktivität der Ostsee. Beiträge zur Meereskunde, H. 23 (1969), 5—36.
- NEUJMIN, G. G., Issledovanija neodnorodnostej raspredelenija optičeskich charakteristik vod morej i okeanov Morskije gidrofizičeskie issledovanija. Ak. Nauk USSR 2 (1969), 44, 183—199.
- NEUJMIN, G. G., Issledovanija neodnorodnostej raspredelenija optičeskich charakteristik vod morej i okeanov Morskije gidrofizičeskie issledovanija. Ak. Nauk USSR 3 (1969), 45, 126—159.
- OČAKOVSKIJ, JU. E., O zavisimosti pokazatelja oslablenija sveta ot soderžaščeisja v more vzvesi. Trudy instituta okeanologii 77 (1965), 35—40.
- OČAKOVSKIJ, JU. E., O sopostavlennij izmerennyh i rasčetyh indikatoris rassejaniga morskij vody. Trudy instituta okeanologii 77 (1965), 125—130.
- PETROV, B. M., Prozračnost i svet vody Ladoshskogo ozera. Hidrochimija i Gidrooptika ladoshskogo ozera. Ak. Nauk USSR, Laboratorija Ozerowedenija lgu 23 (1967), 156—215.
- POHL, R. W., Optik und Atomphysik. Springer-Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg (1958).
- POOLE, H. H. und ATKINS, W. R. G., Photo-electric Measurements of Submarine Illumination throughout the Year. M. Marine Biological Ass. of U. K. XVI (1929—30), 297—324.

- POSTMA, H., Suspended Matter and Secchi Disc Visibility in Coastal Waters. Netherlands Journal of Sea Waters **1** (1961), 3, 359–390.
- PREISENDORFER, R. W., A Mathematical Foundation for Radiative Transfer Theory. J. Math. and Mech. **6** (1957), 685–730.
- PREISENDORFER, R. W., Functional Relations for the R and T Operations on Planeparallele Media. National Academy of Sciences, Proceedings **44** (1958), 4, 323–327.
- PREISENDORFER, R. W., Theoretical Proof of the Existence of Characteristic Diffuse Light in Natural Waters. J. of Marine Res. **18** (1959), 1, 1–9.
- PREISENDORFER, R. W., Application of Radiative Transfer Theory to Light Measurements in the Sea. IUGG Symposium on Radiant Energy in the Sea, Helsinki 4–5 August. Monograph No. 10 (1961), 83–91.
- PREISENDORFER, R. W., A Survey of Theoretical Hydrologic Optics. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **8** (1968), 325–338.
- PUSTELNIKOV, O. S., Kolicestvennoe raspredelenie vzvesi v centralnoj i jugo-vostocnoj castjach Baltijskogo morja. Okeanologija **6** (1969), 1018–1030.
- SASAKI, TADAYOSHI, GOHACHIRO OSHIBA und MOTOAKI KISHINO, 4π -Underwater Irradiance Meter. J. Oceanogr. Soc. Japan **22** (1966), 4, 123–128.
- SHELLENBERGER, G., Die Form der räumlichen Strahlungsverteilung in Gewässern. Acta Hydrophysica **14** (1969), 207–235.
- SMITH, R. D., An Underwater Spectral Irradiance Collector. J. Marine Research **27** (1969), 3, 341–351.
- ŠULEJKIN, W. W., Optika morja. Fizika morja, S. 677–757, Izdatelstvo, Nauka, Moskva (1968).
- TYLER, J. E., Measurement of the Scattering Properties of Hydrosols. J. Optical Soc. Am. **51** (1961), 1289–1293.
- TYLER, J. E. und SMITH, RAYMOND C., Submersible Spectroradiometer. J. Optical Soc. Am. **56** (1966), 10, 1390–1396.
- TYLER, J. E., The Blue Sea. The Physics Teacher, Nov. (1967).
- VAN DE HULST, G., Rassejanje sveta malymi časticami. Izdatelstvo inostranoj literatury, Moskva (1961).
- VOLLENWEIDER, R. A., Sichttiefe und Produktion. Verh. internat. Ver. Limnol. **XIII** (1958), 142–143.
- ZIEGENBEIN, J., Trübungsmessungen im Persischen Golf und im Golf von Oman. „Meteor“ Forschungsergebnisse, Reihe A, No. 1 (1966), 59–79.

Anschrift des Verfassers:

Dr. L. GOHS, Institut für Meereskunde der AdW
DDR – 253 Rostock-Warnemünde

Tabellen zum Refraktionsgesetz in der Atmosphäre und im Meer

Von GÜNTHER SAGER

Zusammenfassung: Nach einem historischen Rückblick auf die Entstehung des Refraktionsgesetzes und seine Anwendung in der Atmosphäre und im Meerwasser werden zunächst die Werte der Totalreflexion gegeben. Daran schließen sich Tabellen für Emissionswinkel zwischen $\pm 30^\circ$ gegen die Horizontale. Für Abgangswinkel außerhalb dieses Bereichs wird eine Näherungsform des Refraktionsgesetzes für den Differenzwinkel angegeben.

Schon in der Antike sind metallene Spiegel in planer oder gekrümmter Ausführung bekannt gewesen. Das Reflexionsgesetz der Lichtstrahlen wurde im dritten Jahrhundert v. u. Z. von EUKLID erwähnt. Ebenfalls im Altertum war bereits die atmosphärische Refraktion bekannt. Die Vorgänge bei der Lichtbrechung wurden um 130 von PTOLEMÄUS eingehend beobachtet, ohne daß er ihnen jedoch eine Gesetzmäßigkeit zuordnen konnte. Von dem arabischen Forscher ALHAZEN stammt aus der Zeit um 1050 die Erkenntnis, daß einfallender und gebrochener Lichtstrahl mit dem Einfallslot in der gleichen Ebene liegen. 1604 entdeckte KEPLER die totale Reflexion, nachdem im 16. Jahrhundert bereits die ersten Refraktionstabellen in Mode gekommen waren.

Den entscheidenden Schritt tat um 1625 der Holländer SNELL VAN ROIJEN in Leiden. Er erkannte, daß Lichtstrahlen, die zentral in eine Kreisebene treten, deren Durchmesser zwei optisch verschiedene Medien trennt, die in der Abb. 1 eingetragenen Strecken e_1 und e_2 stets verhältnismäßig abschneiden, also

$$\frac{e_1}{e_2} = \text{konst.}$$

ist. Diese Proportion ist nach Abb. 1 identisch mit

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{e_1}{e_2} = \text{konst.},$$

eine Form, die zur Zeit von SNELLIUS noch nicht eingebürgert war.

Eine universellere Deutung des Brechungsgesetzes geht auf den mehr theoretisch orientierten FERMAT (1665) zurück. Nach ihm ist folgender Satz benannt:

Wenn ein Licht- oder Schallstrahl von einem Punkt P_1 nach einem in dem gleichen oder einem anderen Medium liegenden Punkt P_2 verläuft und dabei

reflektiert oder gebrochen wird, so ist die für den Strahlenweg erforderliche Gesamtzeit ein Extremum und zwar im allgemeinen ein Minimum.

Diese Erkenntnis ist um so höher einzuschätzen, als um jene Zeit die Infinitesimalrechnung noch nicht zur Verfügung stand, über die unabhängig voneinander LEIBNIZ und NEWTON (1684) publizierten; desgleichen waren die Vorstellungen über die Geschwindigkeit von Licht und Schall noch relativ vage.

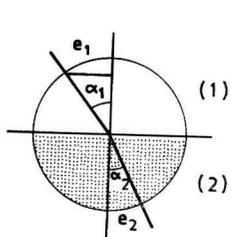


Abb. 1

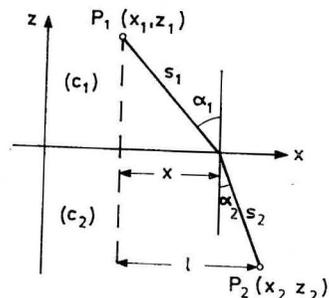


Abb. 2

Zur Ableitung des Satzes über die Refraktion dient die Abb. 2. Man hat als Formulierung

$$t_1 + t_2 = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} \rightarrow \text{Extremum.}$$

Für die zum Extremum bestimmte Funktion folgt somit

$$\frac{\sqrt{x^2 + z_1^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(l-x)^2 + z_2^2}}{c_2} = f(x)$$

und als Bedingung $f'(x) = 0$

$$\frac{2x}{c_1\sqrt{x^2 + z_1^2}} - \frac{2(l-x)}{c_2\sqrt{(l-x)^2 + z_2^2}} = 0$$

oder

$$\frac{1}{c_1} \frac{x}{s_1} - \frac{1}{c_2} \frac{l-x}{s_2} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sin \alpha_1}{c_1} - \frac{\sin \alpha_2}{c_2} = 0$$

und schließlich

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

als Relation zwischen Einfallswinkel und Brechungswinkel und den Geschwindigkeiten in beiden Medien. Die Prüfung, ob ein Minimum oder Maximum vorliegt, wurde erst nach FERMAT vorgenommen.

Zur weiteren Interpretation dieser Gleichung war die Messung der Lichtgeschwindigkeit Voraussetzung, mit der sich 1676 der Däne RØMER in Paris über Beobachtungen des Jupitermondes befaßte. Einen anderen Weg über die

Aberration von Lichtstrahlen in einem Fernrohr beschriftet BRADLEY (1728). Rein „terrestrisch“ wurde die Aufgabe erst 1849 von dem Franzosen FIZEAU und fünf Jahre später von seinem Landsmann FOUCAULT gelöst, womit es auch möglich wurde, anstelle von Vakuum oder Luft andere Medien in den Weg der Lichtstrahlen zu bringen. Daraus resultieren weitere Folgerungen zum Refraktionsgesetz. Bezeichnet c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, die als frequenzunabhängige Größe mit dem Wert

$$c_0 = 299\,793 \text{ km s}^{-1}$$

bekannt ist, so gilt in einem beliebigen Medium mit der für einzelne Wellenlängen verschiedenen Geschwindigkeit c des Lichts

$$\frac{c_0}{c} = n \quad \text{mit} \quad n > 1,$$

wobei n der ebenfalls frequenzabhängige absolute Brechungsindex des betreffenden Mediums ist. Die damit verknüpfte verschiedene Brechung farbigen Lichts war schon NEWTON (1672) und weniger präzise etwas früher HOOKE in praxi bekannt.

Für eine Wellenlänge von $587,6 \text{ nm} = 5876 \text{ \AA}$ (gelb-orange Spektrallinie des Heliums) hat man in trockener Luft bei 760 mm Hg und $0 \text{ }^\circ\text{C}$ einen absoluten Brechungsindex von $n = 1,000\,293$, womit man der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum sehr nahe bleibt, weil $c = 299\,705 \text{ km s}^{-1}$ wird. Bei luftgesättigtem destillierten Wasser von $15 \text{ }^\circ\text{C}$ hat man bei derselben Wellenlänge und 760 mm Hg $n = 1,333\,440$, womit eine Lichtgeschwindigkeit von $c = 224\,827 \text{ km s}^{-1}$ verknüpft ist.

In Meerwasser wurde der Brechungsindex für Kopenhagener Normalwasser bestimmt, wobei als Wellenlänge anfangs $587,6 \text{ nm}$ genommen wurde. Man findet die Werte meistens als Differenzen gegen einen festen Wert angegeben und kann dann die Lichtgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Salzgehalt über

$$c = \frac{c_0}{n}$$

bestimmen. Einen Überblick der Abhängigkeit liefert die Tab. 1.

Tabelle 1

Lichtgeschwindigkeit in Meerwasser in km s^{-1} bei 760 mm Hg für $\lambda = 589,3 \text{ nm}$

$S^\circ/_{\infty}$	$t \text{ }^\circ\text{C}$				
	0	10	20	30	40
0	224 732	224 785	224 904	225 080	225 305
10	224 402	224 468	224 595	224 776	225 006
20	224 072	224 151	224 287	224 473	224 707
30	223 743	223 836	223 979	224 171	224 411
40	223 416	223 521	223 673	223 870	224 114

Beim Schall hat man in CO₂-freier, trockener atmosphärischer Luft von 0 °C und 760 mm Hg mit v statt c

$$v_0 = 331,6 \text{ m s}^{-1}$$

und bei einer Temperatur von t °C den druckunabhängigen Ausdruck

$$v_t = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273,15^\circ}}$$

In reinem Wasser beobachtet man bei 760 mm Hg und dem Dichtemaximum von 4 °C $v = 1400 \text{ m s}^{-1}$ und bei $t = 25$ °C den Betrag $v = 1460 \text{ m s}^{-1}$.

Im Meerwasser nimmt der Schall in komplizierter Weise mit der Temperatur t , dem Salzgehalt S und dem Druck p zu. Eine grobe Vorstellung der auftretenden Werte gibt die auf den mittleren Salzgehalt des Weltmeeres von 35⁰/₀₀ bezogene Tab. 2, der Korrekturen für S beigefügt sind.

Tabelle 2
Schallgeschwindigkeit in Meerwasser in m s^{-1} bei 35⁰/₀₀ S

p dezibar	t			
	0°	10°	20°	30 °C
0	1449	1490	1522	1546
2000	1482	1523	1555	1579
4000	1516	1555	—	—
6000	1552	—	—	—
8000	1587	—	—	—
10000	1624	—	—	—

Korrekturen für 10⁰/₀₀ S (genähert)

t	0°	10°	20°	30 °C
Δv	± 14,0	± 13,0	± 11,9	± 10,6

Hat man die Refraktion zwischen zwei Medien 1 und 2 mit den auf eine bestimmte Wellenlänge orientierten Lichtgeschwindigkeiten c_1 und c_2 , so gilt aus $c_0/c_1 = n_1$ und $c_0/c_2 = n_2$ sogleich

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{n_1}{n_2},$$

wobei n_1 und n_2 als Brechungsindizes der Medien 1 bzw. 2 und ihr Quotient als relativer Brechungsindex bezeichnet werden. Damit läßt sich das Refraktionsgesetz in der Form

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{konst.}$$

schreiben.

Durchläuft ein Strahl hintereinander mehrere Medien mit den Geschwindigkeiten c_1, c_2, \dots, c_n , so gilt für jedes einzeln

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{c_1}, \quad \frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_2} = \frac{c_3}{c_2}, \quad \dots, \quad \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{n-1}} = \frac{c_n}{c_{n-1}}$$

und kombiniert

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_1} = \frac{c_n}{c_1}.$$

Sowohl in der Atmosphäre wie im Meer hat man es im allgemeinen nicht mit einem krassem Wechsel zwischen einzelnen Medien zu tun, vielmehr dominiert hier der kontinuierliche Übergang. Man hat mit $c_1 = c$, $c_2 = c + dc$ und $\alpha_1 = \alpha$ sowie $\alpha_2 = \alpha + d\alpha$ nach der Grundform des Brechungsgesetzes

$$\frac{c + dc}{c} = \frac{\sin(\alpha + d\alpha)}{\sin \alpha}$$

und nach den Regeln der Goniometrie unter Beachtung kleiner Argumente

$$1 + \frac{dc}{c} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha d\alpha}{\sin \alpha}$$

bzw.

$$\frac{dc}{c} = \cot \alpha d\alpha.$$

Die Integration liefert

$$\ln c \Big|_{c_1}^c = \ln \sin \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha}$$

und damit die zu erwartende Bestätigung, daß die Form

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{c}{c_1}$$

allgemeine Gültigkeit hat. Für den Brechungswinkel α in einem Medium mit der Strahlgeschwindigkeit c sind nur die Geschwindigkeit c_1 und der Emissionswinkel α_1 im Ausgangsmedium maßgeblich, während die Zwischenwerte nicht in Erscheinung treten.

Bei der praktischen Durchführung von Berechnungen und besonders Näherungsmethoden tritt die letzte Gleichung recht häufig auf, wobei die dauernden Bestimmungen von $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_1$ zeitraubend werden können. Es soll deshalb der Differenzwinkel zwischen dem Brechungswinkel α und dem Einfallswinkel α_1 in Form von Tabellen gegeben werden. Die Entwicklung geht von

$$\sin(\alpha_1 + \Delta\alpha) = \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1$$

über

$$\sin \alpha_1 \cos \Delta\alpha + \cos \alpha_1 \sin \Delta\alpha = \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1$$

bzw.

$$\sin \alpha_1 \sqrt{1 - \sin^2 \Delta \alpha} = \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \sin \Delta \alpha$$

zu

$$\sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \Delta \alpha = \left(\frac{c}{c_1}\right)^2 \sin^2 \alpha_1 - 2 \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \Delta \alpha + \cos^2 \alpha_1 \sin^2 \Delta \alpha,$$

woraus die in $\sin \Delta \alpha$ quadratische Gleichung

$$\sin^2 \Delta \alpha - 2 \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \Delta \alpha + \left[\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 - 1\right] \sin^2 \alpha_1 = 0$$

resultiert. Die Lösung heißt

$$\sin \Delta \alpha = \frac{c}{c_1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_1}\right)^2 \sin^2 \alpha_1},$$

wobei für kleine Winkel praktisch $\sin \Delta \alpha$ mit $\Delta \alpha$ identisch ist, so daß man $\Delta \alpha$ in Gradmaß nach Multiplikation mit $180^\circ/\pi = 57,295780^\circ$ erhält.

Für flachere Emissionswinkel bis zu $\pm 30^\circ$ gegen die Horizontale, also von $\alpha_1 = 60^\circ$ bis $\alpha_2 = 120^\circ$, wird im folgenden diese Gleichung exakt gelöst und tabelliert, wobei die Intervalle für c/c_1 so gewählt sind, wie sie in der Optik und Akustik für nicht zu distante Schichten vorkommen. Zu beachten ist, daß die Ausgangsgleichung für $\alpha^* = 90^\circ$ den Sonderfall der Totalreflexion

$$\sin \alpha_1^* = \frac{c_1}{c} = \frac{c - \Delta c^*}{c} = 1 - \frac{\Delta c^*}{c}$$

beinhaltet, wenn $c > c_1$ ist. Diese Sonderfälle sind in der Tab. 3 angegeben.

Tabelle 3
Grenzwinkel α_1^* der Totalreflexion für $c > c_1$

$10^3 \frac{\Delta c^*}{c}$	α_1^*								
0,25	88,72	2,75	85,75	5,5	83,99	10,5	81,69	15,5	79,90
0,50	88,19	3,00	85,56	6,0	83,72	11,0	81,49	16,0	79,74
0,75	87,79	3,25	85,38	6,5	83,46	11,5	81,30	16,5	79,58
1,00	87,44	3,50	85,20	7,0	83,22	12,0	81,11	17,0	79,42
1,25	87,13	3,75	85,03	7,5	82,98	12,5	80,93	17,5	79,27
1,50	86,86	4,00	84,87	8,0	82,75	13,0	80,75	18,0	79,11
1,75	86,61	4,25	84,71	8,5	82,53	13,5	80,57	18,5	78,96
2,00	86,38	4,50	84,56	9,0	82,31	14,0	80,40	19,0	78,81
2,25	86,16	4,75	84,41	9,5	82,10	14,5	80,23	19,5	78,67
2,50	85,95	5,00	84,27	10,0	81,89	15,0	80,06	20,0	78,52

Für Emissionswinkel, die steiler als $\pm 30^\circ$ gegen die Horizontale verlaufen, kann man eine Näherungslösung für $\Delta \alpha$ benutzen. Mit $\Delta c = c - c_1$ hat man

$$\sin(\alpha_1 + \Delta \alpha) = \frac{c_1 + \Delta c}{c_1} \sin \alpha_1$$

bzw.

$$\sin \alpha_1 \cos \Delta \alpha + \cos \alpha_1 \sin \Delta \alpha = \left(1 + \frac{\Delta c}{c_1}\right) \sin \alpha_1,$$

und mit

$$\cos \Delta \alpha = 1 - \frac{\Delta \alpha^2}{2} + \dots \quad \text{und} \quad \sin \Delta \alpha = \Delta \alpha - \dots$$

folgt

$$-\frac{1}{2} \sin \alpha_1 \cdot \Delta \alpha^2 + \cos \alpha_1 \cdot \Delta \alpha - \frac{\Delta c}{c_1} \sin \alpha_1 = 0$$

oder die Normalform der quadratischen Gleichung

$$\Delta \alpha^2 - 2 \cot \alpha_1 \cdot \Delta \alpha + 2 \frac{\Delta c}{c_1} = 0$$

mit der Auflösung

$$\Delta \alpha = \cot \alpha_1 - \sqrt{\cot^2 \alpha_1 - 2 \frac{\Delta c}{c_1}} \quad (\text{Bogenmaß}).$$

Im Beispiel $c_1 = 1500 \text{ m s}^{-1}$, $\Delta c = +30 \text{ m s}^{-1}$, also $\frac{\Delta c}{c_1} = 0,02$, kommt mit $\alpha_1 = 60^\circ$ aus der Näherungsformel $\Delta \alpha = 2,0482^\circ$, was mit dem Wert nach der exakten Berechnung noch übereinstimmt.

Um die Wurzel zu vermeiden, kann man noch eine Reihenentwicklung vornehmen, wenn man

$$\Delta \alpha = \cot \alpha_1 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{\Delta c}{c_1} \tan^2 \alpha_1}\right)$$

schreibt und dann

$$\Delta \alpha = \cot \alpha_1 \left[\frac{\Delta c}{c_1} \tan^2 \alpha_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta c}{c_1}\right)^2 \tan^4 \alpha_1 + \dots \right]$$

erhält, so daß schließlich genähert

$$\Delta \alpha \approx \frac{\Delta c}{c_1} \tan \alpha_1 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta c}{c_1} \tan^2 \alpha_1 + \dots\right) \quad (\text{Bogenmaß})$$

wird. Für das oben angeführte Beispiel ergibt sich $\Delta \alpha \approx 2,0443^\circ$, also ein relativer Fehler von $1,9^\circ/100$. Für kleinere Werte von α_1 wird dieser Fehler bei gleichem Wert von $\frac{\Delta c}{c_1}$ weiter abnehmen, so daß man damit gut für die Werte außerhalb des Tabellenbereiches arbeiten kann.

Literatur

- [1] BARK, GANSON und MEISTER, Tables of the velocity of sound in sea water. Mathematical Tables Series, Vol. 21, Pergamon Press 1964.
- [2] KUWAHARA, S., The velocity of sound in sea water and calculation of the velocity for use in sonic sounding. Japan. Journal Astron. Geophys. 16 (1938).
- [3] SAGER, G., Zur Geometrie von Schallstrahlen mit quasilinearer Veränderlichkeit der Schallgeschwindigkeit in Ursprungsnähe. Mber. Dt. Akad. Wiss. 12 (1970), H. 2-3.
- [4] SAGER, G., Zur Refraktion von Licht im Meerwasser. Beiträge zur Meereskunde, H. 33 (1974), 63-71.
- [5] U. S. Naval Oceanographic Office, Tables of Sound in Sea Water. Special Publication 58, Washington 1962.
- [6] WILSON, W. D., Equation for the speed of sound in sea water. Journal Acoust. Soc. Amer. 32 (1960), 10.

Abschluß der Arbeit: 1. 2. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. GÜNTHER SAGER, Institut für Meereskunde der AdW
DDR - 253 Rostock-Warnemünde

α_1^0	c/c_1										
	20,00	19,50	19,00	18,50	18,00	17,50	17,00	16,50	16,00	15,50	15,00
60	2,049	1,996	1,943	1,890	1,838	1,785	1,733	1,680	1,628	1,576	1,524
61	2,140	2,084	2,029	1,974	1,919	1,864	1,809	1,754	1,700	1,645	1,590
62	2,238	2,180	2,122	2,064	2,006	1,948	1,891	1,833	1,776	1,719	1,662
63	2,344	2,283	2,222	2,161	2,100	2,040	1,979	1,919	1,859	1,799	1,739
64	2,458	2,394	2,330	2,266	2,202	2,138	2,074	2,011	1,948	1,885	1,822
65	2,583	2,515	2,447	2,380	2,312	2,245	2,178	2,111	2,045	1,978	1,912
66	2,720	2,648	2,576	2,504	2,433	2,362	2,291	2,221	2,150	2,080	2,010
67	2,870	2,794	2,717	2,642	2,566	2,490	2,415	2,340	2,266	2,191	2,117
68	3,037	2,955	2,874	2,793	2,713	2,632	2,552	2,473	2,393	2,314	2,236
69	3,223	3,136	3,049	2,962	2,876	2,790	2,705	2,620	2,535	2,451	2,367
70	3,433	3,339	3,245	3,152	3,059	2,967	2,876	2,784	2,694	2,603	2,514
71	3,672	3,570	3,469	3,368	3,267	3,168	3,069	2,970	2,873	2,775	2,679
72	3,948	3,837	3,726	3,616	3,506	3,398	3,290	3,183	3,077	2,972	2,867
73	4,273	4,149	4,027	3,905	3,785	3,665	3,547	3,430	3,314	3,198	3,084
74	4,663	4,523	4,386	4,250	4,115	3,982	3,851	3,721	3,592	3,464	3,338
75	5,145	4,985	4,827	4,671	4,518	4,367	4,218	4,071	3,926	3,783	3,642
76	5,770	5,578	5,390	5,207	5,027	4,850	4,677	4,507	4,340	4,176	4,014
77	6,646	6,399	6,160	5,930	5,706	5,490	5,279	5,074	4,874	4,679	4,488
78	8,122	7,728	7,367	7,032	6,718	6,422	6,141	5,873	5,615	5,368	5,130
79	—	—	—	9,818	8,851	8,199	7,673	7,220	6,815	6,446	6,104
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,339
81	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
82	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
83	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
84	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
87	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90	11,478	11,333	11,187	11,038	10,887	10,735	10,580	10,423	10,263	10,101	9,936
91	10,521	10,377	10,231	10,083	9,933	9,781	9,626	9,470	9,311	9,150	8,986
92	9,649	9,506	9,362	9,216	9,067	8,917	8,765	8,611	8,454	8,295	8,134
93	8,859	8,719	8,577	8,434	8,288	8,141	7,992	7,841	7,688	7,533	7,375
94	8,147	8,010	7,872	7,732	7,591	7,448	7,303	7,156	7,007	6,857	6,704
95	7,507	7,374	7,240	7,105	6,968	6,830	6,690	6,548	6,405	6,259	6,112
96	6,933	6,805	6,676	6,546	6,414	6,281	6,146	6,010	5,872	5,733	5,592
97	6,420	6,297	6,173	6,047	5,921	5,793	5,664	5,534	5,402	5,269	5,134
98	5,960	5,842	5,723	5,603	5,482	5,360	5,236	5,112	4,986	4,859	4,731
99	5,549	5,436	5,322	5,207	5,091	4,974	4,857	4,738	4,618	4,498	4,376
100	5,179	5,071	4,962	4,853	4,742	4,631	4,519	4,406	4,292	4,177	4,061
101	4,847	4,744	4,640	4,535	4,430	4,324	4,217	4,109	4,001	3,892	3,782
102	4,547	4,449	4,349	4,250	4,149	4,048	3,946	3,844	3,741	3,638	3,533
103	4,277	4,182	4,088	3,992	3,896	3,800	3,703	3,606	3,508	3,409	3,310
104	4,031	3,941	3,850	3,760	3,668	3,576	3,484	3,391	3,298	3,204	3,110
105	3,807	3,721	3,635	3,548	3,461	3,373	3,285	3,197	3,108	3,019	2,929
106	3,604	3,521	3,439	3,356	3,273	3,189	3,105	3,021	2,936	2,851	2,766
107	3,417	3,338	3,259	3,180	3,100	3,021	2,940	2,860	2,779	2,698	2,617
108	3,246	3,170	3,095	3,019	2,943	2,866	2,790	2,713	2,636	2,558	2,481
109	3,088	3,016	2,943	2,871	2,798	2,725	2,652	2,578	2,504	2,430	2,356
110	2,942	2,873	2,804	2,734	2,664	2,594	2,524	2,454	2,383	2,312	2,241
111	2,807	2,741	2,674	2,608	2,541	2,474	2,407	2,339	2,272	2,204	2,136
112	2,682	2,618	2,554	2,490	2,426	2,362	2,297	2,233	2,168	2,103	2,038
113	2,565	2,504	2,443	2,381	2,320	2,258	2,196	2,134	2,072	2,010	1,947
114	2,456	2,397	2,339	2,280	2,220	2,161	2,102	2,042	1,982	1,923	1,863
115	2,354	2,298	2,241	2,184	2,127	2,070	2,013	1,956	1,899	1,841	1,784
116	2,259	2,204	2,150	2,095	2,040	1,986	1,931	1,876	1,821	1,765	1,710
117	2,169	2,117	2,064	2,011	1,959	1,906	1,853	1,800	1,747	1,694	1,641
118	2,084	2,034	1,983	1,933	1,882	1,831	1,780	1,729	1,678	1,627	1,576
119	2,004	1,956	1,907	1,858	1,809	1,760	1,711	1,662	1,613	1,564	1,515
120	1,929	1,882	1,835	1,788	1,741	1,694	1,646	1,599	1,552	1,504	1,457

α_1^0	c/c_1										
	15,00	14,50	14,00	13,50	13,00	12,50	12,00	11,50	11,00	10,50	10,00
60	1,524	1,472	1,420	1,368	1,316	1,265	1,213	1,162	1,110	1,059	1,008
61	1,590	1,536	1,482	1,428	1,374	1,320	1,266	1,212	1,158	1,105	1,051
62	1,662	1,605	1,548	1,491	1,435	1,378	1,322	1,266	1,209	1,153	1,097
63	1,739	1,679	1,619	1,560	1,501	1,441	1,382	1,323	1,264	1,206	1,147
64	1,822	1,759	1,696	1,634	1,572	1,509	1,447	1,385	1,324	1,262	1,201
65	1,912	1,846	1,780	1,714	1,648	1,583	1,518	1,453	1,388	1,323	1,258
66	2,010	1,940	1,871	1,801	1,732	1,663	1,594	1,526	1,457	1,389	1,321
67	2,117	2,044	1,970	1,897	1,823	1,751	1,678	1,605	1,533	1,461	1,390
68	2,236	2,157	2,079	2,001	1,924	1,847	1,770	1,693	1,617	1,540	1,465
69	2,367	2,283	2,200	2,117	2,035	1,953	1,871	1,790	1,708	1,628	1,547
70	2,514	2,424	2,335	2,247	2,159	2,071	1,984	1,897	1,810	1,724	1,639
71	2,679	2,583	2,487	2,392	2,298	2,204	2,110	2,017	1,925	1,833	1,741
72	2,867	2,763	2,660	2,557	2,455	2,354	2,253	2,153	2,053	1,955	1,856
73	3,084	2,971	2,858	2,746	2,635	2,525	2,416	2,308	2,200	2,093	1,987
74	3,338	3,213	3,089	2,967	2,845	2,725	2,605	2,487	2,369	2,253	2,138
75	3,642	3,502	3,364	3,228	3,093	2,959	2,827	2,697	2,568	2,440	2,313
76	4,014	3,855	3,698	3,544	3,392	3,242	3,094	2,948	2,804	2,662	2,521
77	4,488	4,302	4,119	3,940	3,764	3,592	3,423	3,257	3,093	2,932	2,774
78	5,130	4,899	4,676	4,460	4,249	4,044	3,844	3,649	3,458	3,271	3,089
79	6,104	5,785	5,484	5,199	4,927	4,667	4,417	4,176	3,943	3,718	3,499
80	8,339	7,552	6,963	6,470	6,038	5,649	5,292	4,960	4,648	4,354	4,074
81	—	—	—	—	—	—	7,263	6,498	5,917	5,430	5,001
82	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
83	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
84	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
87	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90	9,936	9,769	9,599	9,425	9,249	9,069	8,885	8,698	8,506	8,310	8,110
91	8,986	8,819	8,650	8,478	8,302	8,123	7,941	7,755	7,564	7,370	7,171
92	8,134	7,970	7,803	7,633	7,461	7,285	7,106	6,923	6,736	6,546	6,351
93	7,375	7,215	7,052	6,887	6,719	6,548	6,374	6,197	6,016	5,832	5,643
94	6,704	6,549	6,392	6,232	6,070	5,905	5,737	5,567	5,393	5,217	5,037
95	6,112	5,963	5,812	5,659	5,503	5,346	5,186	5,023	4,858	4,689	4,518
96	5,592	5,449	5,305	5,158	5,010	4,860	4,708	4,553	4,397	4,238	4,076
97	5,134	4,998	4,861	4,721	4,581	4,438	4,294	4,148	4,000	3,850	3,698
98	4,731	4,602	4,471	4,339	4,206	4,071	3,934	3,796	3,657	3,516	3,373
99	4,376	4,253	4,129	4,004	3,878	3,750	3,621	3,491	3,360	3,227	3,092
100	4,061	3,945	3,827	3,709	3,589	3,469	3,347	3,224	3,100	2,975	2,849
101	3,782	3,672	3,560	3,448	3,335	3,221	3,106	2,990	2,873	2,755	2,637
102	3,533	3,428	3,323	3,216	3,109	3,001	2,892	2,783	2,673	2,562	2,450
103	3,310	3,211	3,110	3,009	2,908	2,806	2,703	2,600	2,495	2,391	2,285
104	3,110	3,015	2,920	2,824	2,728	2,631	2,534	2,436	2,337	2,238	2,138
105	2,929	2,839	2,749	2,658	2,566	2,474	2,382	2,289	2,196	2,102	2,007
106	2,766	2,680	2,594	2,507	2,420	2,333	2,245	2,157	2,068	1,979	1,890
107	2,617	2,535	2,453	2,370	2,288	2,204	2,121	2,037	1,953	1,868	1,784
108	2,481	2,403	2,324	2,246	2,167	2,088	2,008	1,928	1,848	1,768	1,687
109	2,356	2,281	2,207	2,132	2,056	1,981	1,905	1,829	1,753	1,676	1,599
110	2,241	2,170	2,099	2,027	1,955	1,883	1,811	1,738	1,665	1,592	1,519
111	2,136	2,068	1,999	1,931	1,862	1,793	1,724	1,655	1,585	1,515	1,445
112	2,038	1,973	1,907	1,842	1,776	1,710	1,644	1,577	1,511	1,444	1,377
113	1,947	1,885	1,822	1,759	1,696	1,633	1,569	1,506	1,442	1,378	1,314
114	1,863	1,803	1,742	1,682	1,622	1,561	1,500	1,439	1,378	1,317	1,256
115	1,784	1,726	1,668	1,610	1,552	1,494	1,436	1,378	1,319	1,261	1,202
116	1,710	1,655	1,599	1,543	1,488	1,432	1,376	1,320	1,264	1,207	1,151
117	1,641	1,588	1,534	1,481	1,427	1,373	1,320	1,266	1,212	1,158	1,104
118	1,576	1,525	1,473	1,421	1,370	1,319	1,267	1,215	1,163	1,111	1,059
119	1,515	1,465	1,416	1,366	1,317	1,267	1,217	1,167	1,117	1,067	1,017
120	1,457	1,409	1,361	1,314	1,266	1,218	1,170	1,122	1,074	1,026	0,978

α_1^0	c/c_1										
	10,00	9,50	9,00	8,50	8,00	7,50	7,00	6,50	6,00	5,50	5,00
60	1,008	0,957	0,906	0,855	0,804	0,753	0,702	0,651	0,601	0,550	0,500
61	1,051	0,998	0,944	0,891	0,838	0,785	0,732	0,679	0,626	0,574	0,521
62	1,097	1,042	0,986	0,930	0,875	0,819	0,764	0,709	0,654	0,599	0,544
63	1,147	1,089	1,030	0,972	0,914	0,856	0,798	0,740	0,683	0,625	0,568
64	1,201	1,139	1,078	1,017	0,956	0,895	0,835	0,774	0,714	0,654	0,594
65	1,258	1,194	1,130	1,066	1,002	0,938	0,874	0,811	0,748	0,685	0,622
66	1,321	1,253	1,186	1,118	1,051	0,984	0,917	0,851	0,784	0,718	0,652
67	1,390	1,318	1,247	1,176	1,105	1,034	0,964	0,894	0,824	0,754	0,685
68	1,465	1,389	1,314	1,239	1,164	1,089	1,015	0,941	0,867	0,794	0,720
69	1,547	1,467	1,387	1,308	1,228	1,150	1,071	0,993	0,915	0,837	0,759
70	1,639	1,554	1,469	1,384	1,300	1,216	1,133	1,050	0,967	0,885	0,803
71	1,741	1,650	1,559	1,469	1,380	1,290	1,201	1,113	1,025	0,938	0,850
72	1,856	1,759	1,661	1,565	1,469	1,373	1,278	1,184	1,090	0,997	0,904
73	1,987	1,882	1,777	1,673	1,569	1,467	1,365	1,264	1,163	1,063	0,964
74	2,138	2,023	1,910	1,797	1,685	1,574	1,464	1,355	1,246	1,138	1,032
75	2,313	2,188	2,064	1,941	1,819	1,698	1,578	1,459	1,342	1,225	1,109
76	2,521	2,382	2,245	2,110	1,975	1,843	1,711	1,581	1,453	1,326	1,199
77	2,774	2,618	2,464	2,312	2,163	2,015	1,870	1,726	1,584	1,444	1,305
78	3,089	2,909	2,734	2,561	2,392	2,226	2,062	1,901	1,742	1,586	1,432
79	3,499	3,287	3,080	2,879	2,682	2,490	2,302	2,118	1,937	1,761	1,587
80	4,074	3,807	3,550	3,304	3,066	2,836	2,613	2,397	2,187	1,982	1,782
81	5,001	4,614	4,258	3,928	3,617	3,323	3,044	2,777	2,522	2,275	2,038
82	—	6,541	5,680	5,062	4,552	4,109	3,711	3,347	3,010	2,694	2,395
83	—	—	—	—	—	6,747	5,177	4,435	3,863	3,380	2,955
84	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5,768	4,178
85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
87	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90	8,110	7,904	7,693	7,476	7,252	7,022	6,783	6,536	6,280	6,012	5,732
91	7,171	6,967	6,757	6,542	6,320	6,092	5,856	5,612	5,358	5,094	4,818
92	6,351	6,151	5,947	5,737	5,522	5,300	5,071	4,834	4,589	4,335	4,070
93	5,643	5,451	5,254	5,052	4,845	4,633	4,414	4,189	3,957	3,716	3,467
94	5,037	4,853	4,665	4,473	4,277	4,076	3,870	3,659	3,441	3,217	2,986
95	4,518	4,344	4,167	3,986	3,801	3,613	3,420	3,223	3,021	2,814	2,601
96	4,076	3,912	3,745	3,575	3,402	3,226	3,047	2,864	2,677	2,486	2,291
97	3,698	3,543	3,387	3,228	3,066	2,902	2,736	2,566	2,393	2,218	2,038
98	3,373	3,228	3,081	2,933	2,782	2,629	2,473	2,317	2,158	1,995	1,831
99	3,092	2,956	2,819	2,680	2,540	2,397	2,253	2,107	1,959	1,810	1,658
100	2,849	2,721	2,593	2,463	2,331	2,198	2,064	1,928	1,791	1,652	1,512
101	2										

α_1^0	c/c_1										
	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75	2,50
60	0,500	0,475	0,450	0,424	0,399	0,374	0,349	0,324	0,299	0,274	0,249
61	0,521	0,495	0,469	0,442	0,416	0,390	0,364	0,338	0,312	0,286	0,259
62	0,544	0,516	0,489	0,461	0,434	0,407	0,380	0,352	0,325	0,298	0,271
63	0,568	0,539	0,510	0,482	0,453	0,425	0,396	0,368	0,339	0,311	0,282
64	0,594	0,564	0,534	0,504	0,474	0,444	0,414	0,384	0,355	0,325	0,295
65	0,622	0,590	0,559	0,527	0,496	0,465	0,434	0,402	0,371	0,340	0,309
66	0,652	0,619	0,586	0,553	0,520	0,487	0,454	0,422	0,389	0,356	0,324
67	0,685	0,650	0,615	0,581	0,546	0,512	0,477	0,443	0,408	0,374	0,340
68	0,720	0,684	0,647	0,611	0,574	0,538	0,502	0,466	0,429	0,393	0,357
69	0,759	0,721	0,682	0,644	0,605	0,567	0,529	0,491	0,452	0,414	0,376
70	0,803	0,762	0,721	0,680	0,639	0,599	0,558	0,518	0,478	0,437	0,397
71	0,850	0,807	0,764	0,720	0,677	0,634	0,591	0,548	0,506	0,463	0,420
72	0,904	0,857	0,811	0,765	0,719	0,673	0,628	0,582	0,537	0,491	0,446
73	0,964	0,914	0,865	0,815	0,766	0,717	0,669	0,620	0,572	0,523	0,475
74	1,032	0,978	0,925	0,872	0,820	0,767	0,715	0,663	0,611	0,559	0,507
75	1,109	1,052	0,994	0,937	0,881	0,824	0,768	0,711	0,655	0,600	0,544
76	1,199	1,137	1,075	1,013	0,951	0,889	0,828	0,767	0,707	0,647	0,587
77	1,305	1,237	1,168	1,101	1,033	0,966	0,899	0,833	0,767	0,701	0,636
78	1,432	1,356	1,280	1,205	1,131	1,057	0,983	0,910	0,837	0,765	0,694
79	1,587	1,501	1,417	1,333	1,249	1,167	1,085	1,003	0,923	0,842	0,763
80	1,782	1,684	1,587	1,491	1,396	1,303	1,210	1,118	1,027	0,937	0,848
81	2,038	1,922	1,808	1,696	1,586	1,477	1,370	1,264	1,159	1,056	0,955
82	2,395	2,252	2,112	1,975	1,842	1,711	1,583	1,457	1,334	1,213	1,094
83	2,955	2,758	2,570	2,390	2,216	2,049	1,886	1,729	1,577	1,428	1,284
84	4,178	3,775	3,434	3,133	2,861	2,611	2,378	2,159	1,952	1,755	1,567
85	—	—	—	—	—	4,324	3,554	3,069	2,684	2,354	2,062
86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
87	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90	5,732	5,587	5,438	5,284	5,126	4,964	4,795	4,621	4,439	4,250	4,052
91	4,818	4,675	4,529	4,378	4,223	4,063	3,898	3,727	3,550	3,366	3,174
92	4,070	3,933	3,793	3,649	3,502	3,350	3,195	3,034	2,868	2,696	2,518
93	3,467	3,339	3,208	3,074	2,938	2,798	2,654	2,507	2,356	2,201	2,040
94	2,986	2,867	2,747	2,624	2,499	2,372	2,241	2,109	1,973	1,834	1,692
95	2,601	2,492	2,382	2,270	2,156	2,041	1,923	1,804	1,683	1,559	1,433
96	2,291	2,191	2,091	1,989	1,886	1,781	1,675	1,568	1,459	1,348	1,236
97	2,038	1,947	1,856	1,763	1,669	1,574	1,478	1,381	1,283	1,184	1,083
98	1,831	1,747	1,663	1,578	1,493	1,406	1,319	1,231	1,142	1,052	0,962
99	1,658	1,581	1,504	1,426	1,347	1,268	1,188	1,108	1,027	0,946	0,863
100	1,512	1,441	1,370	1,298	1,226	1,153	1,080	1,006	0,932	0,857	0,782
101	1,388	1,322	1,256	1,189	1,123	1,055	0,988	0,920	0,852	0,783	0,714
102	1,281	1,219	1,158	1,096	1,034	0,972	0,910	0,847	0,783	0,720	0,656
103	1,188	1,131	1,073	1,016	0,958	0,900	0,842	0,783	0,725	0,666	0,607
104	1,106	1,053	0,999	0,945	0,891	0,837	0,783	0,728	0,674	0,619	0,563
105	1,034	0,984	0,934	0,883	0,833	0,782	0,731	0,680	0,629	0,577	0,526
106	0,970	0,923	0,876	0,828	0,781	0,733	0,685	0,637	0,589	0,541	0,492
107	0,913	0,869	0,824	0,779	0,734	0,689	0,644	0,599	0,553	0,508	0,462
108	0,862	0,820	0,777	0,735	0,693	0,650	0,607	0,565	0,522	0,479	0,436
109	0,815	0,775	0,735	0,695	0,655	0,614	0,574	0,534	0,493	0,452	0,412
110	0,773	0,735	0,697	0,659	0,620	0,582	0,544	0,505	0,467	0,428	0,390
111	0,734	0,698	0,662	0,625	0,589	0,553	0,516	0,480	0,443	0,407	0,370
112	0,699	0,664	0,630	0,595	0,561	0,526	0,491	0,456	0,422	0,387	0,352
113	0,666	0,633	0,600	0,567	0,534	0,501	0,468	0,435	0,402	0,368	0,335
114	0,636	0,604	0,573	0,541	0,510	0,478	0,447	0,415	0,383	0,351	0,320
115	0,607	0,577	0,547	0,517	0,487	0,457	0,427	0,396	0,366	0,336	0,305
116	0,581	0,553	0,524	0,495	0,466	0,437	0,408	0,379	0,350	0,321	0,292
117	0,557	0,529	0,502	0,474	0,446	0,419	0,391	0,363	0,335	0,308	0,280
118	0,534	0,508	0,481	0,455	0,428	0,401	0,375	0,348	0,322	0,295	0,268
119	0,513	0,487	0,462	0,436	0,411	0,385	0,360	0,334	0,309	0,283	0,257
120	0,493	0,468	0,444	0,419	0,395	0,370	0,346	0,321	0,296	0,272	0,247

α_1^0	c/c_1										
	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00
60	0,249	0,224	0,199	0,174	0,149	0,124	0,099	0,075	0,050	0,025	0,000
61	0,259	0,233	0,207	0,181	0,155	0,129	0,104	0,078	0,052	0,026	0,000
62	0,271	0,243	0,216	0,189	0,162	0,135	0,108	0,081	0,054	0,027	0,000
63	0,282	0,254	0,226	0,197	0,169	0,141	0,113	0,084	0,056	0,028	0,000
64	0,295	0,266	0,236	0,206	0,177	0,147	0,118	0,088	0,059	0,029	0,000
65	0,309	0,278	0,247	0,216	0,185	0,154	0,123	0,092	0,061	0,031	0,000
66	0,324	0,291	0,259	0,226	0,194	0,161	0,129	0,097	0,064	0,032	0,000
67	0,340	0,306	0,271	0,237	0,203	0,169	0,135	0,101	0,068	0,034	0,000
68	0,357	0,321	0,285	0,250	0,214	0,178	0,142	0,107	0,071	0,036	0,000
69	0,376	0,338	0,301	0,263	0,225	0,187	0,150	0,112	0,075	0,037	0,000
70	0,397	0,357	0,317	0,277	0,237	0,198	0,158	0,118	0,079	0,039	0,000
71	0,420	0,378	0,336	0,293	0,251	0,209	0,167	0,125	0,083	0,042	0,000
72	0,446	0,401	0,356	0,311	0,266	0,222	0,177	0,133	0,088	0,044	0,000
73	0,475	0,427	0,379	0,331	0,283	0,236	0,188	0,141	0,094	0,047	0,000
74	0,507	0,456	0,405	0,353	0,303	0,252	0,201	0,151	0,100	0,050	0,000
75	0,544	0,489	0,434	0,379	0,324	0,270	0,215	0,161	0,107	0,054	0,000
76	0,587	0,527	0,467	0,408	0,349	0,290	0,232	0,173	0,115	0,058	0,000
77	0,636	0,571	0,506	0,442	0,378	0,314	0,251	0,187	0,125	0,062	0,000
78	0,694	0,622	0,552	0,481	0,411	0,342	0,273	0,204	0,136	0,068	0,000
79	0,763	0,684	0,606	0,528	0,451	0,375	0,299	0,223	0,148	0,074	0,000
80	0,848	0,760	0,672	0,586	0,500	0,415	0,330	0,247	0,164	0,082	0,000
81	0,955	0,854	0,755	0,657	0,560	0,464	0,369	0,276	0,183	0,091	0,000
82	1,094	0,977	0,861	0,748	0,637	0,527	0,419	0,312	0,206	0,103	0,000
83	1,284	1,143	1,005	0,871	0,739	0,610	0,483	0,359	0,237	0,118	0,000
84	1,567	1,386	1,212	1,045	0,882	0,725	0,572	0,424	0,279	0,138	0,000
85	2,062	1,795	1,549	1,320	1,104	0,899	0,704	0,518	0,339	0,166	0,000
86	—	2,879	2,299	1,871	1,516	1,206	0,927	0,671	0,433	0,210	0,000
87	—	—	—	—	—	2,104	1,437	0,980	0,608	0,287	0,000
88	—	—	—	—	—	—	—	—	1,152	0,464	0,000
89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,000
90	4,052	3,844	3,624	3,390	3,139	2,865	2,563	2,219	1,812	1,281	0,000
91	3,174	2,972	2,760	2,534	2,294	2,034	1,751	1,434	1,069	0,625	0,000
92	2,518	2,333	2,139	1,936	1,721	1,494	1,250	0,987	0,698	0,375	0,000
93	2,040	1,875	1,704	1,526	1,341	1,147	0,945	0,731	0,504	0,262	0,000
94	1,692	1,546	1,396	1,242	1,083	0,919	0,749	0,574	0,391	0,200	0,000
95	1,433	1,304	1,173	1,039	0,901	0,761	0,617	0,469	0,317	0,161	0,000
96	1,236	1,122	1,006	0,888	0,769	0,647	0,522	0,396	0,267	0,135	0,000
97	1,083	0,982	0,878	0,774	0,668	0,561	0,452	0,342	0,230	0,116	0,000
98	0										

c/c_1

α_1^0	0,00	0,25-	0,50-	0,75-	1,00-	1,25-	1,50-	1,75-	2,00-	2,25-	2,50-
60	0,000	0,025-	0,050-	0,074-	0,099-	0,124-	0,149-	0,173-	0,198-	0,223-	0,247-
61	0,000	0,026-	0,052-	0,077-	0,103-	0,129-	0,155-	0,180-	0,206-	0,232-	0,257-
62	0,000	0,027-	0,054-	0,081-	0,108-	0,134-	0,161-	0,188-	0,215-	0,241-	0,268-
63	0,000	0,028-	0,056-	0,084-	0,112-	0,140-	0,168-	0,196-	0,224-	0,252-	0,280-
64	0,000	0,029-	0,059-	0,088-	0,117-	0,146-	0,176-	0,205-	0,234-	0,263-	0,292-
65	0,000	0,031-	0,061-	0,092-	0,123-	0,153-	0,184-	0,214-	0,245-	0,275-	0,305-
66	0,000	0,032-	0,064-	0,096-	0,128-	0,160-	0,192-	0,224-	0,256-	0,288-	0,320-
67	0,000	0,034-	0,067-	0,101-	0,135-	0,168-	0,202-	0,235-	0,269-	0,302-	0,335-
68	0,000	0,035-	0,071-	0,106-	0,141-	0,177-	0,212-	0,247-	0,282-	0,317-	0,352-
69	0,000	0,037-	0,074-	0,112-	0,149-	0,186-	0,223-	0,260-	0,297-	0,333-	0,370-
70	0,000	0,039-	0,079-	0,118-	0,157-	0,196-	0,235-	0,274-	0,312-	0,351-	0,390-
71	0,000	0,042-	0,083-	0,124-	0,166-	0,207-	0,248-	0,289-	0,330-	0,371-	0,412-
72	0,000	0,044-	0,088-	0,132-	0,176-	0,219-	0,263-	0,306-	0,349-	0,393-	0,436-
73	0,000	0,047-	0,093-	0,140-	0,186-	0,233-	0,279-	0,325-	0,371-	0,417-	0,462-
74	0,000	0,050-	0,100-	0,149-	0,199-	0,248-	0,297-	0,346-	0,395-	0,444-	0,492-
75	0,000	0,053-	0,107-	0,160-	0,212-	0,265-	0,317-	0,370-	0,422-	0,474-	0,526-
76	0,000	0,057-	0,114-	0,171-	0,228-	0,284-	0,341-	0,397-	0,452-	0,508-	0,563-
77	0,000	0,062-	0,124-	0,185-	0,246-	0,307-	0,367-	0,427-	0,487-	0,547-	0,607-
78	0,000	0,067-	0,134-	0,201-	0,267-	0,332-	0,398-	0,463-	0,528-	0,592-	0,656-
79	0,000	0,073-	0,146-	0,219-	0,291-	0,363-	0,434-	0,504-	0,575-	0,645-	0,714-
80	0,000	0,081-	0,161-	0,241-	0,320-	0,398-	0,476-	0,553-	0,630-	0,706-	0,782-
81	0,000	0,090-	0,179-	0,267-	0,355-	0,441-	0,527-	0,612-	0,697-	0,780-	0,863-
82	0,000	0,101-	0,201-	0,300-	0,398-	0,494-	0,590-	0,684-	0,778-	0,870-	0,962-
83	0,000	0,116-	0,230-	0,342-	0,452-	0,561-	0,668-	0,774-	0,878-	0,982-	1,083-
84	0,000	0,135-	0,267-	0,396-	0,522-	0,647-	0,769-	0,888-	1,006-	1,122-	1,236-
85	0,000	0,161-	0,317-	0,469-	0,617-	0,761-	0,901-	1,039-	1,173-	1,304-	1,433-
86	0,000	0,200-	0,391-	0,574-	0,749-	0,919-	1,083-	1,242-	1,396-	1,546-	1,692-
87	0,000	0,262-	0,504-	0,731-	0,945-	1,147-	1,341-	1,526-	1,704-	1,875-	2,040-
88	0,000	0,375-	0,698-	0,987-	1,250-	1,494-	1,721-	1,936-	2,139-	2,333-	2,518-
89	0,000	0,625-	1,069-	1,434-	1,751-	2,034-	2,294-	2,534-	2,760-	2,972-	3,174-
90	0,000	1,281-	1,812-	2,219-	2,563-	2,865-	3,139-	3,390-	3,624-	3,844-	4,052-
91	0,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	0,000	0,464-	1,152-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	0,000	0,287-	0,608-	0,980-	1,437-	2,104-	-	-	-	-	-
94	0,000	0,210-	0,433-	0,671-	0,927-	1,206-	1,516-	1,871-	2,299-	2,879-	-
95	0,000	0,166-	0,339-	0,518-	0,704-	0,899-	1,104-	1,320-	1,549-	1,795-	2,062-
96	0,000	0,138-	0,279-	0,424-	0,572-	0,725-	0,882-	1,045-	1,212-	1,386-	1,567-
97	0,000	0,118-	0,237-	0,359-	0,483-	0,610-	0,739-	0,871-	1,005-	1,143-	1,284-
98	0,000	0,103-	0,206-	0,312-	0,419-	0,527-	0,637-	0,748-	0,861-	0,977-	1,094-
99	0,000	0,091-	0,183-	0,275-	0,369-	0,464-	0,560-	0,657-	0,755-	0,854-	0,955-
100	0,000	0,082-	0,164-	0,247-	0,330-	0,415-	0,500-	0,586-	0,672-	0,760-	0,848-
101	0,000	0,074-	0,148-	0,223-	0,299-	0,375-	0,451-	0,528-	0,606-	0,684-	0,763-
102	0,000	0,068-	0,136-	0,204-	0,273-	0,342-	0,411-	0,481-	0,552-	0,622-	0,694-
103	0,000	0,062-	0,125-	0,187-	0,251-	0,314-	0,378-	0,442-	0,506-	0,571-	0,636-
104	0,000	0,058-	0,115-	0,173-	0,232-	0,290-	0,349-	0,408-	0,467-	0,527-	0,587-
105	0,000	0,054-	0,107-	0,161-	0,215-	0,270-	0,324-	0,379-	0,434-	0,489-	0,544-
106	0,000	0,050-	0,100-	0,151-	0,201-	0,252-	0,303-	0,353-	0,405-	0,456-	0,507-
107	0,000	0,047-	0,094-	0,141-	0,188-	0,236-	0,283-	0,331-	0,379-	0,427-	0,475-
108	0,000	0,044-	0,088-	0,133-	0,177-	0,222-	0,266-	0,311-	0,356-	0,401-	0,446-
109	0,000	0,042-	0,083-	0,125-	0,167-	0,209-	0,251-	0,293-	0,336-	0,378-	0,420-
110	0,000	0,039-	0,079-	0,118-	0,158-	0,198-	0,237-	0,277-	0,317-	0,357-	0,397-
111	0,000	0,037-	0,075-	0,112-	0,150-	0,187-	0,225-	0,263-	0,301-	0,338-	0,376-
112	0,000	0,036-	0,071-	0,107-	0,142-	0,178-	0,214-	0,250-	0,285-	0,321-	0,357-
113	0,000	0,034-	0,068-	0,101-	0,135-	0,169-	0,203-	0,237-	0,271-	0,306-	0,340-
114	0,000	0,032-	0,064-	0,097-	0,129-	0,161-	0,194-	0,226-	0,259-	0,291-	0,324-
115	0,000	0,031-	0,061-	0,092-	0,123-	0,154-	0,185-	0,216-	0,247-	0,278-	0,309-
116	0,000	0,029-	0,059-	0,088-	0,118-	0,147-	0,177-	0,206-	0,236-	0,266-	0,295-
117	0,000	0,028-	0,056-	0,084-	0,113-	0,141-	0,169-	0,197-	0,226-	0,254-	0,282-
118	0,000	0,027-	0,054-	0,081-	0,108-	0,135-	0,162-	0,189-	0,216-	0,243-	0,271-
119	0,000	0,026-	0,052-	0,078-	0,104-	0,129-	0,155-	0,181-	0,207-	0,233-	0,259-
120	0,000	0,025-	0,050-	0,075-	0,099-	0,124-	0,149-	0,174-	0,199-	0,224-	0,249-

c/c_1

α_1^0	2,50-	2,75-	3,00-	3,25-	3,50-	3,75-	4,00-	4,25-	4,50-	4,75-	5,00-
60	0,247-	0,272-	0,296-	0,321-	0,346-	0,370-	0,395-	0,419-	0,444-	0,468-	0,493-
61	0,257-	0,283-	0,309-	0,334-	0,360-	0,385-	0,411-	0,436-	0,462-	0,487-	0,513-
62	0,268-	0,295-	0,322-	0,348-	0,375-	0,401-	0,428-	0,455-	0,481-	0,508-	0,534-
63	0,280-	0,308-	0,335-	0,363-	0,391-	0,419-	0,446-	0,474-	0,502-	0,529-	0,557-
64	0,292-	0,321-	0,350-	0,379-	0,408-	0,437-	0,466-	0,495-	0,524-	0,553-	0,581-
65	0,305-	0,336-	0,366-	0,396-	0,427-	0,457-	0,487-	0,517-	0,547-	0,577-	0,607-
66	0,320-	0,351-	0,383-	0,415-	0,447-	0,478-	0,510-	0,541-	0,573-	0,604-	0,636-
67	0,335-	0,368-	0,402-	0,435-	0,468-	0,501-	0,534-	0,567-	0,600-	0,633-	0,666-
68	0,352-	0,387-	0,422-	0,456-	0,491-	0,526-	0,561-	0,595-	0,630-	0,664-	0,699-
69	0,370-	0,407-	0,443-	0,480-	0,516-	0,553-	0,589-	0,625-	0,662-	0,698-	0,734-
70	0,390-	0,428-	0,467-	0,505-	0,544-	0,582-	0,620-	0,659-	0,697-	0,735-	0,773-
71	0,412-	0,452-	0,493-	0,534-	0,574-	0,614-	0,655-	0,695-	0,735-	0,775-	0,815-
72	0,436-	0,479-	0,522-	0,565-	0,607-	0,650-	0,693-	0,735-	0,777-	0,820-	0,862-
73	0,462-	0,508-	0,553-	0,599-	0,644-	0,689-	0,734-	0,779-	0,824-	0,869-	0,913-
74	0,492-	0,541-	0,589-	0,637-	0,685-	0,733-	0,781-	0,828-	0,876-	0,923-	0,970-
75	0,526-	0,577-	0,629-	0,680-	0,731-	0,782-	0,833-	0,883-	0,934-	0,984-	1,034-
76	0,563-	0,619-	0,674-	0,728-	0,783-	0,837-	0,891-	0,945-	0,999-	1,053-	1,106-
77	0,607-	0,666-	0,725-	0,783-	0,842-	0,900-	0,958-	1,016-	1,073-	1,131-	1,188-
78	0,656-	0,720-	0,783-	0,847-	0,910-	0,972-	1,034-	1,096-	1,158-	1,219-	1,281-
79	0,714-	0,783-	0,852-	0,920-	0,988-	1,055-	1,123-	1,189-	1,256-	1,322-	1,388-
80	0,782-	0,857-	0,932-	1,006-	1,080-	1,153-	1,226-	1,298-	1,370-	1,441-	1,512-
81	0,863-	0,946-	1,027-	1,108-	1,188-	1,268-	1,347-	1,426-	1,504-	1,581-	1,658-
82	0,962-	1,052-	1,142-	1,231-	1,319-	1,406-	1,493-	1,578-	1,663-	1,747-	1,831-
83	1,083-	1,184-	1,283-	1,381-	1,478-	1,574-	1,669-	1,763-	1,856-	1,947-	2,038-
84	1,236-	1,348-	1,459-	1,568-	1,675-	1,781-	1,886-	1,989-	2,091-	2,191-	2,291-
85	1,433-	1,559-	1,683-	1,804-	1,923-	2,041-	2,156-	2,270-	2,382-	2,492-	2,601-
86	1,692-	1,834-	1,973-	2,109-	2,241-	2,372-	2,499-	2,624-	2,747-	2,867-	2,986-
87	2,040-	2,201-	2,356-	2,507-	2,654-	2,798-	2,938-	3,074-	3,208-	3,339-	3,467-
88	2,518-	2,696-	2,868-	3,034-	3,195-	3,350-	3,502-	3,649-	3,793-	3,933-	4,070-
89	3,174-	3,366-	3,550-	3,727-	3,898-	4,063-	4,223-	4,378-	4,529-	4,675-	4,818-
90	4,052-	4,250-	4,439-	4,621-	4,795-	4,964-	5,126-	5,284-	5,438-	5,587-	5,732-
91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
94	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
95	2,062-	2,354-	2,684-	3,069-	3,554-	4,324-	-	-	-	-	-
96	1,567-	1,755-	1,952-	2,159-	2,373-	2,611-	2,861-	3,133-	3,434-	3,775-	4,178-
97	1,284-	1,428-	1,577-	1,729-	1,886-	2,049-	2,216-	2,390-	2,570-	2,758-	2,955-
98	1,094-	1,213-	1,334-	1,457-	1,583-						

α_1^0	c/c_1										
	5,00-	5,50-	6,00-	6,50-	7,00-	7,50-	8,00-	8,50-	9,00-	9,50-	10,00-
60	0,493-	0,541-	0,590-	0,639-	0,688-	0,736-	0,785-	0,833-	0,881-	0,930-	0,978-
61	0,513-	0,564-	0,614-	0,665-	0,716-	0,766-	0,816-	0,867-	0,917-	0,967-	1,017-
62	0,534-	0,587-	0,640-	0,693-	0,745-	0,798-	0,850-	0,903-	0,955-	1,007-	1,059-
63	0,557-	0,612-	0,667-	0,722-	0,777-	0,832-	0,886-	0,941-	0,995-	1,049-	1,104-
64	0,581-	0,639-	0,696-	0,753-	0,811-	0,868-	0,925-	0,981-	1,038-	1,095-	1,151-
65	0,607-	0,667-	0,727-	0,787-	0,847-	0,906-	0,966-	1,025-	1,084-	1,143-	1,202-
66	0,636-	0,698-	0,761-	0,823-	0,885-	0,948-	1,010-	1,071-	1,133-	1,195-	1,256-
67	0,666-	0,731-	0,797-	0,862-	0,927-	0,992-	1,057-	1,122-	1,186-	1,250-	1,314-
68	0,699-	0,767-	0,836-	0,904-	0,972-	1,040-	1,108-	1,176-	1,243-	1,310-	1,377-
69	0,734-	0,806-	0,878-	0,950-	1,021-	1,092-	1,163-	1,234-	1,305-	1,375-	1,445-
70	0,773-	0,849-	0,924-	0,999-	1,074-	1,149-	1,224-	1,298-	1,372-	1,446-	1,519-
71	0,815-	0,895-	0,974-	1,054-	1,132-	1,211-	1,289-	1,367-	1,445-	1,522-	1,599-
72	0,862-	0,946-	1,030-	1,113-	1,196-	1,279-	1,361-	1,443-	1,525-	1,606-	1,687-
73	0,913-	1,002-	1,091-	1,179-	1,266-	1,353-	1,440-	1,527-	1,613-	1,698-	1,784-
74	0,970-	1,065-	1,158-	1,251-	1,344-	1,436-	1,528-	1,619-	1,710-	1,800-	1,890-
75	1,034-	1,134-	1,234-	1,332-	1,430-	1,528-	1,625-	1,721-	1,817-	1,913-	2,007-
76	1,106-	1,213-	1,318-	1,423-	1,527-	1,631-	1,734-	1,836-	1,937-	2,038-	2,138-
77	1,188-	1,301-	1,414-	1,525-	1,636-	1,746-	1,856-	1,964-	2,072-	2,179-	2,285-
78	1,281-	1,402-	1,522-	1,642-	1,760-	1,877-	1,994-	2,109-	2,224-	2,337-	2,450-
79	1,388-	1,518-	1,647-	1,775-	1,901-	2,027-	2,151-	2,274-	2,396-	2,517-	2,637-
80	1,512-	1,652-	1,791-	1,928-	2,064-	2,198-	2,331-	2,463-	2,593-	2,721-	2,849-
81	1,658-	1,810-	1,959-	2,107-	2,253-	2,397-	2,540-	2,680-	2,819-	2,956-	3,092-
82	1,831-	1,995-	2,158-	2,317-	2,474-	2,629-	2,782-	2,933-	3,081-	3,228-	3,373-
83	2,038-	2,218-	2,393-	2,566-	2,736-	2,902-	3,066-	3,228-	3,387-	3,543-	3,698-
84	2,291-	2,486-	2,677-	2,864-	3,047-	3,226-	3,402-	3,575-	3,745-	3,912-	4,076-
85	2,601-	2,814-	3,021-	3,223-	3,420-	3,613-	3,801-	3,986-	4,167-	4,344-	4,518-
86	2,986-	3,217-	3,441-	3,659-	3,870-	4,076-	4,277-	4,473-	4,665-	4,853-	5,037-
87	3,467-	3,716-	3,957-	4,189-	4,414-	4,633-	4,845-	5,052-	5,254-	5,451-	5,643-
88	4,070-	4,335-	4,589-	4,834-	5,071-	5,300-	5,522-	5,737-	5,947-	6,151-	6,351-
89	4,818-	5,094-	5,358-	5,612-	5,856-	6,092-	6,320-	6,542-	6,757-	6,967-	7,171-
90	5,732-	6,012-	6,280-	6,536-	6,783-	7,022-	7,252-	7,476-	7,693-	7,904-	8,110-
91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
94	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
95	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
96	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
97	4,178-	5,767-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
98	2,955-	3,380-	3,863-	4,435-	5,177-	6,747-	-	-	-	-	-
99	2,395-	2,694-	3,010-	3,347-	3,711-	4,109-	4,552-	5,062-	5,680-	6,541-	-
100	2,038-	2,275-	2,522-	2,777-	3,044-	3,323-	3,617-	3,928-	4,258-	4,614-	5,001-
101	1,782-	1,982-	2,187-	2,397-	2,613-	2,836-	3,066-	3,304-	3,550-	3,807-	4,074-
102	1,587-	1,761-	1,937-	2,118-	2,302-	2,490-	2,682-	2,879-	3,080-	3,287-	3,499-
103	1,432-	1,586-	1,742-	1,901-	2,062-	2,226-	2,392-	2,561-	2,734-	2,909-	3,089-
104	1,305-	1,444-	1,584-	1,726-	1,870-	2,015-	2,163-	2,312-	2,464-	2,618-	2,774-
105	1,199-	1,326-	1,453-	1,581-	1,711-	1,843-	1,975-	2,110-	2,245-	2,382-	2,521-
106	1,109-	1,225-	1,342-	1,459-	1,578-	1,698-	1,819-	1,941-	2,064-	2,188-	2,313-
107	1,032-	1,138-	1,246-	1,355-	1,464-	1,574-	1,685-	1,797-	1,910-	2,023-	2,138-
108	0,964-	1,063-	1,163-	1,264-	1,365-	1,467-	1,570-	1,673-	1,777-	1,882-	1,987-
109	0,904-	0,997-	1,090-	1,184-	1,278-	1,373-	1,469-	1,565-	1,661-	1,759-	1,856-
110	0,850-	0,938-	1,025-	1,113-	1,201-	1,290-	1,380-	1,469-	1,559-	1,650-	1,741-
111	0,803-	0,885-	0,967-	1,050-	1,133-	1,216-	1,300-	1,384-	1,469-	1,554-	1,639-
112	0,759-	0,837-	0,915-	0,993-	1,071-	1,150-	1,228-	1,308-	1,387-	1,467-	1,547-
113	0,720-	0,794-	0,867-	0,941-	1,015-	1,089-	1,164-	1,239-	1,314-	1,389-	1,465-
114	0,685-	0,754-	0,824-	0,894-	0,964-	1,034-	1,105-	1,176-	1,247-	1,318-	1,390-
115	0,652-	0,718-	0,784-	0,851-	0,917-	0,984-	1,051-	1,118-	1,186-	1,253-	1,321-
116	0,622-	0,685-	0,748-	0,811-	0,874-	0,938-	1,002-	1,066-	1,130-	1,194-	1,258-
117	0,594-	0,654-	0,714-	0,774-	0,835-	0,895-	0,956-	1,017-	1,078-	1,139-	1,201-
118	0,568-	0,625-	0,683-	0,740-	0,798-	0,856-	0,914-	0,972-	1,030-	1,089-	1,147-
119	0,544-	0,599-	0,654-	0,709-	0,764-	0,819-	0,875-	0,930-	0,986-	1,042-	1,097-
120	0,521-	0,574-	0,626-	0,679-	0,732-	0,785-	0,838-	0,891-	0,944-	0,998-	1,051-
121	0,500-	0,550-	0,601-	0,651-	0,702-	0,753-	0,804-	0,855-	0,906-	0,957-	1,008-

α_1^0	c/c_1										
	10,00-	10,50-	11,00-	11,50-	12,00-	12,50-	13,00-	13,50-	14,00-	14,50-	15,00-
60	0,978-	1,026-	1,074-	1,122-	1,170-	1,218-	1,266-	1,314-	1,361-	1,409-	1,457-
61	1,017-	1,067-	1,117-	1,167-	1,217-	1,267-	1,317-	1,366-	1,416-	1,465-	1,515-
62	1,059-	1,111-	1,163-	1,215-	1,267-	1,319-	1,370-	1,422-	1,473-	1,525-	1,576-
63	1,104-	1,158-	1,212-	1,266-	1,320-	1,373-	1,427-	1,481-	1,534-	1,588-	1,641-
64	1,151-	1,207-	1,264-	1,320-	1,376-	1,432-	1,488-	1,543-	1,599-	1,655-	1,710-
65	1,202-	1,261-	1,319-	1,378-	1,436-	1,494-	1,552-	1,610-	1,668-	1,726-	1,784-
66	1,256-	1,317-	1,378-	1,439-	1,500-	1,561-	1,622-	1,682-	1,742-	1,803-	1,863-
67	1,314-	1,378-	1,442-	1,506-	1,569-	1,633-	1,696-	1,759-	1,822-	1,885-	1,947-
68	1,377-	1,444-	1,511-	1,577-	1,644-	1,710-	1,776-	1,842-	1,907-	1,973-	2,038-
69	1,445-	1,515-	1,585-	1,655-	1,724-	1,793-	1,862-	1,931-	1,999-	2,068-	2,136-
70	1,519-	1,592-	1,665-	1,738-	1,811-	1,883-	1,955-	2,027-	2,099-	2,170-	2,241-
71	1,599-	1,676-	1,753-	1,829-	1,905-	1,981-	2,056-	2,132-	2,207-	2,281-	2,356-
72	1,687-	1,768-	1,848-	1,928-	2,008-	2,088-	2,167-	2,246-	2,324-	2,403-	2,481-
73	1,784-	1,868-	1,953-	2,037-	2,121-	2,204-	2,288-	2,370-	2,453-	2,535-	2,617-
74	1,890-	1,979-	2,068-	2,157-	2,245-	2,333-	2,420-	2,507-	2,594-	2,680-	2,766-
75	2,007-	2,102-	2,196-	2,289-	2,382-	2,474-	2,566-	2,658-	2,749-	2,839-	2,929-
76	2,138-	2,238-	2,337-	2,436-	2,534-	2,631-	2,728-	2,824-	2,920-	3,015-	3,110-
77	2,285-	2,391-	2,495-	2,600-	2,703-	2,806-	2,908-	3,009-	3,110-	3,211-	3,310-
78	2,450-	2,562-	2,673-	2,783-	2,892-	3,001-	3,109-	3,216-	3,323-	3,428-	3,533-
79	2,637-	2,755-	2,873-	2,990-	3,106-	3,221-	3,335-	3,448-	3,560-	3,672-	3,782-
80	2,849-	2,975-	3,100-	3,224-	3,347-	3,469-	3,589-	3,709-	3,827-	3,945-	4,061-
81	3,092-	3,227-	3,360-	3,491-	3,621-	3,750-	3,878-	4,004-	4,129-	4,253-	4,376-
82	3,373-	3,516-	3,657-	3,796-	3,934-	4,071-	4,206-	4,339-	4,471-	4,602-	4,731-
83	3,698-	3,850-	4,000-	4,148-	4,294-	4,438-	4,581-	4,721-	4,861-	4,998-	5,134-
84	4,076-	4,238-	4,397-	4,553-	4,708-	4,860-	5,010-	5,158-	5,305-	5,449-	5,592-
85	4,518-	4,689-	4,858-	5,023-	5,186-	5,346-	5,503-	5,659-	5,812-	5,963-	6,112-
86	5,037-	5,217-	5,393-	5,567-	5,737-	5,905-	6,070-	6,232-	6,392-	6,549-	6,704-
87	5,643-	5,832-	6,016-	6,197-	6,374-	6,548-	6,719-	6,887-	7,052-	7,215-	7,375-
88	6,351-	6,546-	6,736-	6,923-	7,106-	7,285-	7,461-	7,633-	7,803-	7,970-	8,134-
89	7,171-	7,370-	7,564-	7,753-	7,941-	8,123-	8,302-	8,478-	8,650-	8,819-	8,986-
90	8,110-	8,310-	8,506-	8,698-	8,885-	9,069-	9,249-	9,425-	9,599-	9,769-	9,936-
91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
94	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
95	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
96	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
97	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
98	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
99	5,001-	5,430-	5,917-	6,498-	7,263-	-	-	-	-	-	-
100	4,074-	4,354-	4,648-	4,960-	5,292-	5,649-	6,038-	6,470-	6,963-	7,552-	8,339-
101	3,499-	3,718-	3,943-	4,176-	4,417-	4,667-	4,927-	5,199-	5,		

α_1^0	c/c_1										
	15,00-	15,50-	16,00-	16,50-	17,00-	17,50-	18,00-	18,50-	19,00-	19,50-	20,00-
60	1,457-	1,504-	1,552-	1,599-	1,646-	1,694-	1,741-	1,788-	1,835-	1,882-	1,929-
61	1,515-	1,564-	1,613-	1,662-	1,711-	1,760-	1,809-	1,858-	1,907-	1,956-	2,004-
62	1,576-	1,627-	1,678-	1,729-	1,780-	1,831-	1,882-	1,933-	1,983-	2,034-	2,084-
63	1,641-	1,694-	1,747-	1,800-	1,853-	1,906-	1,959-	2,011-	2,064-	2,117-	2,169-
64	1,710-	1,765-	1,821-	1,876-	1,931-	1,986-	2,040-	2,095-	2,150-	2,204-	2,259-
65	1,784-	1,841-	1,899-	1,956-	2,013-	2,070-	2,127-	2,184-	2,241-	2,298-	2,354-
66	1,863-	1,923-	1,982-	2,042-	2,102-	2,161-	2,220-	2,280-	2,339-	2,397-	2,456-
67	1,947-	2,010-	2,072-	2,134-	2,196-	2,258-	2,320-	2,381-	2,443-	2,504-	2,565-
68	2,038-	2,103-	2,168-	2,233-	2,297-	2,362-	2,426-	2,490-	2,554-	2,618-	2,682-
69	2,136-	2,204-	2,272-	2,339-	2,407-	2,474-	2,541-	2,608-	2,674-	2,741-	2,807-
70	2,241-	2,312-	2,383-	2,454-	2,524-	2,594-	2,664-	2,734-	2,804-	2,873-	2,942-
71	2,356-	2,430-	2,504-	2,578-	2,652-	2,725-	2,798-	2,871-	2,943-	3,016-	3,088-
72	2,481-	2,558-	2,636-	2,713-	2,790-	2,866-	2,943-	3,019-	3,095-	3,170-	3,246-
73	2,617-	2,698-	2,779-	2,860-	2,940-	3,021-	3,100-	3,180-	3,259-	3,338-	3,417-
74	2,766-	2,851-	2,936-	3,021-	3,105-	3,189-	3,273-	3,356-	3,439-	3,521-	3,604-
75	2,929-	3,019-	3,108-	3,197-	3,285-	3,373-	3,461-	3,548-	3,635-	3,721-	3,807-
76	3,110-	3,204-	3,298-	3,391-	3,484-	3,576-	3,668-	3,760-	3,850-	3,941-	4,031-
77	3,310-	3,409-	3,508-	3,606-	3,703-	3,800-	3,896-	3,992-	4,088-	4,182-	4,277-
78	3,533-	3,638-	3,741-	3,844-	3,946-	4,048-	4,149-	4,250-	4,349-	4,444-	4,547-
79	3,782-	3,892-	4,001-	4,109-	4,217-	4,324-	4,430-	4,545-	4,640-	4,744-	4,847-
80	4,061-	4,177-	4,292-	4,406-	4,519-	4,631-	4,742-	4,853-	4,962-	5,071-	5,179-
81	4,376-	4,498-	4,618-	4,738-	4,857-	4,974-	5,091-	5,207-	5,322-	5,436-	5,549-
82	4,731-	4,859-	4,986-	5,112-	5,236-	5,360-	5,482-	5,603-	5,723-	5,842-	5,960-
83	5,134-	5,269-	5,402-	5,534-	5,664-	5,793-	5,921-	6,047-	6,173-	6,297-	6,420-
84	5,592-	5,733-	5,872-	6,010-	6,146-	6,281-	6,414-	6,546-	6,676-	6,805-	6,933-
85	6,112-	6,259-	6,405-	6,548-	6,690-	6,830-	6,968-	7,105-	7,240-	7,374-	7,507-
86	6,704-	6,857-	7,007-	7,156-	7,303-	7,448-	7,591-	7,732-	7,872-	8,010-	8,147-
87	7,375-	7,533-	7,688-	7,841-	7,992-	8,141-	8,288-	8,434-	8,577-	8,719-	8,859-
88	8,134-	8,295-	8,454-	8,611-	8,765-	8,917-	9,067-	9,216-	9,362-	9,506-	9,649-
89	8,986-	9,150-	9,311-	9,470-	9,626-	9,781-	9,933-	10,083-	10,231-	10,377-	10,521-
90	9,936-	10,101-	10,263-	10,423-	10,580-	10,735-	10,887-	11,038-	11,187-	11,333-	11,478-
91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
94	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
95	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
96	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
97	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
98	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
99	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	8,339-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
101	6,104-	6,446-	6,815-	7,220-	7,673-	8,199-	8,851-	9,818-	-	-	-
102	5,130-	5,368-	5,615-	5,873-	6,141-	6,422-	6,718-	7,032-	7,367-	7,728-	8,122-
103	4,488-	4,679-	4,874-	5,074-	5,279-	5,490-	5,706-	5,930-	6,160-	6,399-	6,646-
104	4,014-	4,176-	4,340-	4,507-	4,677-	4,850-	5,027-	5,207-	5,390-	5,578-	5,770-
105	3,642-	3,783-	3,926-	4,071-	4,218-	4,367-	4,518-	4,671-	4,827-	4,985-	5,145-
106	3,338-	3,464-	3,592-	3,721-	3,851-	3,982-	4,115-	4,250-	4,386-	4,523-	4,663-
107	3,084-	3,198-	3,314-	3,430-	3,547-	3,665-	3,785-	3,905-	4,027-	4,149-	4,273-
108	2,867-	2,972-	3,077-	3,183-	3,290-	3,398-	3,506-	3,616-	3,726-	3,837-	3,948-
109	2,679-	2,775-	2,873-	2,970-	3,069-	3,168-	3,267-	3,368-	3,469-	3,570-	3,672-
110	2,514-	2,603-	2,694-	2,784-	2,876-	2,967-	3,059-	3,152-	3,245-	3,339-	3,433-
111	2,367-	2,451-	2,535-	2,620-	2,705-	2,790-	2,876-	2,962-	3,049-	3,136-	3,223-
112	2,236-	2,314-	2,393-	2,473-	2,552-	2,632-	2,713-	2,793-	2,874-	2,955-	3,037-
113	2,117-	2,191-	2,266-	2,340-	2,415-	2,490-	2,566-	2,642-	2,717-	2,794-	2,870-
114	2,010-	2,080-	2,150-	2,221-	2,291-	2,362-	2,433-	2,504-	2,576-	2,648-	2,720-
115	1,912-	1,978-	2,045-	2,111-	2,178-	2,245-	2,312-	2,380-	2,447-	2,515-	2,583-
116	1,822-	1,885-	1,948-	2,011-	2,074-	2,138-	2,202-	2,266-	2,330-	2,394-	2,458-
117	1,739-	1,799-	1,859-	1,919-	1,979-	2,040-	2,100-	2,161-	2,222-	2,283-	2,344-
118	1,662-	1,719-	1,776-	1,833-	1,891-	1,948-	2,006-	2,064-	2,122-	2,180-	2,238-
119	1,590-	1,645-	1,700-	1,754-	1,809-	1,864-	1,919-	1,974-	2,029-	2,084-	2,140-
120	1,524-	1,576-	1,628-	1,680-	1,733-	1,785-	1,838-	1,890-	1,943-	1,996-	2,049-

Zur Refraktion von Licht im Meerwasser

Von GÜNTHER SAGER

Zusammenfassung: Es werden die Auffassungen und Ergebnisse zur Brechung des Lichtes im Meerwasser beleuchtet und die immer noch in der Literatur vorhandenen Fehlerte herausgestellt, wobei die Darstellungen der Refraktion in den Standardwerken der Meereskunde kritisch gewertet werden. Für die gelbe Natrium-Linie des Spektrums werden Tabellen und graphische Darstellungen des Refraktionskoeffizienten und der Lichtgeschwindigkeit im Meerwasser abgeleitet.

Rückschau auf grundlegende Arbeiten

Die Brechung des Lichtes im Meerwasser hängt ab vom Salzgehalt, der Temperatur und dem Druck und ist wegen der Dispersion des Lichts für jede Wellenlänge eine andere. Auf die besondere Schwierigkeit, optisch reines Wasser herzustellen, hat schon 1922 der Inder RAMAN hingewiesen. Von diesem Faktor hängen alle Messungen entscheidend ab. Verfolgt man die Angaben über Refraktionskoeffizienten in den einschlägigen Lehrbüchern der Ozeanographie, so stößt man auf zwei verschiedene Gruppen von Daten, die beide in die Zeit 1934/35 zurückreichen, nämlich eine amerikanische von UTTERBACK und Mitarbeitern und deutsche Untersuchungen von BEIN. Erst in jüngster Zeit sind französische Bestimmungen der Brechzahl hinzugekommen, die vor allem der Abhängigkeit von der Wellenlänge Rechnung tragen. Im folgenden sollen die Ergebnisse vom physikalisch-mathematischen Standpunkt kritisch betrachtet werden, während zur Methodik auf die Literaturangaben zurückgegriffen werden muß.

BEIN führte seine Untersuchungen an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt für weißes oder gelbes He-Licht durch und publizierte die Resultate 1935. Seine Tabellen der Brechzahlen umfassen Dichtewerte $\sigma = (\rho - 1) 10^3$ von 16, 20, 24, 28 und 32 und Temperaturen von 0 bis 40 °C in 5°-Intervallen und sind für verdünntes oder konzentriertes Ozeanwasser ausgelegt. Rein formal wurden die Brechzahlen als Differenzen gegen einen Fixwert angegeben, um Stellenwerte einzusparen. Die Daten sind auf Salzgehalt nach der Formel für den Zusammenhang von Dichte und Salzgehalt umrechenbar und bedecken dann etwa den Bereich von 20 bis 40‰ Salzgehalt.

Es leuchtet zwar ein, daß man in diesem Bereich die Abhängigkeit der Brechzahl klarer herauschälen kann als bei niedrigeren Werten, jedoch ist damit die Möglichkeit vergeben, die Tabellen auf Nebenmeere wie die Ostsee anzuwenden. Trotz dieses Mangels wurden die Tabellen von BEIN jahrzehntelang immer wieder angezogen. Das Fehlen des Intervalls von 0 bis 20⁰/₀₀ wirkt um so befremdender, als schon HALL und PAYNE (1922) Untersuchungen des Einflusses der Temperatur auf die Brechzahlen von reinem Wasser gegen gleichtemperierte Luft für eine Wellenlänge von $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$ durchgeführt haben, die in Tab. 1 aufgeführt sind.

Sieht man sich die ersten und die höheren Differenzen in der Tabelle von BEIN an, so stellt man in bezug auf den Salzgehalt ein quasilineares Verhalten für jede der angegebenen Temperaturen fest, wobei man mit BEIN der Meinung sein möchte, daß es sich vermutlich um einen rein linearen Zusammenhang handelt, der durch Mängel in der Meßanordnung verwischt worden ist. Extrapoliert man die Brechzahldifferenzen Δn in Richtung Süßwasser, so zeigt sich, daß mit verschwindendem Salzgehalt auch die Temperaturabhängigkeit verlorengeht, was in Widerspruch zu den Ergebnissen von HALL und PAYNE und den späteren Erkenntnissen steht.

Versucht man dennoch eine künstliche Anpassung an Süßwasser, so geht der strenge funktionelle Zusammenhang zwischen n , T und S verloren. Es ist also praktisch nicht möglich, die Wertegruppe von BEIN mit niedrigeren Salzgehalten und deren Einfluß auf den Refraktionsindex hinreichend in Einklang zu bringen. Die weiteren Betrachtungen werden zeigen, daß dies fast gleichzeitig mit anderen Meßreihen in den Vereinigten Staaten gelungen war und 1968 von französischen Bearbeitern wiederholt und erweitert werden konnte.

1934 gaben UTTERBACK, THOMPSON und THOMAS für die Wellenlänge $\lambda = 0,5893 \mu\text{m}$ (gelbe Natriumlinie des Spektrums) Beziehungen zwischen dem Refraktionskoeffizienten und der Temperatur bei 0, 5, 10, 15, 20 und 25 °C sowie jeweils 13 Chlorgehaltswerten zwischen 1,477 und 21,381⁰/₀₀ (2,668 und 38,626⁰/₀₀ S) an. Sie erkannten die lineare Relation vom Typ

$$n_{\circ C} = a_{\circ C} + b_{\circ C} \cdot 10^{-4} \text{ Cl } ^{0}/_{00}$$

und gaben die Koeffizienten für die genannten Temperaturen an, von denen die $a_{\circ C}$ vergleichsweise in der Tab. 1 wiedergegeben sind. Mit diesen Gleichungen wurden Tabellen mit ganzzahligem Chlorgehalt errechnet und mitgeteilt. Eine Investigation der Meßwerte durch alle höheren Differenzen läßt auf eine relativ sorgfältige Arbeit schließen. Die Extrapolation auf den der Tabelle direkt benachbarten Fall Cl = 0 führt auf brauchbare Werte der Brechzahl in Süßwasser. Die Arbeit ist im Gegensatz zu BEIN sachlich kurz gehalten und gibt einige Rückblicke auf frühere Bemühungen. Die von UTTERBACK und Mitarbeitern für $T = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$ aufgestellte Gleichung wurde von MIYAKE (1939) fast genau verifiziert.

Der Brechungsindex in den meereskundlichen Standardwerken

Trotz der guten Basis der Werte von UTTERBACK und Mitarbeitern blieben die widersprüchlichen Werte von BEIN in der Literatur dominant. Eine Übersicht wichtiger Werke mit ozeanographischen Angaben liefert das folgende Bild:

Die auf den Salzgehalt umgerechneten Werte von BEIN fanden auszugsweise Aufnahme in die „Allgemeine Meereskunde“ von DIETRICH, wobei Bezugswellenlänge und Fixpunkt der Brechzahlen angegeben sind. Die Arbeit von UTTERBACK und Mitarbeitern wird nicht erwähnt. Die Gesamtheit der Werte wurde in das Standardwerk von LANDOLT-BÖRNSTEIN übernommen, wobei dort der Fixpunkt nicht numerisch genannt wird. Im „Handbuch der Geophysik“ gibt LAUSCHER (1968) zunächst die Ergebnisse von HALL und PAYNE und dann eine Gleichung von BEIN und HIRSEKORN an, die den Unterschied der Brechzahlen zwischen Meerwasser und reinem Wasser in Abhängigkeit von Dichte, Temperatur und Wellenlänge darstellen soll. Diese Formel liefert eine lineare Abhängigkeit von der Temperatur und ist damit indiskutabel, weil die Relation in erster Näherung parabolischen Charakter hat, wie nachher näher besprochen wird (vgl. Tab. 1 und Abb. 1).

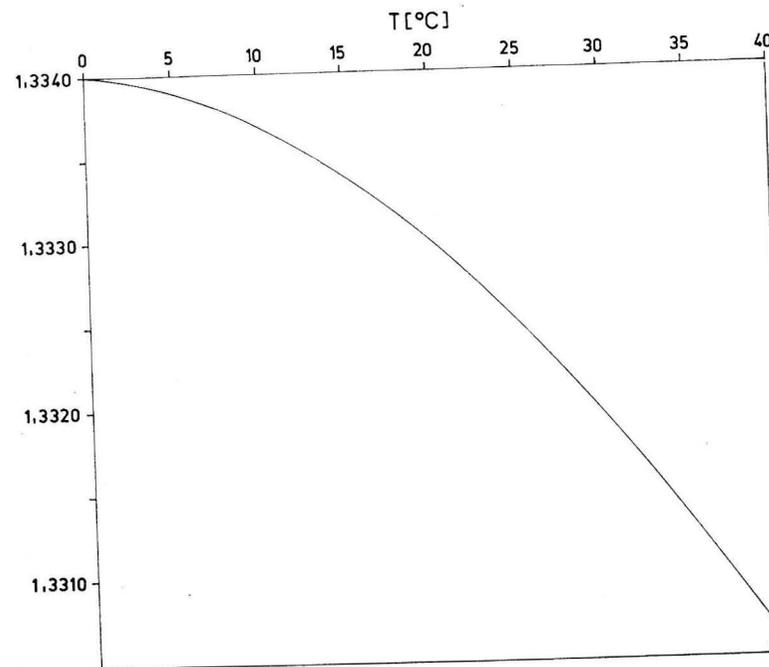


Abb. 1. Refraktionskoeffizient für reines Wasser und $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ (gelbe Na-Linie des Spektrums) in Abhängigkeit von der Temperatur bei 760 mm Hg

Was bei der Kompilation von Angaben für ein so weitgedehntes Gebiet wie die Meereskunde bei allgemeinen Lehrbüchern kaum realisierbar ist, nämlich physikalisch nicht genügend fundierte Tabellen auszuschneiden, scheint auch im engeren Fachbereich noch zu hinken. In seinem Buch „Optical Oceanography“ von 1968 übernimmt JERLOV ähnlich wie DIETRICH eine Auswahl der Differenzwerte von BEIN für $\lambda = 0,5876 \mu\text{m}$ und gibt keinen numerischen Basiswert, an den die Differenzen angeschlossen werden sollen. BEIN wird dabei sogar das Kompliment zuteil, daß er „has treated this problem exhaustively“! Nicht in Schwierigkeiten gerät SCHULEIKIN in seiner „Physik des Meeres“ (4. Auflage 1968), wo er auf einigen Dutzend Seiten die Meeresoptik behandelt und keinerlei Angaben über den Brechungsindex macht.

Sein Landsmann ZUBOW hat in seinen „Ozeanographischen Tabellen“ (3. Aufl. 1957) Tabellen für den Brechungskoeffizienten bis zu 30 °C Temperatur und 40‰ Salzgehalt in Fünferintervallen für die Wellenlänge 0,5896 μm aufgeführt. Die Ausgangswerte für Süßwasser decken sich weitgehend mit denjenigen der Tab. 1. Im einzelnen zeigen Differenzbildungen, daß die Ergebnisse den Werten von BEIN eng benachbart sind und damit von denen UTTERBACKS merklich abweichen. ZUBOW hat dabei offenbar den Versuch gemacht, die Werte von BEIN mit den Basiswerten von Süßwasser zu kombinieren, was exakt nicht möglich ist, aber immerhin einen Fortschritt bedeutete, der jedoch angesichts der kontinuierlichen Untersuchungen von UTTERBACK und seinen Mitarbeitern nicht erforderlich gewesen wäre.

Von den Standardwerken der Meereskunde bleibt zur Ehrenrettung der Gruppe UTTERBACK nur SVERDRUP mit seiner „Oceanography“ nach. Er erwähnt zwar die Arbeit von BEIN, wendet sich dann aber seinen Landsleuten zu und gibt als graphische Darstellung die zitierten Geradengleichungen als Schar für jeweils ein festes T über dem Chlorgehalt und neben den Brechzahlen als Ordinate. Diese Darstellung bleibt weiterhin gültig, wie anschließend auseinandergesetzt werden soll, während die Angaben von BEIN bei Neuauflagen der Lehrbücher verschwinden müssen.

Kritische Überarbeitung der Ergebnisse von UTTERBACK und Mitarbeitern

Der vertrauenerweckende Befund der Resultate von UTTERBACK, THOMPSON und THOMAS war für den Verfasser Anlaß, sich etwas eingehender mit der Thematik zu befassen. Zu diesem Zweck kam es darauf an, die a_{c} und b_{c} in bezug auf ihre Verträglichkeit kritisch zu untersuchen. Neben den Werten von HALL und PAYNE und den a_{c} von UTTERBACK bot sich die Möglichkeit, für Süßwasser die Angaben von D'ANS-LAX im „Taschenbuch für Chemiker und Physiker, Band I“ zu nutzen. Sie sind dort für eine Vielzahl von Wellenlängen, jedoch nur für Temperaturen von 15, 20, 25, 30 und 40 °C zu finden. In der Tab. 1 wurden die überraschend gut zusammenpassenden Brechzahlen von reinem Wasser gegen gleichtemperierte Luft für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ gegenübergestellt.

Die Werte der Tab. 1 sind in der Abb. 1 graphisch dargestellt.

Als dann wurden die Angaben von D'ANS-LAX benutzt, um ein Polynom höheren Grades zu fixieren, aus dem durch Interpolation und — leider ziemlich ausgedehnter — Extrapolation die fehlenden Zuordnungen genähert bestimmt wurden. Es ergaben sich dabei:

T °C	0	5	10	35
n	1,333982	1,333893	1,333689	1,331308

Tabelle 1

Brechzahlen von reinem Wasser gegen gleichtemperierte Luft für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$

T in °C	HALL und PAYNE 1922	UTTERBACK u. Mitarb. 1934	D'ANS-LAX 1967	MÉHU und JOHANNIN-GILLES 1968	benutzte Werte des Verfassers
0	1,33401	1,33402	—	—	1,33400
5	—	1,33391	—	1,33388	1,33390
10	1,33369	1,33370	—	1,33369	1,33369
15	—	1,33340	1,333387	1,33339	1,33338
20	1,33299	1,33301	1,332988	1,33299	1,33298
25	—	1,33250*	1,332503	1,33250	1,33250
30	1,33192	—	1,331940	1,33194	1,33194
35	—	—	—	—	1,33131
40	1,33051	—	1,330610	—	1,33061

*) MIYAKE fand hier 1,332497.

Vergleichsmöglichkeiten bieten sich gerade für die extrapolierten Werte. Sie lassen eine kaum zu erwartende Annäherung an die sonst bekannten Werte erkennen. Damit konnten die Ausgangswerte von UTTERBACK für $Cl = 0$ als prinzipiell von der richtigen Größenordnung verifiziert werden.

Es kam im weiteren darauf an, die a_{c} in sich abzustimmen, was durch Differenzbildung geschehen ist. Dabei ergaben sich die in der Tab. 2 gewählten Werte, wobei auf fünf Dezimalen zurückgegangen wurde und die letzte um eine oder zwei Einheiten abweichen könnte. Solche Abweichungen hätten jedoch wieder Auswirkungen auf die höheren Differenzen und könnten daher nur im Kollektiv bestehen.

Problematischer war die Abstimmung am Ende der Tabelle von UTTERBACK, wo wiederum Ausgleichungen vorgenommen worden sind. Diese Koeffizienten wurden ebenfalls auf ihre Relation zueinander untersucht und noch leicht variiert. Dann wurden aus der Annahme eines linearen Verlaufs die b_{c} bestimmt und nochmals gegeneinander abgewogen. Hier wurden in der Tab. 2 aus mathematischen Gründen drei Dezimalen mitgenommen, die meßtechnisch nicht einzeln belegt sind, auch nicht bei den neueren französischen Observationen. Diese Genauigkeit wurde in die Gleichungen projiziert, um die gegebene Tab. 3 der Refraktion in Rundungsfehlern günstig zu halten.

Tabelle 2

Bezugsgleichungen zur Abhängigkeit des Brechungsindex vom Salzgehalt bei festen Temperaturen

$n_{0^\circ} = 1,33400 + 1,966 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$	$n_{25^\circ} = 1,33250 + 1,816 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$
$n_{5^\circ} = 1,33390 + 1,919 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$	$n_{30^\circ} = 1,33194 + 1,799 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$
$n_{10^\circ} = 1,33369 + 1,884 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$	$n_{35^\circ} = 1,33131 + 1,783 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$
$n_{15^\circ} = 1,33338 + 1,857 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$	$n_{40^\circ} = 1,33061 + 1,768 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$
$n_{20^\circ} = 1,33298 + 1,835 \cdot 10^{-4} S^0_{/00}$	

Tabelle 3

Differenz des Brechungsindex $\Delta n = n - 1,30000$ für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$

$S^0_{/00}$	$T \text{ } ^\circ\text{C}$									
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	
0	3400	3390	3369	3338	3298	3250	3194	3131	3061	
2,5	3449	3438	3416	3384	3344	3295	3239	3176	3105	
5,0	3498	3486	3463	3431	3390	3341	3284	3220	3149	
7,5	3547	3534	3510	3477	3436	3386	3329	3265	3194	
10,0	3597	3582	3557	3524	3482	3432	3374	3309	3238	
12,5	3646	3630	3605	3570	3527	3477	3419	3354	3282	
15,0	3695	3678	3652	3617	3573	3522	3464	3398	3326	
17,5	3744	3726	3699	3663	3619	3568	3509	3443	3370	
20,0	3793	3774	3746	3709	3665	3613	3554	3488	3415	
22,5	3842	3822	3793	3756	3711	3659	3599	3532	3459	
25,0	3892	3870	3840	3802	3757	3704	3644	3577	3503	
27,5	3941	3918	3887	3849	3803	3749	3689	3621	3547	
30,0	3990	3966	3934	3895	3849	3795	3734	3666	3591	
32,5	4039	4014	3981	3942	3894	3840	3779	3710	3636	
35,0	4088	4062	4028	3988	3940	3886	3824	3755	3680	
37,5	4137	4110	4076	4034	3986	3931	3869	3800	3724	
40,0	4186	4158	4123	4081	4032	3976	3914	3844	3768	

Tabelle 4

Lichtgeschwindigkeit in Meerwasser für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ [km s^{-1}] bei 760 mm Hg

$S^0_{/00}$	$T \text{ } ^\circ\text{C}$									
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	
0	224732	224749	224785	224837	224904	224985	225080	225185	225305	
2,5	224650	224668	224705	224759	224827	224909	225004	225110	225230	
5,0	224567	224588	224626	224681	224749	224832	224928	225035	225156	
7,5	224485	224507	224547	224603	224672	224756	224852	224960	225081	
10,0	224402	224426	224468	224524	224595	224679	224776	224885	225006	
12,5	224319	224346	224388	224446	224518	224603	224700	224810	224931	
15,0	224236	224265	224309	224368	224441	224527	224625	224735	224857	
17,5	224154	224185	224230	224290	224364	224450	224549	224660	224782	
20,0	224072	224104	224151	224212	224287	224374	224473	224585	224707	
22,5	223990	224024	224072	224134	224210	224297	224398	224510	224633	
25,0	223907	223943	223994	224057	224133	224221	224322	224435	224559	
27,5	223825	223863	223915	223979	224056	224145	224247	224360	224485	
30,0	223743	223783	223836	223901	223979	224069	224171	224285	224411	
32,5	223661	223703	223758	223823	223903	223993	224096	224211	224336	
35,0	223579	223623	223679	223746	223826	223917	224020	224136	224262	
37,5	223498	223543	223600	223669	223749	223841	223945	224061	224188	
40,0	223416	223463	223521	223591	223673	223765	223870	223986	224114	

Die Tab. 3 ist auf Temperaturen von 35 und 40 °C extrapoliert worden, weil sich mit zunehmender Temperatur eine relativ stabile Beziehung zum Brechungsindex etablieren läßt. Die Salzgehalte sind in Abständen von 2,5 Promille und die Temperaturen von 5 °C zugrunde gelegt worden. In der Tabelle, deren letzte Dezimale um einige Einheiten unsicher sein kann, darf senkrecht linear interpoliert werden. In der Waagerechten müßte eine quadratische Interpolation zur Anwendung kommen, wenn man die optimal mögliche Genauigkeit der Tabelle ausschöpfen will.

Die Ergebnisse von MÉHU und JOHANNIN-GILLES

Die Franzosen MÉHU und JOHANNIN-GILLES haben 1968 die Thematik wieder aufgegriffen, nachdem eine von der UNESCO berufene Kommission 1962 das Interesse an der Bestimmung der Refraktion des Lichtes im Meerwasser deutlich gemacht hatte. Für die Methode sei auf den Beitrag selbst verwiesen. Das Verdienst der Arbeit liegt einmal in Paralleluntersuchungen zu denjenigen von

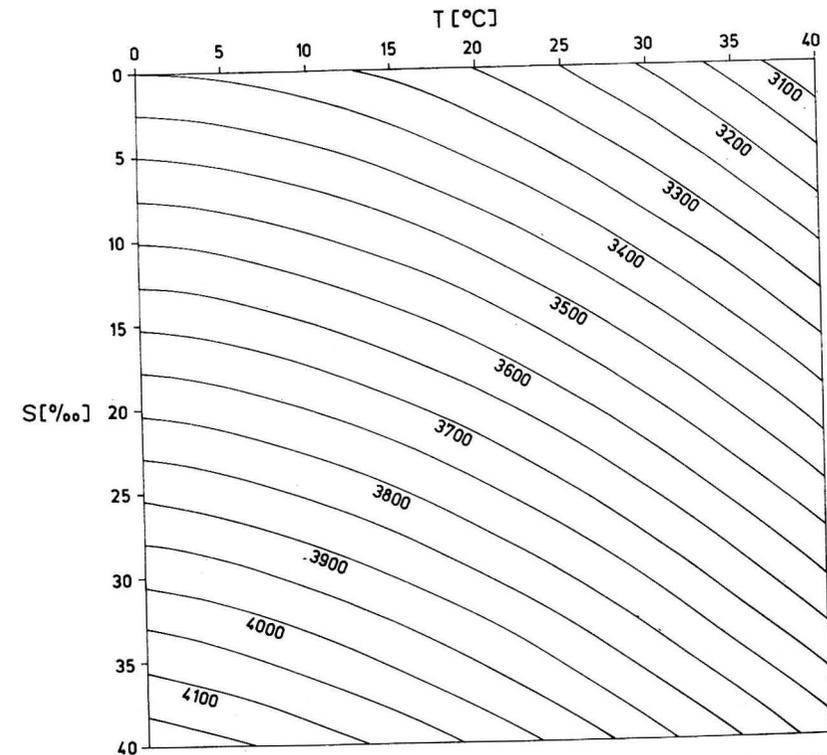


Abb. 2. Refraktionskoeffizient $\Delta n = n - 1,30000$ für Meerwasser und $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt bei 760 mm Hg

UTTERBACK und Mitarbeitern und zum anderen insbesondere in der Ausdehnung auf 10 Wellenlängen. Für die Stufen im Chlorgehalt fallen die Franzosen auf nur 4 gegenüber 13 bei UTTERBACK zurück. Ein Vergleich der auf Chlorgehalt bezogenen b_{c} liefert eine enge Übereinstimmung der beiderseitigen Ergebnisse für $\lambda = 0,5893 \mu\text{m}$. Die benutzten Basiswerte der a_{c} sind in der Tab. 1 eingetragen, wobei der Wert für $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ fehlt, desgleichen für 35 und $40 \text{ } ^\circ\text{C}$. Die Tabelle für Temperaturen von $1, 5, 10, 15, 20, 25$ und $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ zeigt eine außergewöhnlich gute Übereinstimmung zu den überarbeiteten Werten von UTTERBACK, wenn man sie auf die vergleichbaren Salzgehalte umrechnet. Für $\text{Cl} = 19,373\text{‰}$ bzw. $S = 35\text{‰}$ ergibt sich am rechten unteren Rand der Tabelle bei $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ Temperatur $1,33824$ in voller Übereinstimmung mit der Tab. 3. Stichproben für andere Werte und der Versuch der Bestimmung von b_{c} zeigen, daß noch kleine Streuungen vorhanden sind, von denen schon die zweite Dezimale der b_{c} betroffen werden kann.

Auf die weiteren Werte der französischen Bearbeiter soll hier nicht eingegangen werden. Der Beitrag hinterläßt den Eindruck einer recht gründlichen Arbeit, wobei sich bei den geringeren Wellenlängen für $\text{Cl} = 0$ Abweichungen von den

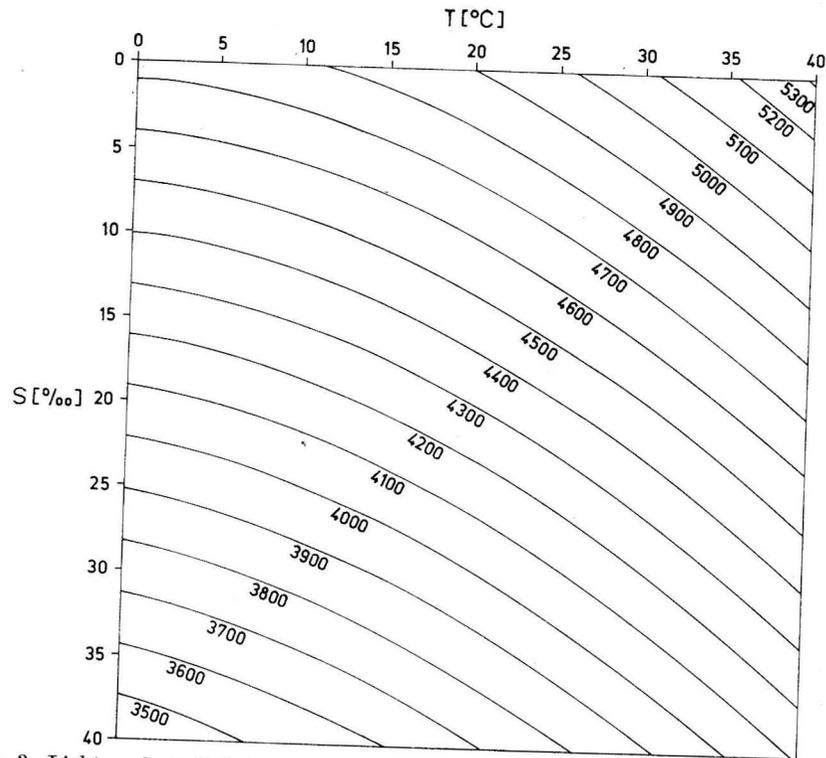


Abb. 3. Lichtgeschwindigkeit $\Delta c = c - 220000 \text{ km s}^{-1}$ in Meerwasser für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt bei 760 mm Hg

bei D'ANS-LAX mitgeteilten Werten ergeben. Leider ist nicht ersichtlich, auf welche Basiswerte sich MÉHU und JOHANNIN-GILLES dabei stützen. Dem Wunsch der französischen Bearbeiter, daß die Angaben über den Refraktionskoeffizienten von Licht im Meerwasser neben der Chlorgehaltsbestimmung auch der Charakterisierung der Wassermassen dienlich sein mögen, kann man sich nur anschließen.

Zur Lichtgeschwindigkeit im Meerwasser bei Normaldruck

Für optisch reines Wasser gilt bei jeder Wellenlänge eine Beziehung der Form

$$c_{\lambda} = \frac{c_0}{n_{\lambda}},$$

wenn c_{λ} die Lichtgeschwindigkeit bei der Wellenlänge λ und c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist, für die

$$c_0 = 299793 \text{ km s}^{-1}$$

gilt. Der Index λ fällt hier fort, weil es im Vakuum keine Dispersion gibt. Die Werte der Tab. 3 gestatten nunmehr die Berechnung der Tab. 4 mit der Lichtgeschwindigkeit im Meerwasser für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$. Dabei kann die letzte Dezimale etwas unsicher sein, obwohl sie bereits ausgeglichen wurde. Die Eingänge der Tab. 4 sind dieselben wie bei Tab. 3 und für die Interpolation gilt Entsprechendes. Für einen schnellen Überblick sind schließlich in Abb. 2 und 3 noch graphische Darstellungen der Brechzahl und der Lichtgeschwindigkeit für $\lambda = 0,58926 \mu\text{m}$ beigegeben worden.

Literatur

- [1] BEIN, W., Physikalische und chemische Konstanten des Meerwassers und Ergebnisse über Wasserkörper. In: Konstantenbestimmungen des Meerwassers und Ergebnisse über Wasserkörper von W. BEIN, H.-G. HIRSEKORN und L. MÖLLER. Veröffentlichungen des Inst. f. Meereskunde an der Univ. Berlin. Neue Folge A. Geogr.-naturwiss. Reihe, H. 28, Berlin 1935.
- [2] D'ANS-LAX, Taschenbuch für Chemiker und Physiker, Bd. I. Makroskopische physikalisch-chemische Eigenschaften, Berlin, Heidelberg, New York 1967.
- [3] DIETRICH, G. und KALLE, K., Allgemeine Meereskunde. Eine Einführung in die Ozeanographie, Berlin 1957.
- [4] JERLOV, N. G., Optical Oceanography, Amsterdam, London, New York 1968.
- [5] LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, 6. Aufl., 3. Bd. Astronomie und Geophysik, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952.
- [6] LAUSCHER, F., Sonnen- und Himmelsstrahlung im Meer und in Gewässern. In: Handbuch der Geophysik VIII, 1942–1961, Berlin 1961.
- [7] MÉHU, A. und JOHANNIN-GILLES, A., Variation de l'indice de réfraction de l'eau de mer étalon de Copenhague et de ses dilutions en fonction de la longueur d'onde, de la température et de la chlorinité. Cahiers Océanographiques XX (1968), No. 9, Paris.
- [8] MIYAKE, Y., Chemical studies of the western Pacific Ocean. IV. The refractive index of sea water. Chem. Soc. Japan 14 (1939), No. 6.

- [9] RAMAN, C. V., On the molecular scattering of light in water and the colour of the sea. Proc. Roy. Soc., Series A, Vol. 101, London 1922.
- [10] SCHULEIKIN, W. W., Physik des Meeres, 4. Aufl., Moskau 1968.
- [11] SVERDRUP, H. U., JOHNSON, M. W. und FLEMING, R. H., The Oceans. Their physics, chemistry, and general biology, 11. Auflage, Englewood Cliffs, N. J., 1962.
- [12] UTTERBACK, L., THOMPSON, T. G. und THOMAS, B. D., Refractivity-chlorinity-temperature relationships of ocean waters. Journal du Conseil pour l'Exploration de la Mer, H. 9, Kopenhagen 1934.
- [13] ZUBOW, N. N., Ozeanologische Tabellen, 3. Aufl., Leningrad 1957.

Abschluß der Arbeit: 20. 1. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. GÜNTHER SAGER, Institut für Meereskunde der AdW
DDR - 253 Rostock-Warnemünde

Empirische Gleichungen für den Brechungsindex des Meerwassers

Von WOLFGANG MATTHÄUS

Zusammenfassung: Es werden empirische Gleichungen für den Brechungsindex n des Meerwassers als Funktion von Temperatur T , Salzgehalt S und Wellenlänge λ mitgeteilt. Die Beziehung $n = f(T, S)$ liefert für den Brechungsindex bei Atmosphärendruck und einer Wellenlänge von $0,5893 \mu\text{m}$ im Bereich von $0 \leq T \leq 40 \text{ }^\circ\text{C}$ und $0 \leq S \leq 40\text{‰}$ Standardabweichungen von $\pm 0,9 \cdot 10^{-5}$ und extreme Abweichungen von $\pm 2 \cdot 10^{-5}$. Für einen Ausdruck $n = f(T, S, \lambda)$ erhält man bei Atmosphärendruck im Bereich von $1 \leq T \leq 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $0 \leq S \leq 35\text{‰}$ und $0,4047 \leq \lambda \leq 0,6438 \mu\text{m}$ Standardabweichungen zwischen eingegebenen und berechneten Werten von $\pm 4 \cdot 10^{-5}$.

Der Brechungsindex n des Lichtes im Meerwasser ist eine Funktion der Temperatur T , des Salzgehaltes S , des Drucks P und der Wellenlänge λ des Lichtes. Während Untersuchungen des Brechungsindex in Abhängigkeit vom Druck nur von STANLEY (1971) bekannt wurden, sind Fundamentalbestimmungen in Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt bzw. Chlorgehalt u. a. von UTTERBACK, THOMPSON und THOMAS (1934), BEIN (1935) und MIYAKE (1939) sowie in jüngster Zeit zusätzlich auch als Funktion der Wellenlänge von MÉHU und JOHANNIN-GILLES (1968) ausgeführt worden. SAGER (1974) hat diese Untersuchungen vom physikalisch-mathematischen Standpunkt kritisch miteinander verglichen und die Ergebnisse von UTTERBACK und Mitarbeitern durch Extrapolation und Ausgleichungen auf einen Bereich von $0 \text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 40 \text{ }^\circ\text{C}$ und $0\text{‰} \leq S \leq 40\text{‰}$ erweitert. Um einerseits die Interpolation in der bei SAGER mitgeteilten Tabelle zu vermeiden (lineare Interpolation bei S und quadratische Interpolation bei T wird vorgeschlagen) und um andererseits eine computergerechte Gleichung zu erhalten, wurde mit Hilfe der Tabellenwerte ein geschlossener analytischer Ausdruck für den Brechungsindex entwickelt.

Aus insgesamt $i = 153$ Werten wurde die folgende empirische Beziehung für den Brechungsindex n des Meerwassers bei Atmosphärendruck und $\lambda = 0,5893 [\mu\text{m}]$ in Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt im Bereich von $0 \text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 40 \text{ }^\circ\text{C}$ und $0\text{‰} \leq S \leq 40\text{‰}$ abgeleitet:

$$n(T, S) = \left. \begin{aligned} &1,334021 \\ &+ 1,9606 \cdot 10^{-4} S \\ &- 1,8029 \cdot 10^{-5} T - 1,6916 \cdot 10^{-6} T^2 \\ &- S (7,9362 \cdot 10^{-7} T - 8,0597 \cdot 10^{-9} T^2) . \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dabei sind T in $[^{\circ}\text{C}]$ und S in $[^{\circ}/_{\infty}]$ einzugeben. Es zeigt sich, daß durch eine lineare Beziehung in S und eine quadratische Abhängigkeit in T der Brechungsindex bereits recht genau bestimmt ist, denn die Standardabweichung

$$s_i = \pm \sqrt{\frac{\sum (n_i - n)^2}{i - k}}$$

(k = Anzahl der Koeffizienten der empirischen Gleichung) der vorgegebenen Tabellenwerte n_i von den berechneten Werten n beträgt nur $s_{153} = \pm 0,9 \cdot 10^{-5} \cong 0,007^{\circ}/_{\infty}$. Die extremen Abweichungen liegen bei $\pm 2 \cdot 10^{-5}$. Die Tab. 1 wurde nach Gl. (1) berechnet.

Ein Vergleich der berechneten Werte mit den experimentellen Resultaten von UTTERBACK und Mitarbeitern (1934) sowie von MÉHU und JOHANNIN-GILLES (1968) führte zu folgenden Ergebnissen: Die Standardabweichung der berechneten von den 78 bei UTTERBACK und Mitarbeitern angegebenen, experimentell ermittelten Werten beträgt $s_{78} = \pm 2 \cdot 10^{-5}$ bei extremen Abweichungen von $+ 5 \cdot 10^{-5}$ und $- 3 \cdot 10^{-5}$. In den Untersuchungen von MÉHU und JOHANNIN-GILLES fallen die Ergebnisse bei Salzgehalten von $S = 26,356^{\circ}/_{\infty}$ ($\text{Cl} = 14,589^{\circ}/_{\infty}$) und $\lambda = 0,5893 [\mu\text{m}]$ in auffälliger Weise aus dem Meßwertkollektiv heraus. Läßt man diese Meßwerte unberücksichtigt, so ergibt sich bei 28 Werten eine Standardabweichung von $s_{28} = \pm 3 \cdot 10^{-5}$. Die extremen Abweichungen betragen etwa $\pm 6 \cdot 10^{-5}$.

Die Experimente von MÉHU und JOHANNIN-GILLES (1968) beschränkten sich nicht nur auf eine Wellenlänge, sondern wurden auf insgesamt zehn verschiedene Wellenlängen im sichtbaren Spektralbereich zwischen violett (violette K-Linie; $0,4047 \mu\text{m}$) und rot (rote Cd-Linie; $0,6438 \mu\text{m}$) ausgedehnt. Damit ergab sich eine Möglichkeit zur Gewinnung einer empirischen Beziehung zwischen Brechungsindex einerseits und Temperatur, Salzgehalt und Wellenlänge andererseits. Da der Brechungsindex für jeweils fünf verschiedene Chlorgehalte zwischen $0 \leq \text{Cl} \leq 19,373^{\circ}/_{\infty}$ und sieben Temperaturen zwischen $1 \leq T \leq 30^{\circ}\text{C}$ bestimmt wurde, stand ein Meßwertkollektiv von 350 Werten zur Verfügung. Die Chlorgehalte wurden nach der Beziehung

$$S [^{\circ}/_{\infty}] = 1,80655 \text{ Cl } [^{\circ}/_{\infty}]$$

in Salzgehalte umgerechnet [WOOSTER, LEE, DIETRICH, 1969].

Aus den Meßwerten von MÉHU und JOHANNIN-GILLES ergab sich unter Berücksichtigung der Gl. (1) die folgende empirische Beziehung für den Brechungsindex n des Meerwassers bei Atmosphärendruck in Abhängigkeit von Temperatur T , Salzgehalt S und Wellenlänge λ :

$$n(T, S, \lambda) = \left. \begin{aligned} &1,447824 \\ &+ 3,0110 \cdot 10^{-4} S \\ &- 1,8029 \cdot 10^{-5} T - 1,6916 \cdot 10^{-6} T^2 \\ &- 4,89040 \cdot 10^{-1} \lambda + 7,28364 \cdot 10^{-1} \lambda^2 - 3,83745 \cdot 10^{-1} \lambda^3 \\ &- S (7,9362 \cdot 10^{-7} T - 8,0597 \cdot 10^{-9} T^2 \\ &+ 4,249 \cdot 10^{-4} \lambda - 5,847 \cdot 10^{-4} \lambda^2 + 2,812 \cdot 10^{-4} \lambda^3), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Tabelle 1
Differenzen des Brechungsindex $\Delta n = (n - 1,30000) \cdot 10^6$ des Meerwassers in Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt bei einer Wellenlänge von $\lambda = 0,5893 [\mu\text{m}]$

$T [^{\circ}\text{C}]$	$S [^{\circ}/_{\infty}]$	$T [^{\circ}\text{C}]$	$S [^{\circ}/_{\infty}]$	$T [^{\circ}\text{C}]$	$S [^{\circ}/_{\infty}]$
0	34,02	34,41	34,81	35,20	35,59
1	34,00	34,39	34,78	35,17	35,56
2	33,98	34,37	34,76	35,15	35,53
3	33,95	34,34	34,73	35,11	35,50
4	33,92	34,31	34,69	35,08	35,47
5	33,89	34,27	34,66	35,04	35,43
6	33,85	34,24	34,62	35,00	35,38
7	33,81	34,19	34,58	34,96	35,34
8	33,77	34,15	34,53	34,91	35,29
9	33,72	34,10	34,48	34,86	35,24
10	33,67	34,05	34,43	34,81	35,18
11	33,62	33,99	34,37	34,75	35,12
12	33,56	33,94	34,31	34,69	35,06
13	33,50	33,87	34,25	34,62	35,00
14	33,44	33,81	34,18	34,56	34,93
15	33,37	33,74	34,11	34,49	34,86
16	33,30	33,67	34,04	34,41	34,78
17	33,23	33,60	33,97	34,34	34,70
18	33,15	33,52	33,89	34,25	34,62
19	33,07	33,44	33,80	34,17	34,54
20	32,98	33,35	33,72	34,08	34,45
21	32,90	33,26	33,63	33,99	34,36
22	32,81	33,17	33,54	33,90	34,27
23	32,71	33,08	33,44	33,80	34,17
24	32,61	32,98	33,34	33,70	34,07
25	32,51	32,88	33,24	33,60	33,96
26	32,41	32,77	33,13	33,49	33,86
27	32,30	32,66	33,02	33,38	33,75
28	32,19	32,55	32,91	33,27	33,64
29	32,08	32,44	32,79	33,15	33,51
30	31,96	32,32	32,68	33,03	33,39
31	31,84	32,19	32,55	32,91	33,27
32	31,71	32,07	32,43	32,79	33,14
33	31,58	31,94	32,30	32,66	33,01
34	31,45	31,81	32,17	32,52	32,88
35	31,32	31,67	32,03	32,39	32,74
36	31,18	31,54	31,89	32,25	32,60
37	31,04	31,39	31,75	32,10	32,46
38	30,89	31,25	31,60	31,96	32,31
39	30,74	31,10	31,45	31,81	32,16
40	30,59	30,95	31,30	31,66	32,01
0	34,02	34,41	34,81	35,20	35,59
1	34,00	34,39	34,78	35,17	35,56
2	33,98	34,37	34,76	35,15	35,53
3	33,95	34,34	34,73	35,11	35,50
4	33,92	34,31	34,69	35,08	35,47
5	33,89	34,27	34,66	35,04	35,43
6	33,85	34,24	34,62	35,00	35,38
7	33,81	34,19	34,58	34,96	35,34
8	33,77	34,15	34,53	34,91	35,29
9	33,72	34,10	34,48	34,86	35,24
10	33,67	34,05	34,43	34,81	35,18
11	33,62	33,99	34,37	34,75	35,12
12	33,56	33,94	34,31	34,69	35,06
13	33,50	33,87	34,25	34,62	35,00
14	33,44	33,81	34,18	34,56	34,93
15	33,37	33,74	34,11	34,49	34,86
16	33,30	33,67	34,04	34,41	34,78
17	33,23	33,60	33,97	34,34	34,70
18	33,15	33,52	33,89	34,25	34,62
19	33,07	33,44	33,80	34,17	34,54
20	32,98	33,35	33,72	34,08	34,45
21	32,90	33,26	33,63	33,99	34,36
22	32,81	33,17	33,54	33,90	34,27
23	32,71	33,08	33,44	33,80	34,17
24	32,61	32,98	33,34	33,70	34,07
25	32,51	32,88	33,24	33,60	33,96
26	32,41	32,77	33,13	33,49	33,86
27	32,30	32,66	33,02	33,38	33,75
28	32,19	32,55	32,91	33,27	33,64
29	32,08	32,44	32,79	33,15	33,51
30	31,96	32,32	32,68	33,03	33,39
31	31,84	32,19	32,55	32,91	33,27
32	31,71	32,07	32,43	32,79	33,14
33	31,58	31,94	32,30	32,66	33,01
34	31,45	31,81	32,17	32,52	32,88
35	31,32	31,67	32,03	32,39	32,74
36	31,18	31,54	31,89	32,25	32,60
37	31,04	31,39	31,75	32,10	32,46
38	30,89	31,25	31,60	31,96	32,31
39	30,74	31,10	31,45	31,81	32,16
40	30,59	30,95	31,30	31,66	32,01
0	34,02	34,41	34,81	35,20	35,59
1	34,00	34,39	34,78	35,17	35,56
2	33,98	34,37	34,76	35,15	35,53
3	33,95	34,34	34,73	35,11	35,50
4	33,92	34,31	34,69	35,08	35,47
5	33,89	34,27	34,66	35,04	35,43
6	33,85	34,24	34,62	35,00	35,38
7	33,81	34,19	34,58	34,96	35,34
8	33,77	34,15	34,53	34,91	35,29
9	33,72	34,10	34,48	34,86	35,24
10	33,67	34,05	34,43	34,81	35,18
11	33,62	33,99	34,37	34,75	35,12
12	33,56	33,94	34,31	34,69	35,06
13	33,50	33,87	34,25	34,62	35,00
14	33,44	33,81	34,18	34,56	34,93
15	33,37	33,74	34,11	34,49	34,86
16	33,30	33,67	34,04	34,41	34,78
17	33,23	33,60	33,97	34,34	34,70
18	33,15	33,52	33,89	34,25	34,62
19	33,07	33,44	33,80	34,17	34,54
20	32,98	33,35	33,72	34,08	34,45
21	32,90	33,26	33,63	33,99	34,36
22	32,81	33,17	33,54	33,90	34,27
23	32,71	33,08	33,44	33,80	34,17
24	32,61	32,98	33,34	33,70	34,07
25	32,51	32,88	33,24	33,60	33,96
26	32,41	32,77	33,13	33,49	33,86
27	32,30	32,66	33,02	33,38	33,75
28	32,19	32,55	32,91	33,27	33,64
29	32,08	32,44	32,79	33,15	33,51
30	31,96	32,32	32,68	33,03	33,39
31	31,84	32,19	32,55	32,91	33,27
32	31,71	32,07	32,43	32,79	33,14
33	31,58	31,94	32,30	32,66	33,01
34	31,45	31,81	32,17	32,52	32,88
35	31,32	31,67	32,03	32,39	32,74
36	31,18	31,54	31,89	32,25	32,60
37	31,04	31,39	31,75	32,10	32,46
38	30,89	31,25	31,60	31,96	32,31
39	30,74	31,10	31,45	31,81	32,16
40	30,59	30,95	31,30	31,66	32,01

Tabelle 2
Differenzen des Brechungsindex $\Delta n = (n - 1,30000) \cdot 10^5$ für Meerwasser von 35‰ Salzgehalt in Abhängigkeit von Temperatur und Wellenlänge

T [°C]	0,4047	0,4358	0,4579	0,4678	0,4800	0,4880	0,5017	0,5085	0,5145	0,5461	0,5770	0,5791	0,5893	0,6328	0,6438	T [°C]
0	5099	4840	4684	4621	4549	4504	4433	4400	4372	4240	4130	4124	4091	3961	3929	0
1	5094	4835	4679	4616	4544	4500	4428	4395	4367	4235	4126	4119	4086	3956	3925	1
2	5089	4830	4674	4611	4539	4495	4423	4390	4362	4230	4121	4114	4081	3951	3920	2
3	5084	4825	4669	4606	4534	4490	4418	4385	4357	4225	4115	4109	4076	3946	3914	3
4	5078	4819	4664	4601	4529	4484	4412	4379	4351	4219	4110	4103	4070	3941	3909	4
5	5072	4814	4658	4595	4523	4478	4407	4374	4345	4213	4104	4097	4065	3935	3903	5
6	5066	4807	4652	4589	4516	4472	4400	4367	4339	4207	4098	4091	4058	3929	3897	6
7	5060	4801	4645	4582	4510	4465	4394	4361	4333	4201	4091	4085	4052	3922	3890	7
8	5053	4794	4639	4576	4503	4459	4387	4354	4326	4194	4085	4078	4045	3916	3884	8
9	5046	4787	4632	4569	4496	4452	4380	4347	4319	4187	4078	4071	4038	3909	3877	9
10	5039	4780	4624	4561	4488	4444	4373	4340	4312	4180	4071	4064	4031	3901	3869	10
11	5031	4773	4617	4554	4481	4437	4366	4332	4304	4172	4063	4056	4023	3893	3861	11
12	5023	4765	4609	4546	4473	4429	4358	4325	4297	4164	4055	4048	4016	3886	3854	12
13	5015	4757	4601	4538	4465	4421	4350	4317	4288	4156	4047	4040	4008	3878	3846	13
14	5007	4748	4592	4529	4456	4412	4341	4308	4280	4148	4039	4032	3999	3869	3837	14
15	4998	4740	4584	4521	4448	4404	4333	4300	4271	4139	4030	4023	3991	3861	3829	15
16	4989	4731	4575	4512	4439	4395	4324	4291	4262	4130	4021	4014	3982	3852	3820	16
17	4980	4721	4566	4503	4430	4386	4314	4281	4253	4121	4012	4005	3972	3842	3810	17
18	4971	4712	4556	4493	4421	4376	4305	4272	4244	4111	4002	3995	3963	3833	3801	18
19	4961	4702	4546	4483	4411	4366	4295	4262	4234	4102	3993	3986	3953	3823	3791	19
20	4951	4692	4536	4473	4401	4356	4285	4252	4224	4092	3982	3976	3943	3813	3781	20
21	4940	4682	4526	4463	4390	4345	4275	4242	4214	4081	3972	3965	3933	3803	3771	21
22	4930	4671	4515	4452	4379	4334	4264	4231	4203	4070	3961	3955	3922	3792	3760	22
23	4919	4660	4504	4441	4368	4323	4253	4220	4192	4060	3951	3944	3911	3781	3749	23
24	4908	4649	4493	4430	4357	4312	4242	4209	4181	4048	3939	3932	3900	3770	3738	24
25	4896	4637	4482	4419	4346	4301	4230	4197	4169	4037	3928	3921	3888	3759	3727	25
26	4884	4626	4470	4407	4334	4289	4219	4186	4157	4025	3916	3909	3877	3747	3715	26
27	4872	4614	4458	4395	4322	4277	4207	4174	4145	4013	3904	3897	3865	3735	3703	27
28	4860	4601	4445	4382	4309	4264	4194	4161	4133	4001	3892	3885	3853	3723	3691	28
29	4847	4589	4433	4370	4297	4252	4182	4149	4120	3988	3879	3872	3840	3710	3678	29
30	4834	4576	4420	4357	4284	4239	4169	4136	4108	3975	3866	3859	3827	3697	3665	30
0,4047	0,4358	0,4579	0,4678	0,4800	0,4880	0,5017	0,5085	0,5145	0,5461	0,5770	0,5791	0,5893	0,6328	0,6438	T [°C]	

wobei T in [°C], S in [‰] und λ in [μ m] einzugeben sind. Gl. (2) gilt im Bereich von $1 \leq T \leq 30$ °C, $0 \leq S \leq 35\text{‰}$ und $0,4047 \leq \lambda \leq 0,6438$ μ m.

Für Salzgehalte von $S = 26,356\text{‰}$ ($Cl = 14,589\text{‰}$) liegt die Abweichung der nach Gl. (2) berechneten Werte gegenüber den Meßwerten von MÉHU und JOHANNIN-GILLES bei allen angegebenen Wellenlängen und Temperaturen um etwa eine Größenordnung höher als bei den anderen Salzgehalten (0‰ ; $8,829\text{‰}$; $17,348\text{‰}$; $34,998\text{‰}$). Diese Abweichungen sind möglicherweise auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen. Läßt man die Werte bei $26,356\text{‰}$ unberücksichtigt, so ergibt sich eine Standardabweichung von $s_{280} = \pm 4 \cdot 10^{-5}$. Die extremen Abweichungen belaufen sich auf $+10 \cdot 10^{-5}$ bzw. $-12 \cdot 10^{-5}$.

In Tab. 2 ist der Brechungsindex für Meerwasser von 35‰ Salzgehalt bei 15 verschiedenen Wellenlängen in Abhängigkeit von der Temperatur zusammengestellt. Die Werte wurden nach Gl. (2) berechnet.

Zwischen Brechungsindex und Salzgehalt besteht in guter Näherung ein linearer Zusammenhang. Damit bietet sich eine relativ einfache Möglichkeit, aus dem Brechungsindex den Salzgehalt zu bestimmen. Jedoch ist wie die meisten physikalischen Eigenschaften des Meerwassers auch der Brechungsindex eine Funktion der Temperatur, des Drucks und zusätzlich der Wellenlänge, so daß sich nur bei konstantem T , P und λ eine Geradengleichung der Form

$$S_{T,P,\lambda} = \text{const.} = a_0 + a_1 \cdot n$$

ergibt. Für Atmosphärendruck und eine Wellenlänge $\lambda = 0,5893$ [μ m] erhält man aus Gl. (1)

$$S(n, T) = \frac{n - 1,33402 + 1,8029 \cdot 10^{-5} T + 1,6916 \cdot 10^{-6} T^2}{1,9606 \cdot 10^{-4} - 7,9362 \cdot 10^{-7} T + 8,0597 \cdot 10^{-9} T^2} \quad (3)$$

die im Bereich von $1,330 < n < 1,342$ und $0 \leq T \leq 40$ °C Salzgehalte zwischen 0 und 40‰ liefert. Die Standardabweichung der nach Gl. (3) berechneten Tabellenwerte bei SAGER beträgt $s_{153} = \pm 0,047\text{‰}$ Salzgehalt. Die extremen Abweichungen im Salzgehalt liegen bei $\pm 0,11\text{‰}$.

Bei konstanter Temperatur ergeben sich aus Gleichung (3) die folgenden linearen Beziehungen zwischen Salzgehalt und Brechungsindex:

$$\left. \begin{aligned} S_{0^\circ\text{C}} &= -6,804147 \cdot 10^3 + 5,100479 \cdot 10^3 n \\ S_{5^\circ\text{C}} &= -6,936736 \cdot 10^3 + 5,200386 \cdot 10^3 n \\ S_{10^\circ\text{C}} &= -7,059085 \cdot 10^3 + 5,292971 \cdot 10^3 n \\ S_{15^\circ\text{C}} &= -7,169843 \cdot 10^3 + 5,377235 \cdot 10^3 n \\ S_{20^\circ\text{C}} &= -7,267718 \cdot 10^3 + 5,452218 \cdot 10^3 n \\ S_{25^\circ\text{C}} &= -7,351512 \cdot 10^3 + 5,517028 \cdot 10^3 n \\ S_{30^\circ\text{C}} &= -7,420154 \cdot 10^3 + 5,570863 \cdot 10^3 n \\ S_{35^\circ\text{C}} &= -7,472731 \cdot 10^3 + 5,613033 \cdot 10^3 n \\ S_{40^\circ\text{C}} &= -7,508517 \cdot 10^3 + 5,642984 \cdot 10^3 n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Für die Anregung zu diesen Untersuchungen dankt der Verfasser Herrn Dr. habil. G. SAGER.

Literatur

- [1] BEIN, W., Physikalische und chemische Konstanten des Meerwassers. In: W. BEIN, H.-G. HIRSEKORN und L. MÖLLER, Konstantenbestimmungen des Meerwassers und Ergebnisse über Wasserkörper. Veröff. Inst. Meereskunde N. F., R. A, H. 28, Berlin 1935.
- [2] MÉHU, A. und JOHANNIN-GILLES, A., Variation de l'indice de réfraction de l'eau de mer étalon de Copenhague et de ses dilutions en fonction de la longueur d'onde, de la température et de la chlorinité. Cah. Océanogr. **20** (1968), 803—812.
- [3] MIYAKE, Y., Chemical studies of the western Pacific Ocean. IV. The refractive index of sea water. Bull. Chem. Soc. Japan **14** (1939), 239—242.
- [4] SAGER, G., Zur Refraktion von Licht im Meerwasser. Beitr. Meereskunde, H. 33 (1974), 63—71.
- [5] STANLEY, E. M., The refractive index of seawater as a function of temperature, pressure and two wavelengths. Deep-Sea Res. **18** (1971), 833—840.
- [6] UTTERBACK, C. L., THOMPSON, T. G. und THOMAS, B. D., Refractivity-chlorinity-temperature relationships of ocean waters. J. Conseil **9** (1934), 35—38.
- [7] WOOSTER, W. S., LEE, A. J. und DIETRICH, G., Redefinition of salinity. Deep-Sea Res. **16** (1969), 321—322.

Abschluß der Arbeit: 25. 5. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. W. MATTHÄUS, Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

Zur Beeinflussung von Temperaturregistrierungen durch schwingende Wassermassen

VON HERBERT FRANCK und GÜNTHER SAGER

Zusammenfassung: Eine fingierte interne Schwingung mit zwei unterschiedlich stark gedämpften Amplitudenverteilungen wird vorgegeben. Die Auswirkungen ihrer Vertikalkomponente auf sechs vertikale Temperaturverteilungen, von denen fünf durch Approximationen ersetzt worden sind, werden unter Vernachlässigung aller horizontalen Einflüsse untersucht und die in den verschiedenen Tiefen entstehenden Temperaturschwankungen diskutiert.

1. Einführung

Seit NANSEN (1902) auf der norwegischen Polarexpedition (1893—1896) mit der Fram das die Fortbewegung des Schiffes hemmende „Totwasser“ erlebt hatte und EKMAN (1904) diese Erscheinung als Wirkung kurzer innerer Wellen deuten konnte, hat das Interesse an internen Schwingungen der Wassermassen nicht nachgelassen.

Die Ermittlung interner Schwingungen erfolgt vorwiegend auf indirektem Wege. Nur die Horizontalkomponente des Bewegungsfeldes kann bei ausreichend großen Geschwindigkeiten mit Strömungsmessern erfaßt werden, während die Vertikalkomponente bisher aus der zeitlichen Verteilung einer möglichst konservativen Eigenschaft der schwingenden Wasserteilchen bestimmt wird. Obwohl die Temperatur T in dieser Hinsicht nicht der günstigste Parameter ist, wird sie neben dem Salzgehalt für diese Zwecke verwendet, da für T derzeit am ehesten die erforderlichen Meßreihen vorliegen.

Während gewöhnlich aus der zeitlichen Verteilung der Temperatur oder aus der Veränderung der Tiefenlage einer bestimmten Isotherme mit verschiedenartigen Analysemethoden (KRAUSS, 1966) die internen Schwingungen ermittelt werden, sollen diese Darlegungen umgekehrt zeigen, wie die zeitliche Verteilung der Temperatur der verschiedenen Tiefen aussieht, wenn eine fingierte interne Schwingung auf unterschiedliche vertikale Temperaturverteilungen Einfluß nimmt. Um das Wesentliche zu erkennen, machen sich jedoch bestimmte Bedingungen und stark einschränkende Voraussetzungen gegenüber den natürlichen Verhältnissen erforderlich.

2. Ausgangspunkte und Voraussetzungen

Der hydrographische Ausgangszustand sei durch $T = f(z)$ gekennzeichnet. Eine zeitliche Veränderung dieser Beziehung soll sich nur unter dem Einfluß der Vertikalkomponente der Schwingung vollziehen. Die Temperatur eines bestimmten Wasserteilchens muß also entgegen den natürlichen Verhältnissen als ein so konservativer Parameter angesehen werden, daß die zeitliche Veränderung unberücksichtigt bleiben kann. Auch alle advektiven Einflüsse periodischer und nichtperiodischer Art auf die Vertikalverteilung sowie Mischungsvorgänge in der Vertikalen selbst bleiben unberücksichtigt. Damit wird in festen Tiefen die Beziehung $T_z = f(t)$ ganz durch den dort herrschenden Schwingungsvorgang bestimmt.

Für die interne Schwingung wird in grober Anlehnung an halbtägige Gezeitenwellen eine Periode $\tau = 10$ Std. und eine maximale Amplitude $A_{z_{\max}} = 25$ m in der Tiefe $H/2 = 100$ m gewählt, wobei die gesamte zu betrachtende Wassertiefe $H = 200$ m betragen soll.

Da vom Bewegungsfeld der internen Welle nur die Vertikalkomponente betrachtet wird, sei der Schwingungsvorgang vereinfacht durch die Gleichung

$$\zeta = A_z \sin \frac{2\pi}{10} t$$

beschrieben.

Die Amplitude A_z muß neben dem genannten Maximalwert die Randbedingungen erfüllen, daß sie an der Oberfläche und am Boden in 200 m Tiefe verschwindet. Dieser Forderung entspricht der allgemeine Ansatz

$$A_z = k(zH - z^2),$$

der im vorgegebenen Fall zur Amplitudenfunktion

$$A_z = \frac{1}{400}(200z - z^2) \quad (\text{I})$$

führt. Eine stärkere Dämpfung der Amplitude zur Oberfläche und zum Boden hin erreicht man bei Verwendung des Quadrats der Sinusfunktion. Unter den gegebenen Bedingungen ergibt sich dann die Amplitudenfunktion

$$A_z = 25 \sin^2 \frac{\pi z}{200}. \quad (\text{II})$$

Beide Amplitudenverteilungen sind willkürlich gewählt worden. Unter natürlichen Verhältnissen ist die vertikale Verteilung der Amplituden dagegen in komplizierter Weise von der Dichteverteilung abhängig.

Sowohl $A_z(\text{I})$ als auch $A_z(\text{II})$, die eine symmetrische Abnahme beiderseits $z = \frac{H}{2}$ liefern, sind in Abb. 1a dargestellt. Die entsprechenden Schwingungsvorgänge der Wasserteilchen in den verschiedenen Tiefen zeigen die Abb. 1b

(Amplitudenfunktion I) und Abb. 1c (Amplitudenfunktion II). Die Schwin-

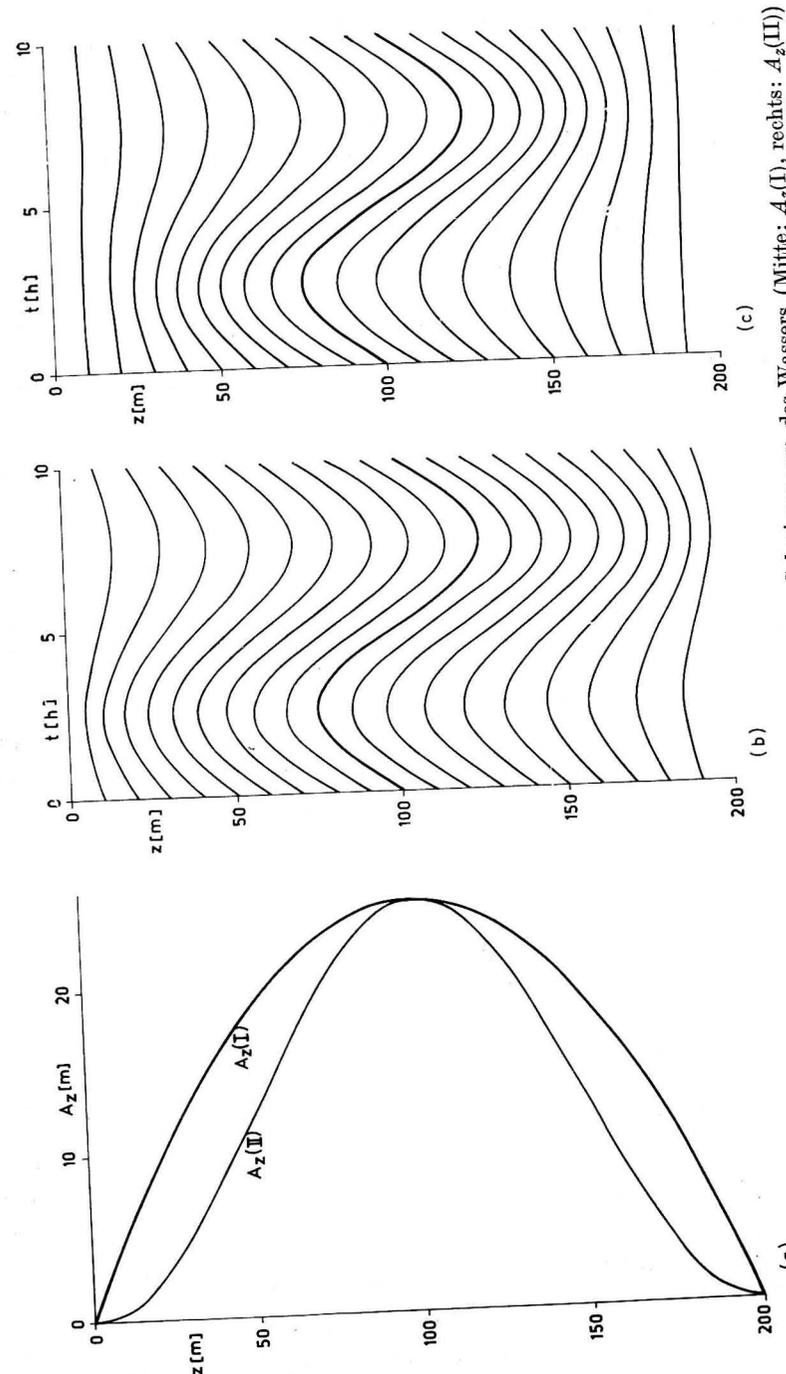


Abb. 1. Vertikale Amplitudenverteilungen (links) und die entsprechenden Schwingungen des Wassers (Mitte: $A_z(\text{I})$, rechts: $A_z(\text{II})$)

gung in 100 m Tiefe ist definitionsgemäß gleich groß. Ober- und unterhalb zeigt sich die Dämpfung, die bei der Amplitudenverteilung (II) deutlich größer ist. Je stärker die Dämpfung ist, desto klarer treten die durch die Schwingung verursachten Stauchungs- und Dehnungszonen hervor, die im Zusammenhang mit der hier nicht betrachteten Horizontalkomponente des Bewegungsfeldes stehen.

3. Vertikale Temperaturverteilungen

Als Ausgangspunkt für die Darstellung der Temperaturschwankungen $T_z = f(t)$ wurden aus verschiedenen Teilen des Weltmeeres sechs vertikale Temperaturverteilungen ausgewählt, von denen fünf durch grobe mathematische Approximationen ersetzt wurden, um die Ergebnisse klarer heraustreten zu lassen. Sowohl die gegebenen Verteilungen als auch die Approximationen sind in den Abb. 2a–7a dargestellt. Eine zusammenfassende Übersicht der approximierten Funktionen $T = f(z)$ und einige Angaben zu den im Hintergrund stehenden Meßwerten enthält die Tabelle 1.

(1) Linear abnehmende Temperatur

Der einfachste Fall vertikaler Temperaturverteilung ist neben der Homogenität die lineare Abnahme der Temperatur, die jedoch nur angenähert im Meer auftritt. Eine quasilineare und gleichzeitig starke Abnahme der Temperatur in den oberen 200 m kann in den subtropischen Gebieten der Ozeane vorkommen, wie beispielsweise eine Vertikalmessung im westlichen Pazifik auf etwa 20°N 154°W (Abb. 2a) zeigt. Unter Vernachlässigung des geringen Temperatursprungs in 60–70 m Tiefe kann dieses Temperaturprofil durch den linearen Ansatz

$$T = 28,5 - 0,05 z$$

grob angenähert werden.

(2) Übergangs- oder sprungschichtartig abnehmende Temperatur

Eine solche Vertikalverteilung tritt sehr häufig auf. Es ist die breite Skala der Fälle, in denen eine sommerlich warme Deckschicht über kühlerem Tiefenwasser liegt. Für diesen Beitrag wurde eine Vertikalverteilung mit breiter Übergangsschicht (also geringer Temperaturgradient) zwischen beiden Wasserkörpern ausgewählt, wie sie in einer Messung östlich der Großen Neufundlandbank beobachtet wurde. Warmes Wasser des Nordostatlantischen Stromes lagert mit einer mehr als 50 m mächtigen Übergangsschicht über kühlerem Tiefenwasser (Abb. 3a).

Diese Temperaturverteilung wurde durch die Funktion

$$T = 13 + \frac{5,547 (100 - z)}{\sqrt{2307,7 + (100 - z)^2}}$$

Tabelle 1
Angaben zu den approximierten Vertikalverteilungen und den verwendeten Messungen

Kennzeichnung des T-Verlaufes	$T = f(z)$	Extremwerte zu $T = f(z)$		Wendepunkte zu $T = f(z)$		Angaben zu den Messungen		
		Tiefe [m]	Temp. [°C]	Tiefe [m]	Temp. [°C]	Ungefähre Position	Datum	Quelle
1. Linear abnehmend	$T = 28,5 - 0,05 z$					20°N 154°E	18. 10. 55	NORPAC COM. (1960)
2. Nichtlinear durchgehend abnehmend	$T = 13 + \frac{5,547 (100 - z)}{\sqrt{2307,7 + (100 - z)^2}}$			100	13,0	45°N 42°W	Sommer 1958	DRETRICH (1969)
3. Symmetrisches Minimum	$T = 2,5 - 4 \sin^4 \frac{\pi z}{200}$	100	-1,5	67	0,25	67°N 32°W	Sommer 1958	DRETRICH (1969)
4. Unsymmetrisches Minimum	Gültig für 0–100 m: $T = 6,5 + 3,5 \sin \frac{\pi (50 - z)}{100}$	100	3,0	50	6,5	42°N 47°W	Winter 1958	DRETRICH (1969)
5. Minimum und Maximum	Gültig für 100–200 m: $T = 4,0 + \sin \frac{\pi (z - 100)}{100}$ $T = 11 - 4 \sin \frac{\pi (z - 25)}{100}$	68	8,1	11	12,9	35°S 52°W	4. 10. 66	BROSIN/NEHRING (1968)
6. Mehrfachschichtung	$e^{-0,00693147(z-25)}$ keine Approximation	168	12,5	111	10,1	76°N 17°E	12. 7. 57	HELA (1961)
		30	4,4	22	3,5			
		57	3,0	42	3,8			
		66	3,9	62	3,4			
		81	0,2	78	1,0			
		88	2,6	86	2,0			
		105	0,2	102	0,8			
		125	2,6	114	1,3			
				132	2,2			
				146	1,6			
				169	0,6			

ersetzt, die in 100 m Tiefe einen Antisymmetriepunkt und gleichzeitig ihren einzigen Wendepunkt besitzt.

(3) Symmetrisches Minimum

Ein intermediäres Temperaturminimum kommt besonders im Frühjahr und Frühsommer in stärker geschichteten Rand- und Binnenmeeren durch die Erhaltungstendenz winterlich kalten Zwischenwassers zustande. In ozeanischen Gebieten können sich kalte Zwischenwasserschichten größerer Mächtigkeit bilden, wenn Kaltwasserströmungen in der oberflächennahen Schicht sommerlich erwärmt werden, wie beispielsweise vor der Ostküste Grönlands (Abb. 4a).

Eine etwa 30 m mächtige warme Deckschicht liegt über einer mehr als 60 m starken kalten Zwischenwasserschicht, an die sich in der Tiefe ein wärmerer Wasserkörper anschließt.

Da die intermediären Kaltwasserschichten in der Regel keine symmetrischen Temperaturminima liefern, dieses aber für die Entwicklung unserer Betrachtungen vorteilhaft ist, wird das Temperaturminimum in die Tiefe von 100 m verlegt und die Vertikalverteilung durch die Funktion

$$T = 2,5 - 4 \sin^4 \frac{\pi z}{200}$$

symmetrisch gestaltet.

(4) Unsymmetrisches Minimum

Auftretende kalte Zwischenwasserschichten liefern gewöhnlich ein unsymmetrisches Temperaturminimum derart, daß aufwärts von dem kalten Kern eine größere, abwärts eine geringere Temperaturzunahme erfolgt. Ein entsprechendes Beispiel zeigt die in Abb. 5a dargestellte Messung aus dem Gebiet südöstlich der Großen Neufundlandbank. Unter warmem Wasser des Nordostatlantischen Stromes hat sich ein Kaltwasserkörper des Labradorstromes eingeschichtet, an den sich in der Tiefe nur wenig wärmeres Wasser anschließt.

Diese Temperaturverteilung, deren Minimum in die Tiefe von 100 m verschoben wird, ist in der Schicht von 0–100 m durch die Gleichung

$$T = 6,5 + 3,5 \sin \frac{\pi (50 - z)}{100}$$

und in der Schicht von 100–200 m durch

$$T = 4,0 + \sin \frac{\pi (50 - z)}{100}$$

ersetzt worden.

(5) Minimum und Maximum

In Konvergenzgebieten unterschiedlich temperierter Strömungen können vertikale T -Verteilungen entstehen, die sowohl ein Minimum als auch ein Maximum von beträchtlicher Mächtigkeit aufweisen, wie es z. B. eine Messung vom Pata-

gonischen Schelf (Abb. 6a) zeigt. Unter der warmen Deckschicht des Brasilstromes hat sich ein etwa 80 m mächtiger Kaltwasserkörper (Minimum) eingeschichtet, an den sich nochmals warmes Brasilstromwasser (Maximum) anschließt, das seinerseits in das kühlere Tiefenwasser übergeht.

Dieses Temperaturprofil wird durch die gedämpfte Sinusfunktion

$$T = 11 - 4 e^{-0,00693147(z-25)} \sin \frac{\pi (z - 25)}{100}$$

grob angenähert, wobei die Extrema auf 68 und 168 m verschoben werden.

(6) Natürliche Mehrfachschichtung

Aus Feinstrukturmessungen ist allgemein bekannt, daß der Schichtungsaufbau häufig komplizierter ist, als er in den vorgenannten Vertikalverteilungen erfaßt wird. Besonders deutlich zeigt sich dieser Sachverhalt in jenen Gebieten, wo kalte und warme Strömungen aufeinandertreffen und ihre Wassermassen teilweise fingerförmig ineinander verzahnt sind, wie beispielsweise an der ozeanischen Polarfront. In der Vertikalverteilung entstehen dadurch mehrere übereinanderliegende Temperaturinversionen, wie beispielsweise die Messung auf einer Station südlich von Spitzbergen (Abb. 7a) deutlich macht. Diese Mehrfachschichtung ist durch die gegenseitige Einwirkung der Wassermassen des kalten Ostspitzbergenstromes und eines Ausläufers des warmen Nordostatlantischen Stromes entstanden.

Solche Vertikalverteilungen sind in der Regel sehr veränderlich und genügen damit am wenigsten der geforderten zeitlichen Konstanz.

4. Schwankungen der Temperatur

Setzt man nunmehr unter Berücksichtigung der genannten Bedingungen die Temperaturverteilungen $T = f(z)$ über eine Periode der angenommenen internen Schwingung aus, so durchläuft die Temperatur in den verschiedenen Tiefen die zu betrachtenden sekundären Schwingungen $T_z = f(t)$, im folgenden kurz T -Schwankungen genannt. Diese sind für Zentraltiefen von 20 m Abstand für 20–180 m Tiefe in den Abb. 2–7 dargestellt. Der Abbildungsteil (b) bezeichnet jeweils die T -Schwankungen, die bei einer Dämpfung der internen Schwingung entsprechend der Amplitudenfunktion (I) entstehen, während (c) die T -Schwankungen entsprechend einem Schwingungsvorgang der Amplitudenfunktion (II) zeigt.

Bevor auf die T -Schwankungen der einzelnen Vertikalverteilungen eingegangen wird, sollen weitere Begriffe näher festgelegt werden:

Schwankungsbreite (S_z) = maximale Temperaturdifferenz in °C, die durch die Schwingung in einer festen Tiefe hervorgerufen wird.
Zentraltiefe = jeweilige Tiefe, in der die T -Schwankungen erfaßt werden (20, 40, 60, 80, 100 ··· 180 m).

Einzelschwingung = vertikale Verlagerung des Wassers einer bestimmten Zentraltiefe (Abb. 1 b und c).

Schwingungsbereich = Tiefenbereich, der von einer bestimmten Einzelschwingung erfaßt wird. Die Ausdehnung entspricht der dazugehörigen doppelten Amplitude A_z in Metern.

Die T -Schwankungen in den Zentraltiefen wurden auf graphischem Wege konstruiert. Mittels der angenommenen Schwingungsgleichungen

$$\zeta = \frac{1}{400} (200z - z^2) \cdot \sin \frac{2\pi}{10} t \quad \text{für } A_z \text{ (I)}$$

und

$$\zeta = 25 \sin^2 \frac{\pi z}{200} \cdot \sin \frac{2\pi}{10} t \quad \text{für } A_z \text{ (II)}$$

wurden für jede Zentraltiefe in Halbstundenabständen die Auslenkungen ζ der Wasserteilchen berechnet. Für die Summe von Zentraltiefe ($z = z_c$) und Auslenkung, also $z_c + \zeta$, wurde aus einer großmaßstäbig gezeichneten T -Vertikalverteilung die dazugehörige Temperatur entnommen, die zum Zeitpunkt t der Temperatur in der Tiefe z_c , also in der Zentraltiefe entspricht. Bei Vorkommen von Maxima und Minima in der T -Vertikalverteilung konnte umgekehrt ζ als Tiefenabstand des Extremwertes von der Zentraltiefe vorgegeben werden und die entsprechende Zeit t des Durchgangs dieses Extremwertes durch die Zentraltiefe aus einer graphischen Darstellung (Beziehung zwischen ζ und t für alle Zentraltiefen) bestimmt werden.

Diese Methode schließt bereits eine weitere Abstraktion ein, die als zusätzliche Voraussetzung angesehen werden soll. Das Auf- und Niederschwingen des Wassers durch eine Zentraltiefe soll sich vollkommen parallel zu dem Schwingungsvorgang vollziehen, den das Wasserteilchen durchmacht, das am Beginn in der Zentraltiefe liegt, d. h., die Dämpfung im Schwingungsbereich einer Einzelschwingung bleibt unberücksichtigt.

(1) Linear abnehmende Temperatur

Die T -Schwankungen spiegeln bei linear abnehmender Temperatur (Abb. 2) deutlich die verursachende interne Welle wider. Die Periode stimmt in allen Tiefen mit der Periode der internen Welle überein.

Die Schwankungsbreite der T -Schwankungen, die allgemein der maximalen Temperaturdifferenz im Schwingungsbereich entspricht, ist direkt von den Temperaturgradienten und den Amplituden der Einzelschwingungen abhängig. Je größer der Temperaturgradient ist, desto größer sind die Schwankungsbreiten und um so intensiver wird die interne Schwingung nachgebildet. Geht der Temperaturgradient im Spezialfall einer linearen T -Verteilung, der Homothermie, auf 0 zurück, kann eine interne Schwingung nicht in T -Schwankungen sichtbar werden.

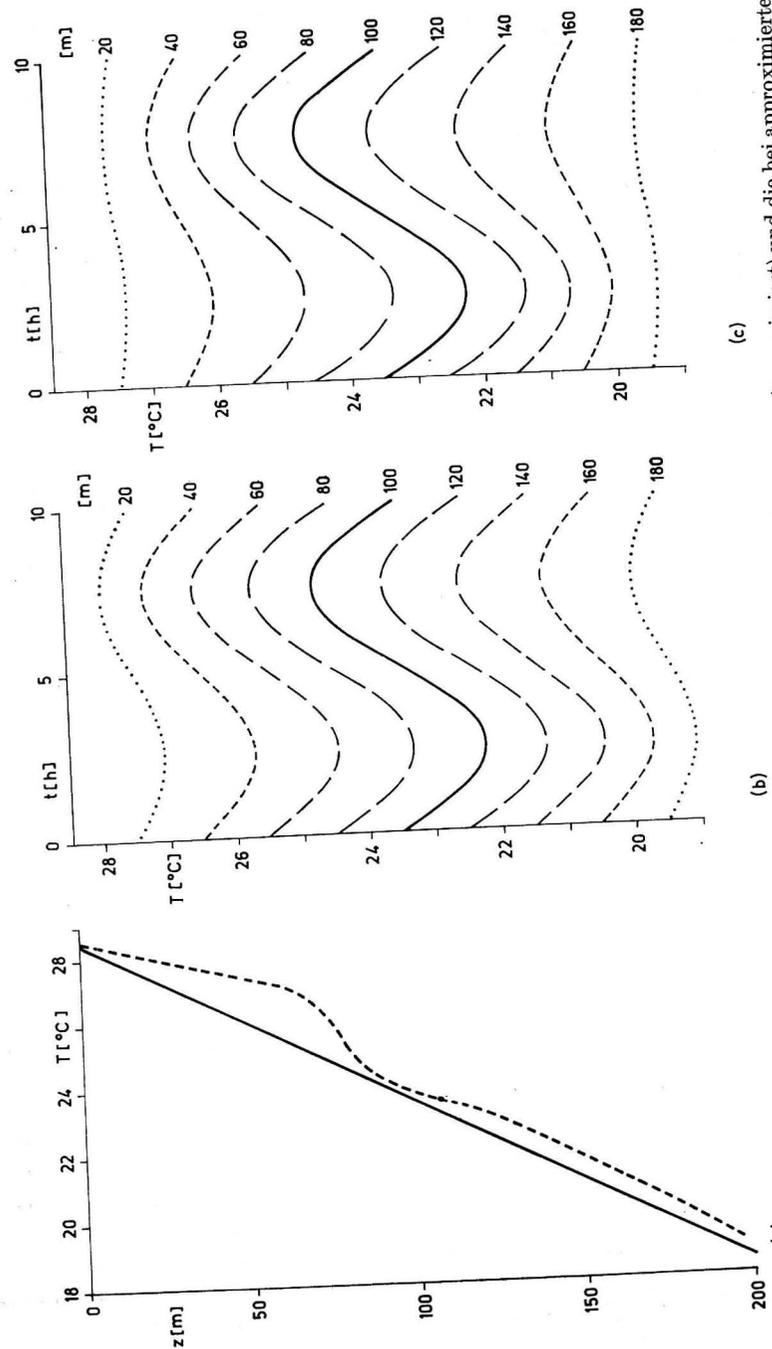


Abb. 2. Linear abnehmende T -Vertikalverteilung (gestrichelt; Gemessen; durchgezogen: Approximiert) und die bei approximierter Verteilung entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei A_z (I), c: bei A_z (II))

Das Größenverhältnis der Schwankungsbreiten der einzelnen Tiefen zueinander, also die vertikale Verteilung der Schwankungsbreiten, wird wegen der Konstanz des Gradienten bei linearer T -Vertikalverteilung nur durch die vertikale Verteilung der Amplituden der Einzelschwingungen bestimmt, so daß die Lage des Schwingungszentrums — die maximale Amplitude $A_{z \max}$ — durch die Lage der maximalen Schwankungsbreite $S_{z \max}$ gekennzeichnet wird. Weiterhin kommt dadurch der Unterschied der beiden Schwingungssysteme, nämlich die stärkere Dämpfung bei der Amplitudenverteilung A_z (II) gegenüber A_z (I) in den dazugehörigen T -Schwankungen (Abb. 2 b, c) in allen Tiefen deutlich zum Ausdruck. Dieser Sachverhalt und die in allen Tiefen übereinstimmende Periode führen dazu, daß die Gesamtheit der T -Schwankungen — abgesehen von der Vertauschung von Wellenberg und Wellental — ein direktes Abbild des ganzen Schwingungssystems darstellt. Dasselbe gilt auch für eine T -Verteilung, die durch lineare Zunahme gekennzeichnet ist. Hierbei entfällt die Vertauschung von Wellenberg und Wellental.

Die vollkommen gleichen Elongationen der T -Schwankungen in allen Tiefen sind nur die Folge der einschränkenden Voraussetzung, die Dämpfung in den einzelnen Schwingungsbereichen nicht zu berücksichtigen. Andernfalls würde sich die erste Hälfte der T -Schwankung, unabhängig davon, ob es sich um ein Wellental oder einen Wellenberg handelt, in Zentraltiefen oberhalb des Schwingungszentrums (100 m Tiefe) durch eine größere und die zweite Hälfte durch eine kleinere Elongation auszeichnen. In Zentraltiefen unterhalb von 100 m Tiefe würden die umgekehrten Verhältnisse eintreten. Einen Ausnahmefall bildet die Zentraltiefe von 100 m Tiefe selbst. Hier würde auch bei Berücksichtigung der Dämpfung eine T -Schwankung mit gleichen Elongationen entstehen.

Erwähnt sei noch, daß sich die T -Schwankungen, die bei linearer T -Vertikalverteilung entstehen, niemals schneiden.

(2) Übergangs- oder sprunghochartig abnehmende Temperatur

Die T -Schwankungen (Abb. 3) sind in der Regel verzerrt. Während bei linearer T -Vertikalverteilung unter allen genannten Voraussetzungen eine gleichmäßige Welle entsteht, zeigen die T -Schwankungen jetzt allgemein ungleiche Elongationen. Die Ursache bildet der unterschiedliche Verlauf der Verteilung oberhalb und unterhalb der einzelnen Zentraltiefen. Ist in einem Sonderfall die Verteilung um eine Zentraltiefe mindestens im Intervall $\pm A_z$ antisymmetrisch gestaltet, so entsteht eine T -Schwankung mit gleichen Elongationen. Dies trifft in der hier verwendeten Verteilung für die Tiefe von 100 m zu.

Trotz der allgemeinen Verzerrung der T -Schwankungen ist an allen einzelnen T -Schwankungen die Periode der verursachenden internen Schwingung deutlich erkennbar. Dagegen sind die Amplitudenverteilung, in der die Dämpfung der internen Schwingung zum Ausdruck kommt, und die Lage des Schwingungs-

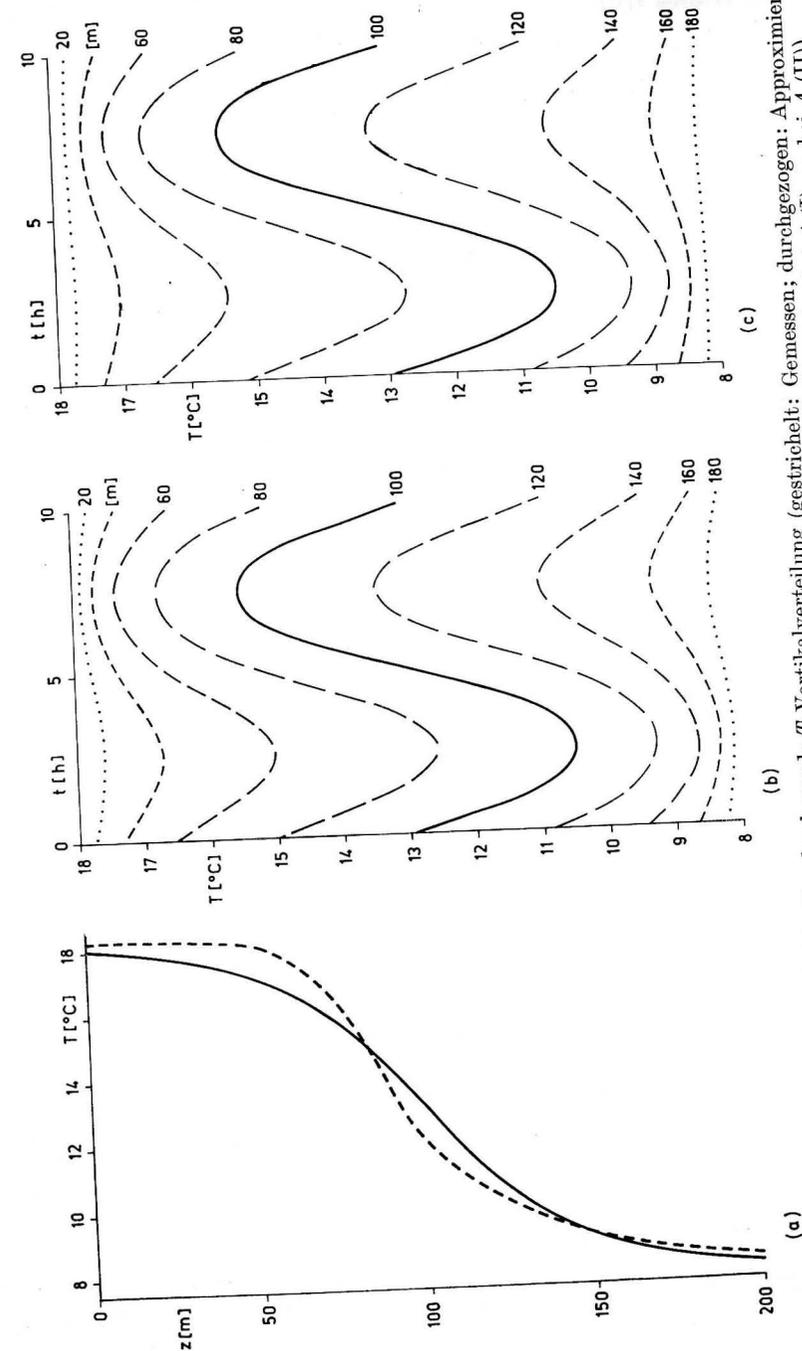


Abb. 3. Übergangs- oder sprunghochartig abnehmende T -Vertikalverteilung (gestrichelt; gemessen; durchgezogen: Approximiert) und die bei approximierter Verteilung entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei $A_z(I)$, c: bei $A_z(II)$)

zentrums (letzteres trifft nicht für dieses spezielle Beispiel zu) nicht mehr in einfacher Weise aus der Größenverteilung der Schwankungsbreiten zu entnehmen.

Bemerkenswert sind die große Schwankungsbreite der T -Schwankungen in 80, 100 und 120 m Tiefe und die sehr starke Abnahme der Schwankungsbreiten in oberflächennahen und tieferen Schichten, womit eine überhöhte Dämpfung des internen Schwingungssystems vorgetäuscht werden könnte. Dies trifft für die T -Schwankungen entsprechend der Amplitudenverteilung (I) und noch verstärkt für die der Amplitudenverteilung (II) zu.

Der Grund liegt darin, daß die vertikale Verteilung der Schwankungsbreiten bei nicht linearen T -Vertikalverteilungen nicht allein durch die Amplitudenverteilung bestimmt wird, sondern zusätzlich durch den mittleren T -Gradienten des jeweiligen Schwingungsbereiches. Beide Faktoren wirken gleichsinnig auf die Schwankungsbreite. Je größer die Amplitude und der mittlere T -Gradient im jeweiligen Schwingungsbereich sind, desto größer ist die Schwankungsbreite.

Dies zeigt sich deutlich in dem hier verwendeten Beispiel. In 100 m Tiefe hat A_z definitionsgemäß seinen Maximalwert. Da gleichzeitig der mittlere Gradient für den Schwingungsbereich um 100 m den Höchstwert unter seinesgleichen darstellt, ergibt sich für die Schwankungsbreite in 100 m Tiefe ebenfalls ein Maximalwert. Oberhalb und unterhalb dieser Tiefe nimmt A_z und auch der mittlere Gradient in den einzelnen Schwingungsbereichen ab. So werden die T -Schwankungen nicht nur durch das kleiner werdende A_z gedämpft, sondern gleichzeitig durch den sich kontinuierlich verringern den mittleren Gradienten. Diese doppelt wirkende Dämpfung verstärkt die Abnahme der Schwankungsbreiten so, daß in 20 m und 180 m Tiefe nur noch stark gedämpfte (I) oder kaum erkennbare (II) T -Schwankungen übrigbleiben.

Bei einer anderen nicht linear abnehmenden T -Vertikalverteilung, die im Zentrum des Schwingungssystems kleine Gradienten und zur Oberfläche und zum Boden hin leicht zunehmende Gradienten besitzt, würden die T -Schwankungen in Richtung Oberfläche und Tiefe durch die Abnahme von A_z gedämpft und durch die Zunahme der mittleren Gradienten verstärkt, so daß ein System an T -Schwankungen entsteht, das nach oben und unten zumindest weniger gedämpft ist als die bei linearer Vertikalverteilung vorkommenden T -Schwankungen. Bei starker Zunahme des T -Gradienten oberhalb des Schwingungszentrums kann der Einfluß des Gradienten den Einfluß der Amplitude auf die Schwankungsbreite so übersteigen, daß die maximale Schwankungsbreite nicht mehr in der Tiefe des Schwingungszentrums liegt und damit ihren Wert zur Kennzeichnung der Tiefenlage der maximalen Schwingungsamplituden verliert. In der hier verwendeten Vertikalverteilung (Abb. 3) tritt die maximale Schwankungsbreite noch in der Tiefenlage der maximalen Amplitude auf, da Gradient und Amplitude parallel auf die Schwankungsbreite einwirken.

Bei allen Vertikalverteilungen, die durch nichtlineare Abnahme oder Zunahme der Temperatur gekennzeichnet sind, ist ein Schneiden der T -Schwankungen nicht möglich.

(3) Symmetrisches Minimum

Die T -Schwankungen (Abb. 4), die bei dieser Vertikalverteilung entstehen, zeigen ein qualitativ ganz anders geartetes Bild als die der vorangegangenen T -Verteilungen (1) und (2). Erstmals schneiden sich die T -Schwankungen, so daß die Darstellung aus Gründen der Übersichtlichkeit geteilt wurde. Die Ursache liegt darin, daß die T -Schwankungen in Tiefen vertikaler T -Zunahme gegenläufig zu jenen in Tiefen vertikaler T -Abnahme sind.

Die Periode der verursachenden Schwingung ist nur noch in denjenigen T -Schwankungen deutlich erkennbar, deren Schwingungsbereich das Minimum nicht enthält. Das heißt, die T -Schwankungen spiegeln die Periode nur in den Tiefen wider, wo das im Schwingungsbereich liegende Stück der Vertikalverteilung durch ununterbrochene Abnahme oder Zunahme gekennzeichnet ist, also einen Spezialfall der T -Verteilungen (1) und (2) darstellt.

Liegt das Minimum im Schwingungsbereich einer Einzelschwingung, so entspricht die Periode der T -Schwankung um so weniger der Periode der internen Schwingung, je geringer der Tiefenabstand zwischen dem Extremwert und der entsprechenden Zentraltiefe ist. Fallen Extremwerte und Zentraltiefe zusammen, hat die T -Schwankung eine vollkommen andere Periode als der eigentliche Schwingungsvorgang.

Dieser Sachverhalt kommt deutlich in der Abb. 4 zum Ausdruck. Die T -Schwankungen in den Tiefen 20, 40 und 60 m sowie 140, 160 und 180 m kennzeichnen klar die Periode der internen Schwingung, da die von ihnen erfaßten Teile der Vertikalverteilung der Forderung durchgehender Ab- oder Zunahme der Temperatur genügen. In der Zentraltiefe von 80 und 120 m wird das Minimum jeweils am Rand erfaßt, so daß eine erste schwache Deformation der T -Schwankungen entsteht. Die T -Schwankung in 100 m Tiefe demonstriert den Fall, wenn Zentraltiefe und Extremwert zusammenfallen. Da sowohl das Auf- als auch das Abschwingen des Minimums mit einem Anstieg der Temperatur verbunden ist, entsteht eine Doppelwelle. Die Periode dieser T -Schwankung beträgt genau die Hälfte der Periode der internen Schwingung. Durch die Symmetrie des Minimums entsteht eine T -Schwankung mit vollkommen gleicher Elongation.

Im letztgenannten Fall ergeben sich für den umgekehrten Weg, nämlich die Bestimmung der internen Schwingung aus der T -Schwankung in 100 m Tiefe, besondere Schwierigkeiten. Die Analysenverfahren würden zwar die Periode der T -Schwankung liefern, aber es gibt kein mathematisches Kriterium, welches nachweist, daß die analysierte Periode nicht die Periode einer wirklich vorhandenen Schwingung ist. Auch für diesen Fall trifft der von KRAUSS (1958b) beklagte Mangel zu, daß es nicht möglich ist, die physikalische Realität einer analysierten Schwingung mit mathematischen Verfahren zu überprüfen. Im Fall eines schwingenden Minimums — die Kenntnis der Vertikalverteilung wird vorausgesetzt — „klappt“ KRAUSS ([4] 1959) vor der Analyse jedes zweite Maximum nach unten, um auf diese Weise die wirkliche Schwingung zu erhalten.

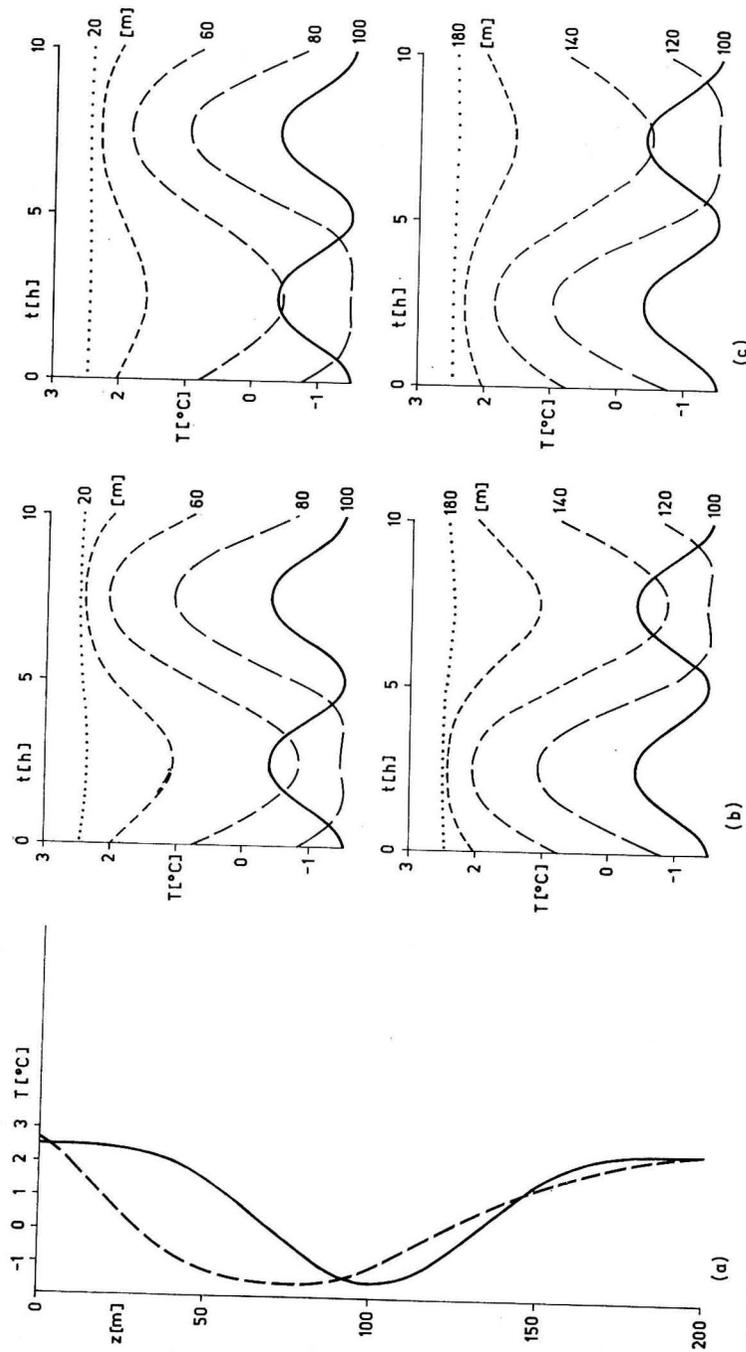


Abb. 4. T -Vertikalverteilung mit symmetrischem Minimum (gestrichelt: Gemessen; durchgezogen: Approximiert) und die bei approximierter Verteilung entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei A_z (I), c: bei A_z (II))

Wie das vorliegende Beispiel zeigt, ist nicht nur die Periode, sondern natürlich auch die Schwankungsbreite der T -Schwankung in 100 m Tiefe wesentlich geringer als die der anderen T -Schwankungen, die das Minimum nicht berühren. Die Ursache liegt darin, daß in der Tiefe des Minimums die maximale Temperaturdifferenz des Schwingungsbereiches — der bisher dafür mitverantwortliche mittlere Gradient verliert bei Auftreten von Extremwerten im Schwingungsbereich seine Verwendbarkeit — durch die Umkehr der T -Vertikalverteilung stark herabgesetzt ist. Somit wird in diesem Fall das Schwingungszentrum (100 m Tiefe) nicht durch die größten Schwankungsbreiten gekennzeichnet.

Alle Darlegungen zu dieser durch ein symmetrisches Minimum gekennzeichneten Verteilung gelten sinngemäß auch für ein Maximum im Vertikalprofil der Temperatur.

(4) Unsymmetrisches Minimum

Wie bei dem symmetrischen Minimum schneiden sich die T -Schwankungen größtenteils, da die Verteilung oben durch T -Abnahme und unten durch Zunahme gekennzeichnet ist (Abb. 5). Die Periode der internen Schwingung kommt nur in denjenigen Tiefen unverfälscht zum Ausdruck, wo die Verteilung die Forderung durchgehender Ab- bzw. Zunahme der Temperatur erfüllt. Die T -Schwankung in 100 m Tiefe (Minimum) ist wegen der fehlenden Symmetrie nicht mehr als klare Doppelwelle ausgeprägt.

Sehr deutlich tritt die unterschiedliche Dämpfung der T -Schwankungen ober- und unterhalb von 100 m Tiefe hervor. Da die symmetrische Abnahme der Amplitude A_z beiderseits dieser Tiefe den gleichen dämpfenden Einfluß ausübt und andererseits die Forderung durchgehender Ab- oder Zunahme der Temperatur ober- und unterhalb von 100 m erfüllt ist, wird die verschiedene Dämpfung hervorgerufen, wozu man beispielsweise komplementäre Tiefen wie 40 und 160 m vergleichen möge.

Betrachtet man den Temperaturabfall zwischen 25 und 75 m als Sprungschicht, so zeigt selbst diese schwach ausgeprägte Sprungschicht, daß sie trotz abnehmender Schwingungsamplituden durch T -Schwankungen sehr großer Schwankungsbreite hervorsticht. Im Schwingungszentrum (100 m Tiefe) entsteht dagegen nur eine T -Schwankung kleiner Schwankungsbreite. Damit liefert diese Verteilung ein Beispiel für die von KRAUSS (1958a) erwähnte Feststellung, daß Grenzschichten nur deshalb scheinbar zu Trägern interner Wellen werden, weil man dort an den Sekundärschwingungen die vertikale Verlagerung am leichtesten erkennen kann.

(5) Minimum und Maximum

Das Minimum (rd. 68 m) und das Maximum (rd. 168 m) liegen so weit voneinander entfernt, daß die Verteilung durch diese Extrema in drei stärkere Schichten aufgeteilt wird, die einzeln der Forderung durchgehender Ab-

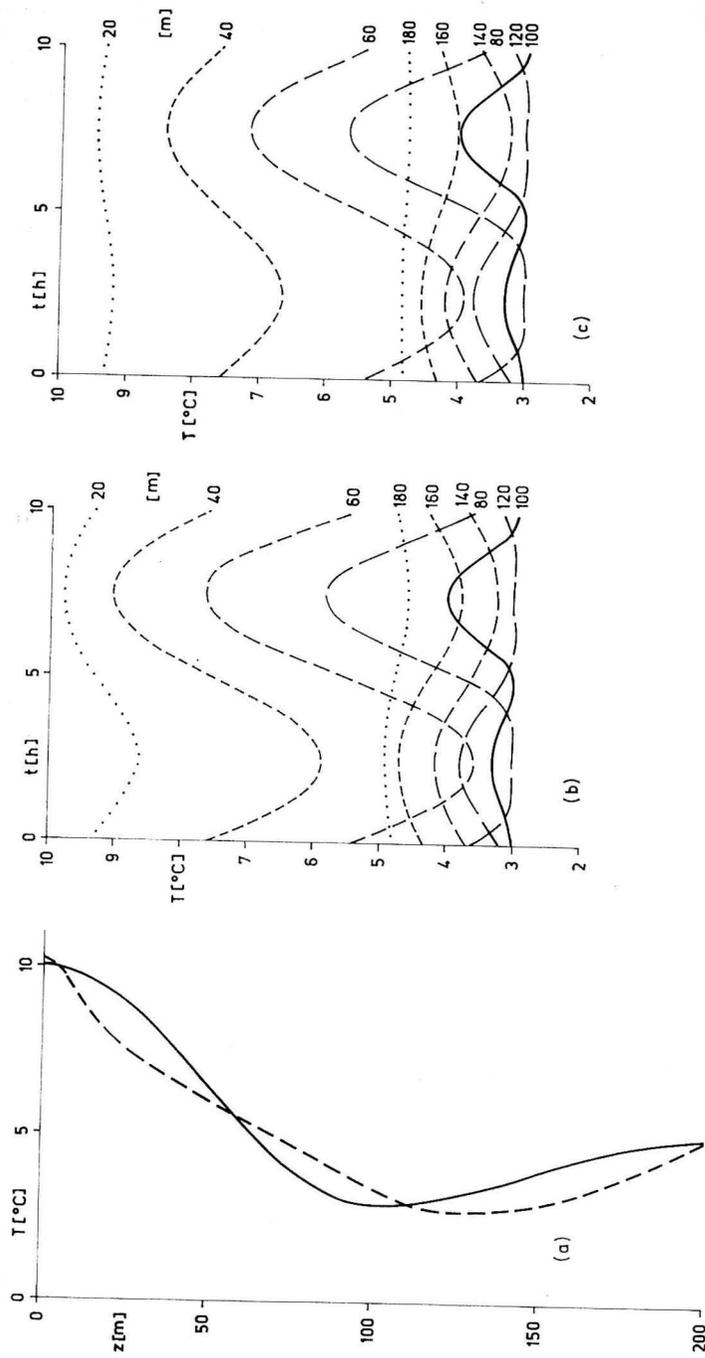


Abb. 5. T -Vertikalverteilung mit unsymmetrischem Minimum (gestrichelt: Gemessen; durchgezogen: Approximiert) und die bei approximierter Verteilung entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei A_z (I), c: bei A_z (II))

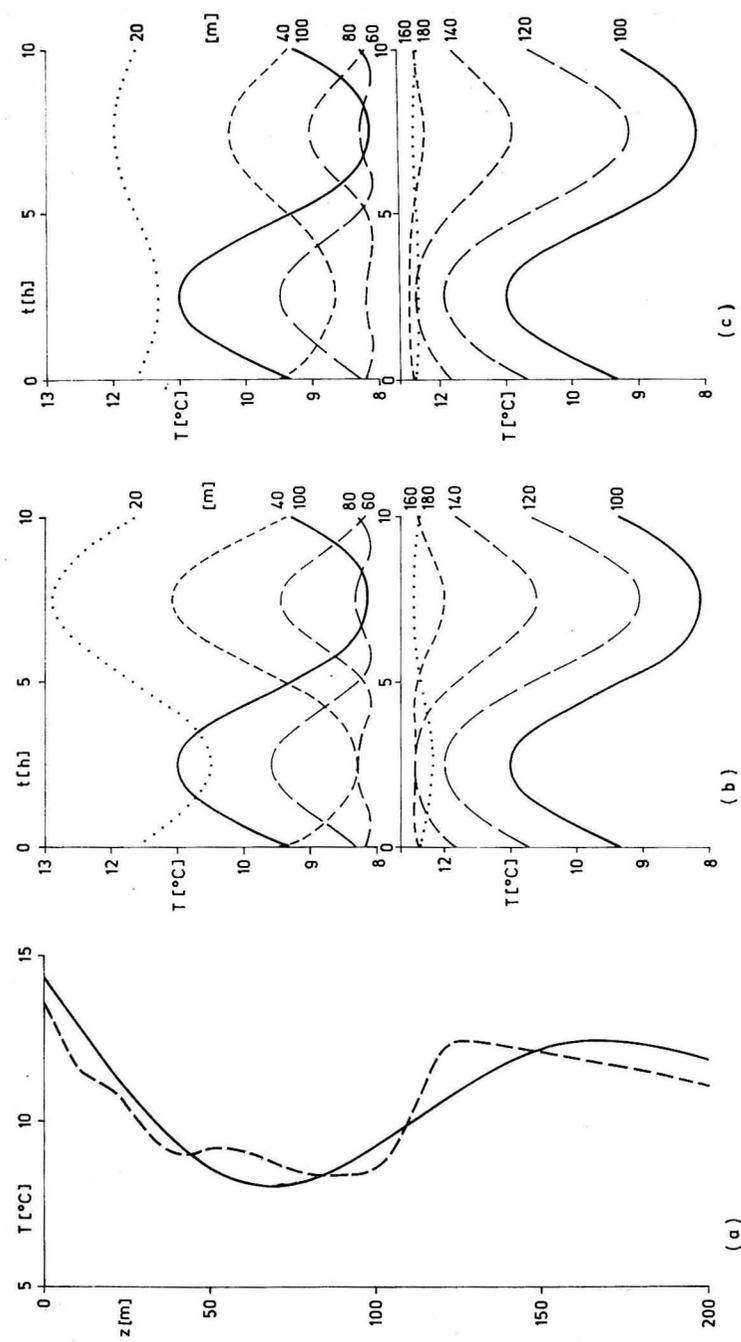


Abb. 6. T -Vertikalverteilung mit einem Minimum und einem Maximum (gestrichelt: Gemessen; durchgezogen: Approximiert) und die bei approximierter Verteilung entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei A_z (I), c: bei A_z (II))

bzw. Zunahme der Temperatur genügen (Abb. 6). Die internen Einzelschwingungen, die sich jeweils in einem der drei Teilstücke der Vertikalverteilung vollziehen, liefern T -Schwankungen, deren Periode erwartungsgemäß mit der Periode der internen Schwingung übereinstimmt (T -Schwankung in 20, 40, 100, 120, 140 und 180 m in beiden Amplitudenverteilungen A_z (I) und A_z (II)). Aber auch diese periodenmäßig übereinstimmenden T -Schwankungen schneiden sich, da die T -Schwankungen aus den durch Abnahme bzw. Zunahme gekennzeichneten Schichten der Vertikalverteilung gegeneinander verlaufen.

Die Schwankungsbreiten sind entsprechend den Gradienten deutlich ausgeprägt, aber ihre vertikale Größenverteilung läßt keinen Schluß auf die Amplitudenverteilung A_z bzw. auf die Lage des Schwingungszentrums zu.

Die T -Schwankungen in 60, 80 und 160 m — letztere nur in der Amplitudenverteilung A_z (II) — sind durch die erfaßten Extrema in der Periode und natürlich auch in der Amplitude gegenüber der verursachenden Schwingung verfälscht.

Das Durchschwingen eines Extremwertes, also einer kalten oder warmen Zwischenwasserschicht, durch eine bestimmte Tiefe ist unter der hier vorausgesetzten Aufprägung einer internen Welle an der T -Schwankung dieser Tiefe deutlich erkennbar. Jedes Minimum oder Maximum der T -Schwankung, das nicht zur Zeit $\tau/4$ oder $3/4\tau$ auftritt, spiegelt den Durchgang einer kalten oder warmen Zwischenschicht wider. In 60 m Tiefe schwingt beispielsweise der Kern der Kaltwasserschicht (Minimum in 68 m Tiefe) nach rund 0,5 Std. und nochmals nach etwa 4,5 Std. durch. Die entsprechenden Minima der T -Schwankung (60 m) kennzeichnen also ein echtes Temperaturminimum, während die beiden Maxima, die zu den Zeiten $\tau/4$ und $3/4\tau$ auftreten, lediglich die Umkehrpunkte der internen Einzelschwingung dieser Tiefe markieren.

Auf Grund dieser Beziehung und der Tatsache, daß ein im Schwingungsbereich liegender Extremwert immer zweimal durch die Zentraltiefe schwingen muß, läßt sich die Anzahl von kalten oder warmen Zwischenschichten im Schwingungsbereich aus den T -Schwankungen ermitteln. Lediglich in dem Fall, wenn der Extremwert der Vertikalverteilung und der Schwingungsmittelpunkt (Zentraltiefe) übereinstimmen, ist dieses nicht möglich (s. T -Schwankung in 100 m Tiefe in der Vertikalverteilung (3) und (4)).

(6) Natürliche Mehrfachsichtung

Nachdem die Abb. 2—6 die T -Schwankungen ausgeglichener Vertikalkurven zeigten, stellt die Abb. 7 nunmehr die Auswirkung einer internen Welle auf eine natürliche Mehrfachsichtung dar. Das verwirrende Bild der T -Schwankungen der verschiedenen Tiefen soll im folgenden unter Benutzung der bisherigen Ergebnisse betrachtet werden, wobei natürlich die symmetrischen Amplitudenverteilungen zunehmend problematisch werden.

Die größte auffindbare Periode unter den T -Schwankungen muß der Periode der internen Schwingung entsprechen. Diese wird in nicht deformierter Form nur durch die T -Schwankungen in 20, 160 und 180 m sowie in 40 m (nur Ampli-

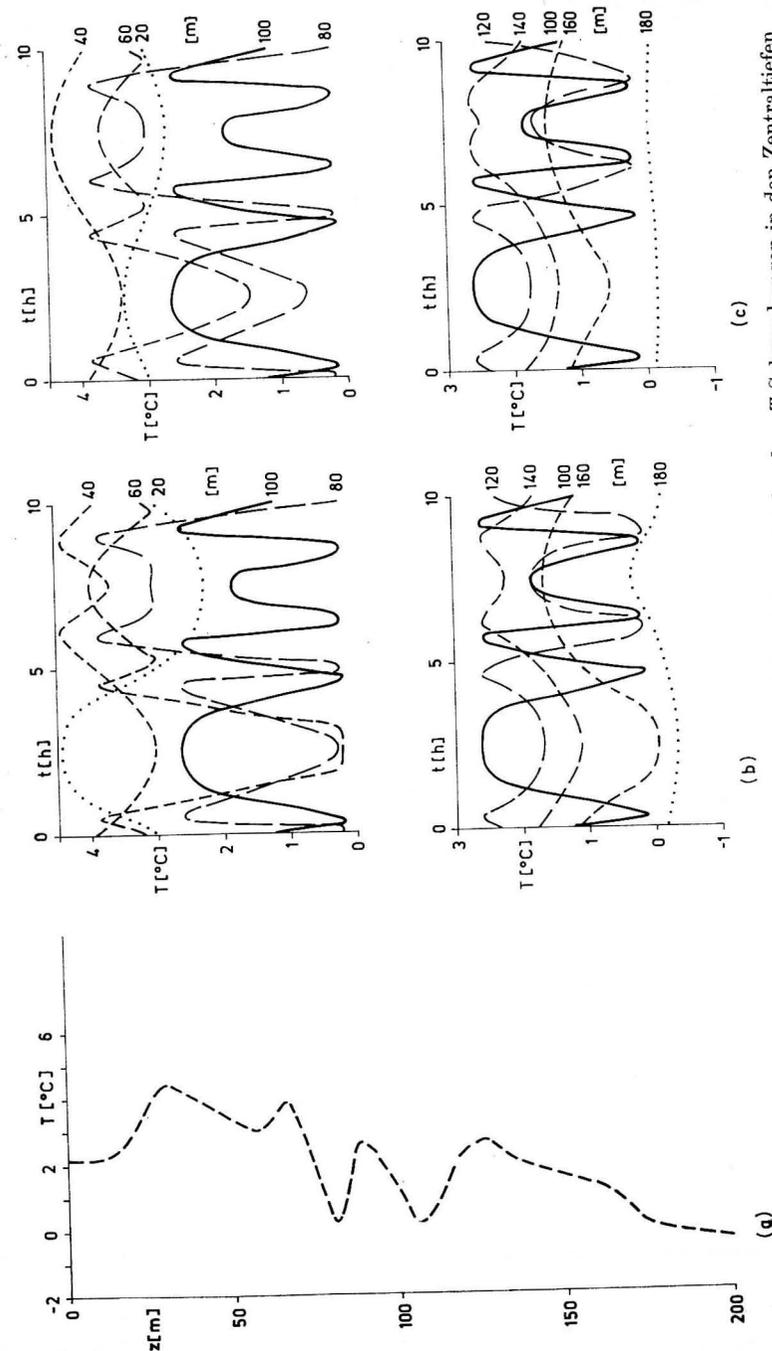


Abb. 7. Mehrfach geschichtete T -Vertikalverteilung (a) und die dabei entstehenden T -Schwankungen in den Zentraltiefen (b: bei A_z (I); c: bei A_z (II))

tudenverteilung A_z (II) dargestellt, da der Schwingungsbereich in diesen Tiefen nur solche Stücke der Vertikalverteilung erfaßt, die von durchgehender Ab- oder Zunahme gekennzeichnet sind. Das Gegeneinander-Schwingen der T -Schwankung in 20 m einerseits und 40 (II), 160 und 180 m andererseits ist durch die Abnahme der Temperatur (oben) und die Zunahme (unten) verursacht. Die Gegenläufigkeit kommt besonders deutlich in den T -Schwankungen der Amplitudenverteilung A_z (II) in 20 und 40 m Tiefe zum Ausdruck.

In allen weiteren Tiefen sind die Perioden der T -Schwankungen durch einen oder mehrere Extremwerte (kalte oder warme Zwischenwasserschichten) gegenüber der Periode der internen Schwingung verändert. In 40 m Tiefe (nur A_z (I)) ist die T -Schwankung durch vier Extremwerte gekennzeichnet, d. h., eine Zwischenwasserschicht (warm) schwingt durch diese Tiefe. In 60 m treten in der T -Schwankung sechs Extremwerte auf, d. h., es müssen zwei Zwischenwasserschichten im Laufe einer Schwingung diese Tiefe passieren. Es ist zunächst das wärmere Zwischenwasser aus 66 m Tiefe und später das kältere Zwischenwasser aus 57 m Tiefe. Die Schwankungsbreite dieser T -Schwankung (nur bei A_z (I)) erreicht maximale Werte, da eine in dieser Tiefe noch wenig gedämpfte Schwingungsamplitude A_z mit einer maximalen Temperaturdifferenz im Schwingungsbereich zusammenfällt.

Die T -Schwankungen in 80, 120 und besonders in 100 m Tiefe täuschen durch die Einbeziehung mehrerer Zwischenwasserschichten eine Periode vor, die nur einem Bruchteil der Periode der internen Schwingung entspricht. Die Anzahl der z. B. durch 80 m Tiefe schwingenden Zwischenwasserschichten beläuft sich auf zwei warme und zwei kalte Zwischenwasserschichten, wie aus den insgesamt 10 Extremwerten dieser T -Schwankung zu entnehmen ist. Weitere Rückschlüsse auf die Mächtigkeit der Zwischenwasserschichten erhält man aus der Form der Extremwerte der T -Schwankungen. Spitze Extrema kennzeichnen schmale kalte bzw. warme Zwischenwasserschichten (s. 80 m T -Schwankung nach etwa 0,1 Std. oder 4,9 Std.: Kaltes Zwischenwasser aus 81 m Tiefe) und stumpfe Extrema entstehen durch breite Zwischenwasserschichten (s. 40 m T -Schwankung nach etwa 6,1 Std. oder 8,9 Std.: Warmes Zwischenwasser aus 30 m Tiefe).

5. Schluß

In der Zusammenschau zeigt sich, daß die wünschenswerte Übereinstimmung der Periode der T -Schwankungen mit der Periode der internen Schwingung nur gegeben ist, wenn die T -Vertikalverteilung von durchgehend abnehmender oder zunehmender Temperatur gekennzeichnet ist. Je nachdem, ob diese Forderung für die ganze lineare oder nichtlineare T -Vertikalverteilung oder für Teilstücke erfüllt ist, wird die Periode in allen vom Schwingungsvorgang erfaßten Tiefen oder nur in bestimmten Tiefenbereichen durch die T -Schwankungen richtig widergespiegelt. Verfälschungen der Periode treten auf, wenn die Vertikalverteilung im Schwingungsbereich Extremwerte aufweist. Diese sind um so größer,

je mehr Extremwerte der Vertikalverteilung im jeweiligen Schwingungsbereich liegen.

Die Markierung der Tiefenlage der maximalen Amplitude, dieses zweiten wichtigen Parameters eines Schwingungsvorgangs, durch die größten Schwankungsbreiten der T -Schwankungen ist selbst unter den stark abstrahierenden Voraussetzungen selten gegeben. Die größte Schwankungsbreite tritt nur dann in der Tiefenlage der maximalen Amplitude der Schwingung auf, wenn a) die Vertikalverteilung linear und ihr Gradient ungleich Null ist oder b) die Vertikalverteilung durch nichtlineare durchgehende Ab- bzw. Zunahme der Temperatur gekennzeichnet ist und die größten Gradienten in der Tiefe der maximalen Amplitude liegen oder c) die Unterschiede der vertikalen Gradienten so gering sind, daß der Einfluß der vertikalen Amplitudenverteilung auf die Schwankungsbreiten dominierend wirkt.

Abschließend muß betont werden, daß alle Darlegungen dem Zweck dienen, eine erste Vorstellung der Beziehung zwischen Schwingungsvorgängen und T -Schwankungen zu schaffen, so daß für diese Zielstellung die stark einschränkenden Voraussetzungen und die teilweise recht willkürlichen Festlegungen z. B. der Amplitudenverteilung in Kauf genommen wurden, die in praxi teilweise modifiziert werden müssen, um miteinander verträglich zu sein.

Literatur

- [1] DIETRICH, G., Atlas of the Hydrography of the Northern North Atlantic Ocean, Charlottenlund 1969.
- [2] EKMAN, V. W., On dead water. Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. Scientific Results 5 (1904), 15, S. 1—152.
- [3] HELA, I., Hydrographic Results of the „Aranda“ Expedition to the Barents Sea in July 1957. Rapp. et Proc. Verbaux des Réunions 149 (1961), S. 17—24.
- [4] HELA, I. und KRAUSS, W., Zum Problem der starken Veränderlichkeit der Schichtungsverhältnisse im Arkonabecken. Kieler Meeresforsch. 15 (1959), 2, S. 125—143.
- [5] KRAUSS, W., Interne Wellen großer Amplitude. Teil 2, Beobachtungen. Dtsch. Hydr. Ztschr. 11 (1958a), 5, S. 194—207.
- [6] KRAUSS, W., Interne Wellen großer Amplitude. Teil 3, Kritik der Theorien und Beobachtungen. Dtsch. Hydr. Ztschr. 11 (1958b), 6, S. 246—255.
- [7] KRAUSS, W., Methoden und Ergebnisse der theoretischen Ozeanographie II. Interne Wellen, Berlin 1966.
- [8] NANSEN, F., The oceanography of the north polarbasin. Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. Scientific Results 3 (1902), 9.
- [9] NEHRING, D. und BROSN, H.-J., Ozeanographische Beobachtungen im äquatorialen Atlantik und auf dem Patagonischen Schelf während der 1. Südatlantik-Expedition mit dem Forschungsschiff „Ernst Haeckel“ von August bis Dezember 1966. Geod. Geoph. Veröff. R. IV, H. 3, S. 1—93, (1968).
- [10] NORPAC COMMITTEE, Oceanic Observations of the Pacific 1955. The Norpac Atlas, Tokyo 1960.

Anschrift der Verfasser:

H. FRANCK und Dr. habil. G. SAGER
Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

Die charakteristischen Elemente stehender, ebener Schwerewellen

Von GÜNTHER SAGER

Zusammenfassung: In Fortführung früherer Betrachtungen zu fortschreitenden, ebenen Schwerewellen werden die in der Literatur meistens nur kurz und nicht selten falsch behandelten stehenden Wellen einer eingehenderen Betrachtung unterzogen. Dabei werden vor allem die Begriffe Knotenpunkt bzw. Knotenlinie sowie das Profil kritisch untersucht und an Abbildungen erläutert.

Einleitung

Die beiden grundlegenden Formen von Wasserwellen, nämlich fortschreitende und stehende, ebene Schwerewellen, bei denen die Schwerkraft der Erde als rücktreibende Kraft auftritt, werden in der Fachliteratur sehr unterschiedlich behandelt. Während die fortschreitenden Wellen oft recht ausführlich dargestellt werden, kommen die stehenden Wellen meistens recht kurz weg und werden nicht selten unzulänglich oder falsch interpretiert. Im folgenden sollen deshalb nach einer kurzen Rückschau auf die vom Verfasser an anderer Stelle ausführlich behandelten fortschreitenden Wellen (1961 und 1967) die Eigenschaften der stehenden Wellen beleuchtet werden, wobei vor allem bezüglich des Profils und des Begriffs des Knotenpunkts bzw. der Knotenlinie die adäquaten Deutungen vorgenommen werden müssen.

Die Ansätze der sog. klassischen Wellentheorie sind älter als die 1802 von GERSTNER gegebene trochoidale Theorie und gehen auf LAPLACE um 1780 zurück. Eine Vervollkommnung dieser Theorie in der dem Einfluß der Bodenschicht Rechnung getragen wird, hat AIRY (1'42) erzielt. Die Ergebnisse der klassischen Theorie sind nur Näherungen für nicht zu große Amplituden, auf deren Ableitung hier verzichtet werden kann, da sie in den Lehrbüchern der Hydrodynamik genügend oft gegeben worden sind. Bezeichnet man die mittlere Lage eines Wasserteilchens mit den Koordinaten ξ und ζ und seine momentane Position in der Orbitalbahn mit x und z , so heißt die Parameterdarstellung der Orbitalbewegung bei vertikal abwärts gerichteter z -Achse

$$x = \xi - A(\zeta) \sin k(\xi - ct), \quad (1)$$

$$z = \zeta - B(\zeta) \cos k(\xi - ct). \quad (2)$$

Darin sind mit $2a = H$ für die Wellenhöhe an der Oberfläche

$$A(\zeta) = a \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\sinh kh}, \quad (3)$$

$$B(\zeta) = a \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sinh kh}, \quad (4)$$

wobei h die örtliche Wassertiefe angibt und

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (5)$$

ist, worin L die Wellenlänge bedeutet. Des weiteren erhält man für die Phasengeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh}; \quad (6)$$

sie hängt im allgemeinen von der Gesamtwassertiefe und der Wellenlänge ab, zeigt also eine Dispersion. Dagegen ist die Phasengeschwindigkeit in allen Zwischenschichten dieselbe, weil ζ nicht in die Gleichung (6) eingeht. Bei Wellen, die sich in der gesamten Wassersäule von der Oberfläche bis zum Boden auswirken und durch die Bedingung $h \ll L$ oder genauer $h < L/20$ gekennzeichnet sind, kann der hyperbolische Tangens durch sein Argument ersetzt werden, so daß man für die Phasengeschwindigkeit in

$$c = \sqrt{gh} = 3,132 \sqrt{h} \quad (6a)$$

eine von der Wellenlänge unabhängige Geschwindigkeit erhält. Diese Formel und die damit verbundene Richtungsänderung oder Refraktion der Wellenfronten bei Änderung der Wassertiefe wurde von AIRY angegeben. Der zweite Sonderfall liegt für $h > L/2$ vor und liefert wegen $\tanh kh \rightarrow 1$ den Ausdruck

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} = 1,250 \sqrt{L}. \quad (6b)$$

Wellen, die über Wasserflächen laufen, deren Tiefe größer als die halbe Wellenlänge ist, hängen in ihrer Ausbreitungsgeschwindigkeit ausschließlich von der Wellenlänge ab. In diesem Fall nehmen die Orbitalbahnen Kreisform an, wobei sich als Radius der Betrag

$$A(\zeta) = B(\zeta) = a e^{-k\zeta} \quad (7)$$

einstellt, der in der Tiefe einer halben Wellenlänge schon auf etwa $1/23$ und für $\zeta = L$ auf $1/535$ abgeklungen ist. Weitere Eigenschaften der fortschreitenden, ebenen Schwerewellen kann man den angeführten Beiträgen entnehmen.

Die Grundgleichungen der stehenden, ebenen Schwerewellen

Die Grundgleichungen der stehenden Wellen folgen bekanntlich aus denen der fortschreitenden Wellen durch Überlagerung zweier entgegengesetzt laufen-

der Wellen gleicher Amplitude unter Berücksichtigung der Phasenverhältnisse. In unserem Fall kann man superponieren

$$x = \xi - A(\zeta) \{ \sin k(\xi - ct) + \sin [k(-\xi - ct) + \pi] \},$$

$$z = \zeta - B(\zeta) \{ \cos k(\xi - ct) + \cos k(-\xi - ct) \}$$

bzw.

$$x = \xi - A(\zeta) [\sin k(\xi - ct) + \sin k(\xi + ct)],$$

$$z = \zeta - B(\zeta) [\cos k(\xi - ct) + \cos k(\xi + ct)].$$

Mit

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

und

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

bei

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = k\xi \quad \text{und} \quad \frac{\alpha - \beta}{2} = -kct$$

folgt

$$x = \xi - 2A(\zeta) \sin k\xi \cos kct, \quad (8)$$

$$z = \zeta - 2B(\zeta) \cos k\xi \cos kct. \quad (9)$$

Im Fall $h > L/2$ wird praktisch mit Erfüllung von Gleichung (7) das Gegenstück zu den trochoidalen, fortschreitenden Wellen eintreten.

Für die Geschwindigkeit der Teilchen erhält man die Komponenten

$$v_x = 2A(\zeta) kc \sin k\xi \sin kct = \dot{x}, \quad (10)$$

$$v_z = 2B(\zeta) kc \cos k\xi \sin kct = \dot{z} \quad (11)$$

und für die Beschleunigung

$$b_x = 2A(\zeta) k^2 c^2 \sin k\xi \cos kct = \ddot{x}, \quad (12)$$

$$b_z = 2B(\zeta) k^2 c^2 \cos k\xi \cos kct = \ddot{z}. \quad (13)$$

Für die Maxima und Minima dieser Ausdrücke ergeben sich folgende Zuordnungen der Tab. 1.

Tabelle 1
Zuordnung der Extrema von \dot{x} , \dot{z} , \ddot{x} und \ddot{z} zu ξ und t

Maximum	$k\xi$	kct	Minimum	$k\xi$	kct
\dot{x}_{\max}	$\pm \frac{\pi}{2}$	$\pm \frac{\pi}{2}$	\dot{x}_{\min}	$\pm \frac{\pi}{2} \mp \frac{\pi}{2}$	
\dot{z}_{\max}	0	$\frac{\pi}{2}$	\dot{z}_{\min}	0	$-\frac{\pi}{2}$
\ddot{x}_{\max}	$\frac{\pi}{2}$	0	\ddot{x}_{\min}	$-\frac{\pi}{2}$	0
\ddot{z}_{\max}	0	0	\ddot{z}_{\min}	0	π

In den sog. Schwingungsbäuchen verschwindet die Horizontalkomponente \dot{x} und in den noch näher zu charakterisierenden Knotenpunkten die Vertikalkomponente \dot{z} . Die größten Werte der Horizontalkomponente der Teilchengeschwindigkeit findet man bei Durchgang durch die Nullage in den Knoten und für die Vertikalkomponente im Zentrum der Bäuche. Die Maximalkomponenten der Beschleunigung treten zur Zeit der größten Auslenkungen aus der Ruhelage auf.

Die Teilchenbahnen und das Wellenprofil

Für die Teilchenbahnen erhält man durch Division von (8) und (9)

$$z - \zeta = \frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} \cot k \xi \cdot (x - \xi)$$

und mit $B(\zeta)/A(\zeta) = \tanh k(h - \zeta)$

$$z - \zeta = \tanh k(h - \zeta) \cot k \xi \cdot (x - \xi). \quad (14)$$

Die Bahnen sind doppelt durchlaufene Geradenstücke. An der Oberfläche hat man mit $\zeta = 0$ speziell

$$z = \tanh 2\pi \frac{h}{L} \cot 2\pi \frac{\xi}{L} \cdot (x - \xi). \quad (14a)$$

Die Gleichung der Verbindungslinie der Lage jeweils phasengleicher Teilchen folgt über

$$\cos k \xi = -\frac{z - \zeta}{2 B(\zeta) \cos k c t},$$

$$\xi = \pm \frac{1}{k} \left(\pi - \arccos \frac{z - \zeta}{2 B(\zeta) \cos k c t} \right)$$

und

$$\sin^2 k \xi = 1 - \frac{(z - \zeta)^2}{4 B(\zeta)^2 \cos^2 k c t}$$

zu

$$x = \pm \frac{1}{k} \left(\pi - \arccos \frac{z - \zeta}{2 B(\zeta) \cos k c t} \right) \mp \frac{A(\zeta)}{B(\zeta)} \cdot \sqrt{4 B(\zeta)^2 \cos^2 k c t - (z - \zeta)^2}$$

oder

$$x = \pm \frac{1}{k} \left(\pi - \arccos \frac{z - \zeta}{2 B(\zeta) \cos k c t} \right) \mp \coth k(h - \zeta) \cdot \sqrt{4 B(\zeta)^2 \cos^2 k c t - (z - \zeta)^2}. \quad (15)$$

An der Oberfläche hat man mit $\zeta = 0$ einfacher

$$x = \pm \frac{1}{k} \left(\pi - \arccos \frac{z}{2 a \cos k c t} \right) \mp \coth k h \cdot \sqrt{4 a^2 \cos^2 k c t - z^2}. \quad (15a)$$

Zur Zeit der größten positiven Auslenkung kommt für $k c t = 0$ speziell

$$x = \pm \frac{\pi}{k} \mp \frac{1}{k} \arccos \frac{z}{2 a} \mp \coth k h \cdot \sqrt{4 a^2 - z^2}, \quad (15b)$$

was genau dem Profil einer fortschreitenden Welle mit dem doppelten Wert der Amplitude entspricht.

Die Eigenschaften der Knotenpunkte

In der Abb. 1 sind die Teilchenbahnen in Form doppelt durchlaufener Geradenstücke für verschiedene Quotienten ζ/h wiedergegeben. Man sieht, daß die

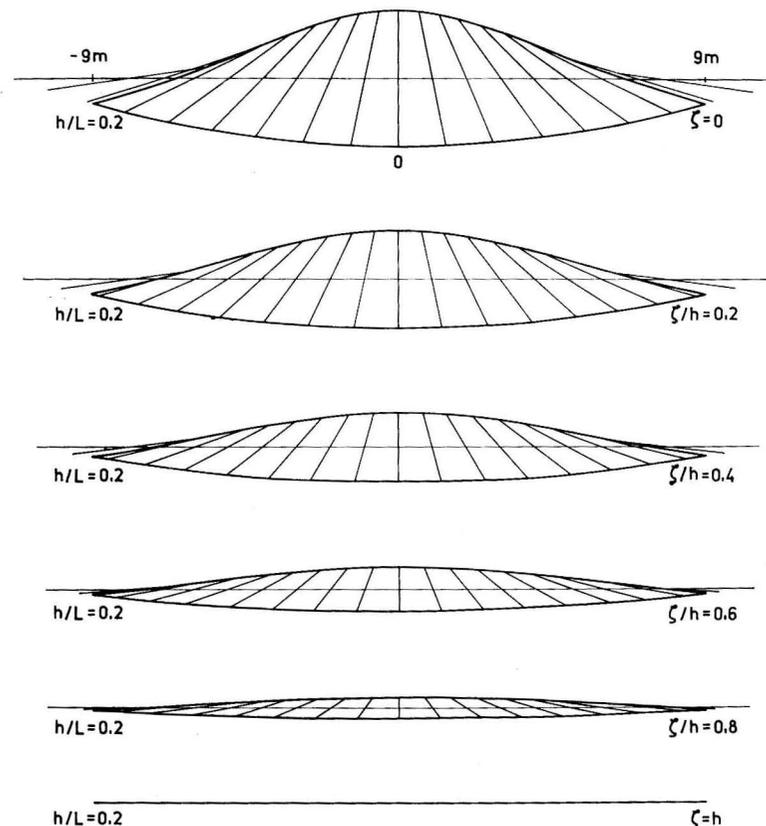


Abb. 1. Teilchenbahnen und Wellenprofile für $a = 1$ [m], $L = 36$ [m], $h/L = 0,20$ und $t = 0$ in verschiedenen Tiefen

Neigung der Bahnen gegen die Horizontale in den tieferen Wasserschichten immer geringer wird und die Bahnlänge entsprechend abnimmt, bis am Boden nur noch eine waagrecht alternierende Bewegung übrigbleibt. In der Abb. 2 ist das Oberflächenprofil mit Wendepunkten und Krümmungskreisen zu ver-

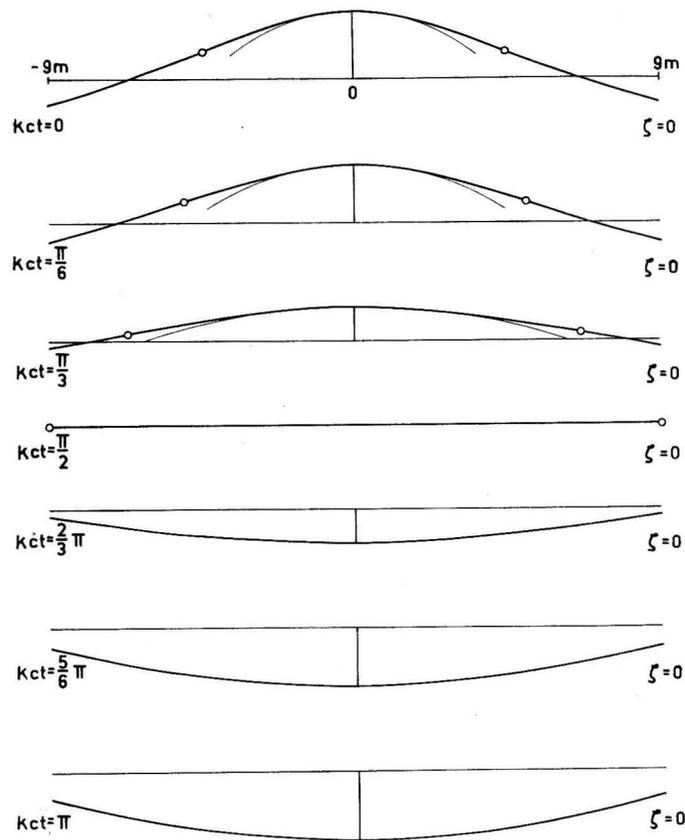


Abb. 2. Oberflächenprofil für $a = 1$ [m], $L = 36$ [m], $h/L = 0,20$ mit Krümmungskreisen und Wendepunkten zu verschiedenen Phasen (für die drei unteren Kurven ist der Krümmungskreis praktisch identisch mit dem Profil)

schiedenen Zeitpunkten im Ablauf einer halben Periode dargestellt. Aus beiden Abbildungen resultiert eine wesentliche Erkenntnis:

Die häufig zu findende Wiedergabe stehender Wasserwellen mit dem Profil einer Kosinuskurve trifft nicht zu. Der damit verbundene Eindruck der Knoten als Fixpunkte, die keiner Bewegung unterworfen werden, bedarf einer Korrektur. Die Knoten sind optisch gesehen Schnittpunkte der oberen und unteren Begrenzung des Profils, die ständig von anderen Wasserteilchen beschickt werden. Die Knoten ändern dabei nicht ihre Abszisse, wohl aber rhythmisch ihre Ordina-

te. Sie bleiben dabei immer unterhalb oder höchstens im Nullniveau des Koordinatensystems, so daß es bei den stehenden Wasserwellen im Laufe des Bewegungsablaufs keinen Punkt gibt, der relativ zur Abszisse in Ruhe bleibt.

Es sollen nun die Bewegungen des Knotens in der Vertikalen untersucht werden. Für $x = \pi/2 k = L/4$ folgt aus der Profilleichung (15)

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{z - \zeta}{2 B(\zeta) \cos k c t} \right) = \coth k (h - \zeta) \cdot \sqrt{4 B(\zeta)^2 \cos^2 k c t - (z - \zeta)^2}$$

und im Sonderfall $\zeta = 0$, also an der Oberfläche

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{z}{2 a \cos k c t} \right) = \coth k h \cdot \sqrt{4 a^2 \cos^2 k c t - z^2}$$

als transzendente Gleichung für z mit dem Scharparameter $k c t$. Die maximale Absenkung des Knotens bestimmt sich mit $k c t = 0$ bzw. π aus

$$\frac{1}{k^2} \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{z}{2 a} \right)^2 = \coth^2 k h \cdot (4 a^2 - z^2),$$

hängt also von a , h und L ab.

Für $h/L = 0,2$, $a = 1$ [m] und $L = 36$ [m] heißt die Bestimmungsgleichung für die Verhältnisse in Abb. 2

$$\left(1,5708 - \arccos \frac{z}{2} \right)^2 = 0,04216 (4 - z^2)$$

und liefert durch Eingabelung $z = 0,744$ [m].

Der Krümmungskreis im Scheitelpunkt des Wellenprofils

Aus den Basisgleichungen

$$x = \xi - 2 A(\zeta) \sin k \xi \cos k c t, \quad (8)$$

$$z = \zeta - 2 B(\zeta) \cos k \xi \cos k c t, \quad (9)$$

in denen man ζ als Scharparameter für die Tiefe und t für die Phase auffassen kann, folgt durch Differentiation nach der mittleren Ortskoordinate ξ

$$\frac{dx}{d\xi} = 1 - 2 k A(\zeta) \cos k \xi \cos k c t = x',$$

$$\frac{dz}{d\xi} = 2 k B(\zeta) \sin k \xi \cos k c t = z'$$

und weiter

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} = 2 k^2 A(\zeta) \sin k \xi \cos k c t = x'',$$

$$\frac{d^2z}{d\xi^2} = 2 k^2 B(\zeta) \cos k \xi \cos k c t = z''.$$

Für den Krümmungsradius hat man in Parameterdarstellung

$$R = \frac{(x'^2 + z'^2)^{3/2}}{x' z'' - x'' z'}$$

und insbesondere im Scheitelpunkt mit $z' = 0$

$$R_S = \frac{x'^2}{z''}$$

Mit $k \xi = 0$ ergibt sich

$$R_S = \frac{[1 - 2 k A(\zeta) \cos k c t]^2}{2 k^2 B(\zeta) \cos k c t} \quad (16)$$

Für $k c t = 0$ hat man für die größte positive Ausschwingung

$$R_S = \frac{[1 - 2 k A(\zeta)]^2}{2 k^2 B(\zeta)} \quad (16a)$$

und für $k c t = \pi$ für die größte negative Elongation

$$R_S = -\frac{[1 + 2 k A(\zeta)]^2}{2 k^2 B(\zeta)} \quad (16b)$$

Im Sonderfall der Oberfläche kommt mit $\zeta = 0$

$$R_S = \frac{(1 - 2 k a \coth k h \cos k c t)^2}{2 k^2 a \cos k c t} \quad (16c)$$

Für die Krümmungsradien der Abb. 2 ergeben sich folgende Zuordnungen

$k c t$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
R_S	5,70	7,87	20,73	$\pm \infty$	-47,69	-34,83	-32,66

Neigung und Wendestellen des Profils

Aus

$$\tan \alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{dz/d\xi}{dx/d\xi} = \frac{z'}{x'}$$

resultiert

$$\tan \alpha = \frac{2 k B(\zeta) \sin k \xi \cos k c t}{1 - 2 k A(\zeta) \cos k \xi \cos k c t} \quad (17)$$

Mit $k \xi = 0$ wird in den Schwingungsbäuchen stets $\alpha = 0$, und für $k \xi = \pm \pi/2$ folgt für die Knoten als Oszillationszentrum

$$\tan \alpha = \pm 2 k B(\zeta) \cos k c t, \quad (17a)$$

wozu als Profilverpunkte die Schnittpunkte mit der Nulllage bei

$$x_0 = \pm \frac{L}{4} \mp 2 A(\zeta) \cos k c t, \quad z_0 = \zeta$$

gehören.

Die extreme Neigung des Profils liegt im Wendepunkt, den man über

$$\frac{d(\tan \alpha)}{dx} = \frac{z'' x' - z' x''}{x'^2} \frac{d\xi}{dx} = \frac{z'' x' - z' x''}{x'^3}$$

bestimmt. Durch Nullsetzen des Zählers folgt

$$\cos k \xi_W = 2 k A(\zeta) \cos k c t$$

und damit

$$\xi_W = \frac{1}{k} \arccos [2 k A(\zeta) \cos k c t]$$

als Abszisse des zugehörigen Schwingungszentrums. Für die Abszisse des Wendepunkts erhält man damit

$$x_W = \frac{1}{k} \arccos [2 k A(\zeta) \cos k c t] \quad (18)$$

$$- 2 A(\zeta) \sqrt{1 - 4 k^2 A(\zeta)^2 \cos^2 k c t} \cdot \cos k c t$$

und für die Ordinate

$$z_W = \zeta - 4 k A(\zeta) B(\zeta) \cos^2 k c t. \quad (19)$$

Für den Betrag der maximalen Neigung hat man den Ausdruck

$$\tan \alpha_W = \frac{2 k B(\zeta) \cos k c t}{\sqrt{1 - 4 k^2 A(\zeta)^2 \cos^2 k c t}} \quad (20)$$

Der Wert von ξ_W liegt ganz in der Nähe der Beträge für den Schnittpunkt des Profils mit der x -Achse, für den bei $z_0 = \zeta$ der oben angeführte Ausdruck gefunden war. Als Reihe entwickelt, hat man für ξ_W

$$\xi_W = \frac{L}{4} - 2 A(\zeta) \cos k c t \left[1 + \frac{2}{3} k^2 A(\zeta)^2 \cos^2 k c t + \dots \right],$$

also bei positivem (negativem) Kosinus stets etwas kleinere (größere) Beträge als für x_0 . Für die Abb. 2 hat man als Zuordnungen die Werte der Tab. 2.

Tabelle 2
Charakteristische Daten des Wendepunktes

$k c t$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
ξ_W	6,58	6,92	7,82	9	10,18	11,08	11,42
x_W	4,43	5,01	6,66	9	11,34	12,99	13,57
$-z_W$	0,82	0,62	0,21	0	0,21	0,62	0,82
α_W	20,95	17,92	10,33	0	-10,33	-17,92	-20,95

Tabelle 3

Werte für $\frac{A(\zeta)}{a} = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\sinh kh}$ nach Argumenten von $\frac{h}{L}$ und $\frac{\zeta}{h}$

ζ/h	h/L																		
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,001	1,004	1,007	1,013	1,025	1,047	1,090	1,176	1,358	1,796	3,287	4,062	5,368	8,000	15,936
0,1	0,533	0,568	0,605	0,644	0,687	0,734	0,761	0,791	0,828	0,876	0,946	1,060	1,270	1,736	3,257	4,038	5,350	7,988	15,930
0,2	0,285	0,323	0,366	0,415	0,472	0,538	0,576	0,620	0,672	0,737	0,825	0,960	1,193	1,684	3,231	4,017	5,334	7,977	15,925
0,3	0,152	0,183	0,222	0,268	0,325	0,395	0,438	0,488	0,548	0,623	0,725	0,875	1,126	1,638	3,207	3,998	5,320	7,968	15,920
0,4	0,081	0,104	0,134	0,173	0,224	0,292	0,335	0,386	0,450	0,532	0,642	0,804	1,070	1,599	3,187	3,982	5,308	7,959	15,916
0,5	0,043	0,059	0,082	0,112	0,155	0,217	0,259	0,310	0,375	0,459	0,576	0,746	1,023	1,566	3,170	3,968	5,297	7,953	15,913
0,6	0,023	0,034	0,050	0,074	0,109	0,164	0,203	0,253	0,317	0,403	0,523	0,699	0,985	1,539	3,156	3,957	5,289	7,947	15,910
0,7	0,013	0,020	0,031	0,049	0,079	0,128	0,164	0,212	0,275	0,362	0,484	0,664	0,956	1,518	3,145	3,948	5,282	7,943	15,908
0,8	0,007	0,012	0,020	0,035	0,060	0,104	0,138	0,184	0,247	0,333	0,456	0,639	0,935	1,503	3,138	3,942	5,278	7,939	15,906
0,9	0,004	0,008	0,015	0,027	0,049	0,091	0,124	0,168	0,230	0,316	0,440	0,624	0,923	1,494	3,133	3,939	5,275	7,937	15,905
1,0	0,004	0,007	0,013	0,025	0,046	0,087	0,119	0,163	0,225	0,311	0,435	0,619	0,919	1,491	3,131	3,937	5,274	7,937	15,905

$\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$ -Wellen

Übergangsformen

\sqrt{gh} -Wellen

Tabelle 4

Werte für $\frac{B(\zeta)}{a} = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sinh kh}$ nach Argumenten von $\frac{h}{L}$ und $\frac{\zeta}{h}$

ζ/h	h/L																		
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,533	0,568	0,605	0,644	0,686	0,729	0,752	0,774	0,797	0,819	0,840	0,860	0,876	0,889	0,897	0,898	0,899	0,900	0,900
0,2	0,285	0,323	0,366	0,415	0,470	0,531	0,564	0,598	0,633	0,668	0,702	0,733	0,760	0,782	0,795	0,797	0,798	0,799	0,800
0,3	0,152	0,183	0,221	0,267	0,321	0,386	0,421	0,460	0,499	0,540	0,580	0,618	0,651	0,677	0,694	0,696	0,698	0,699	0,700
0,4	0,081	0,104	0,134	0,171	0,219	0,279	0,313	0,350	0,390	0,431	0,473	0,513	0,548	0,576	0,594	0,596	0,598	0,599	0,600
0,5	0,043	0,059	0,080	0,110	0,148	0,199	0,230	0,263	0,300	0,338	0,377	0,415	0,449	0,476	0,494	0,496	0,498	0,499	0,500
0,6	0,023	0,033	0,048	0,069	0,099	0,140	0,165	0,193	0,224	0,257	0,291	0,325	0,355	0,379	0,395	0,396	0,398	0,399	0,400
0,7	0,012	0,018	0,028	0,043	0,064	0,094	0,113	0,135	0,159	0,185	0,212	0,239	0,263	0,283	0,296	0,297	0,298	0,299	0,300
0,8	0,006	0,010	0,016	0,025	0,038	0,058	0,071	0,085	0,102	0,120	0,139	0,157	0,174	0,188	0,197	0,198	0,199	0,199	0,200
0,9	0,003	0,004	0,007	0,011	0,018	0,028	0,034	0,041	0,050	0,059	0,069	0,078	0,087	0,094	0,098	0,099	0,099	0,100	0,100
1,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

$\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$ -Wellen

Übergangsformen

\sqrt{gh} -Wellen

Tabelle 5
Werte für $\frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} = \tanh k(h - \zeta)$ nach Argumenten von $\frac{h}{L}$ und $\frac{\zeta}{h}$

ζ/h	h/L																		
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,996	0,993	0,987	0,976	0,955	0,917	0,850	0,736	0,557	0,304	0,246	0,186	0,125	0,063
0,1	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,993	0,988	0,979	0,963	0,935	0,888	0,811	0,690	0,512	0,275	0,222	0,168	0,113	0,056
0,2	1,000	1,000	0,999	0,998	0,995	0,987	0,979	0,965	0,942	0,907	0,850	0,764	0,638	0,464	0,246	0,198	0,150	0,100	0,050
0,3	1,000	0,999	0,998	0,996	0,990	0,976	0,963	0,942	0,912	0,867	0,800	0,706	0,578	0,413	0,216	0,174	0,131	0,088	0,044
0,4	0,999	0,998	0,995	0,990	0,979	0,955	0,935	0,907	0,867	0,811	0,736	0,638	0,512	0,360	0,186	0,150	0,113	0,075	0,038
0,5	0,996	0,993	0,987	0,976	0,955	0,917	0,888	0,850	0,800	0,736	0,656	0,557	0,439	0,304	0,156	0,125	0,094	0,063	0,031
0,6	0,987	0,979	0,965	0,942	0,907	0,850	0,811	0,764	0,706	0,638	0,557	0,464	0,360	0,246	0,125	0,100	0,075	0,050	0,025
0,7	0,955	0,935	0,907	0,867	0,811	0,736	0,690	0,638	0,578	0,512	0,439	0,360	0,275	0,186	0,094	0,075	0,056	0,038	0,019
0,8	0,850	0,811	0,764	0,706	0,638	0,557	0,512	0,464	0,413	0,360	0,304	0,246	0,186	0,125	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013
0,9	0,557	0,512	0,464	0,413	0,360	0,304	0,275	0,246	0,216	0,186	0,156	0,125	0,094	0,063	0,031	0,025	0,019	0,013	0,006
1,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

$\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$ - Wellen

Übergangsformen

\sqrt{gh} - Wellen

Als Verbindungslinie der Wendepunkte während des Ablaufs der stehenden Welle hat man die Kurve

$$x_W = \frac{1}{k} \left\{ \text{arc cos} \left[\pm \sqrt{k \frac{A(\zeta)}{B(\zeta)} (\zeta - z_W)} \right] \mp \mp \sqrt{k \frac{A(\zeta)}{B(\zeta)} (\zeta - z_W) \left[1 - k \frac{A(\zeta)}{B(\zeta)} (\zeta - z_W) \right]} \right\}, \quad (21)$$

die sich für Trochoidenwellen vereinfacht zu

$$x_W = \frac{1}{k} \{ \text{arc cos} [\pm \sqrt{k (\zeta - z_W)}] \mp \sqrt{k (\zeta - z_W) [1 - k (\zeta - z_W)]} \}. \quad (21a)$$

Den Verlauf für das Beispiel in Abb. 2 zeigt die Abb. 3 für $\zeta = 0$, wobei von den theoretisch möglichen Werten zwischen $z_W = 0$ bis $z_W = -\frac{1}{k} \frac{B(\zeta)}{A(\zeta)}$ nur ein Bruchteil in Betracht kommt, nämlich von $z_W = 0$ bis $z_W = -0,82$ mit $x_W = 4,62$, weil $a = 1$ [m] bei $L = 36$ [m] und $h/L = 0,20$ gewählt worden ist.

Für die in allen Formeln vorkommenden Grundwerte $A(\zeta)$, $B(\zeta)$ sowie deren Quotienten $\frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} = \tanh k(h - \zeta)$ ist in den Tab. 3 bis 5 ein Wertevorrat nach Argumenten von h/L und ζ/h gegeben worden. Auf die Wiedergabe von Tabellen für die Werte der Geschwindigkeit und Beschleunigung der Teilchen ist verzichtet worden, weil auf den Beitrag des Verfassers (1967) zurückgegriffen werden kann.

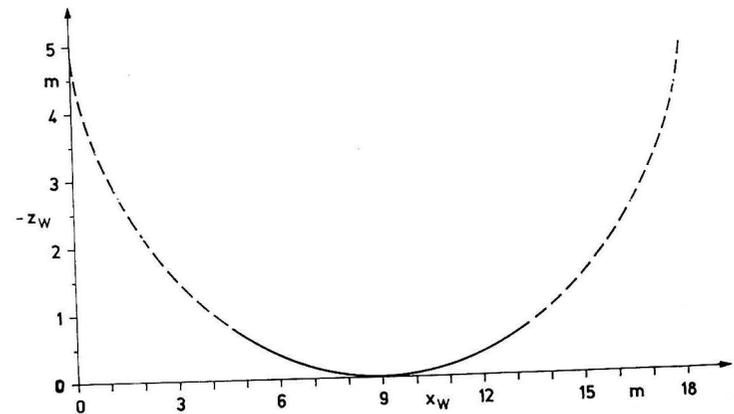


Abb. 3. Wendepunktskurve für $a = 1$ [m], $L = 36$ [m], $h/L = 0,20$ und $\zeta = 0$

Literatur

- [1] LAMB, SIR H., Hydrodynamics, 6th Edition (Reprint), New York 1967.
 [2] SAGER, G., Die charakteristischen Elemente der ebenen Schwerewellen und der SMITH-Effekt bei verschiedenen Wassertiefen. Schiffbautechnik, H. 1, Berlin 1961.
 [3] SAGER, G., Die Übergangsformen von ebenen Schwerewellen. Beiträge zur Meereskunde, H. 21, Berlin 1967.
 [4] WIEGEL, R. L., Oceanographical Engineering, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. 1964.

Abschluß der Arbeit: 4. 4. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. GÜNTHER SAGER,
 Institut für Meereskunde der AdW
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

Ein einfaches Schema der Entwicklung von Kaltwasserauftriebszellen vor der nordwestafrikanischen Küste

VON EBERHARD HAGEN

Zusammenfassung: Analog zu den Anschauungsmodellen von SVERDRUP (1938) und HART und CURRIE (1960) ist für das küstennahe Seegebiet vor Nordwestafrika ein stark vereinfachendes Schema für den Verlauf der Zonalzirkulation in der oberen Schicht entworfen worden. Es können vier Entwicklungsstadien unterschieden werden. Weiter wird die Rolle des durch den horizontalen Dichtegradienten erzeugten — mehr oder weniger küstenparallel verlaufenden — Dichtegradientstroms diskutiert und auf das dadurch bedingte sekundäre Auftriebsgebiet geringer Wirkung im küstenvorgelagerten Bereich hingewiesen.

1. Die Ursachen der Auftriebsprozesse und die dadurch hervorgerufenen Effekte

Unter Auftrieb werden Vertikalbewegungen als Ergebnis des Austausches zwischen oberflächennahem Wasser und tiefergelegenen Horizonten verstanden. Diese Tatsache wird auch mit dem Begriff „upwelling“ bezeichnet, der im wesentlichen auf SVERDRUP zurückgeht. Upwelling tritt vorwiegend entlang der Westküste der Kontinente auf, bei küstenparallelen oder Winden mit kleiner ablandiger Komponente, infolge der windbedingten ungleichen Massenverteilung. Als wirksam werdende Größe ist die an der Meeresoberfläche angreifende Windschubspannung anzusehen (EKMAN, 1923). Ein moderner Überblick über die Theorie der winderzeugten Strömungen ist von ROBINSON (1963) zusammengestellt worden.

Mit der zeitlichen und räumlichen Verlagerung der Passatregionen ist eine Verschiebung der Hauptauftriebsgebiete verbunden. Die Auftriebsintensität steigt in Richtung Äquator an (HIDAKA, 1961).

Im Januar wird der Nord-Ost-Passat bis 3—5 °N wirksam (Lage der ITC) und zieht sich bis Juli auf 20° N zurück. Damit verlagern sich die Gebiete kalten Auftriebswassers meridional, worauf DEFANT (1936) bereits hingewiesen hat. Sie liegen im Sommer der Nordhalbkugel am nördlichsten und im Winter hauptsächlich zwischen Cap Blanc und Cap Vert (WOZNIAK, 1969).

SVERDRUP, JOHNSON, FLEMING (1942) unterstrichen, daß es nach den Untersuchungen der Meteorexpedition (in den dreißiger Jahren mit sechs Profilen senkrecht zur Küste) an genauen diesbezüglichen Untersuchungen fehle. Bis heute hat sich daran noch nicht viel geändert.

Aus den Anomaliekarten der Oberflächentemperaturen von BÖHNECKE (1936) schlossen WOOSTER und REID (zitiert bei SMITH (1969)), daß der Auftrieb über das ganze Jahr auftritt, aber seine größte Intensität im Frühjahr und im Sommer hat.

Die Vertikalgeschwindigkeit liegt in der Größenordnung von 10^{-2} bis 10^{-4} cm sec^{-1} . Dementsprechend langsam verlaufen auch die Änderungen der sich an der Oberfläche befindenden Feldverteilungen wie Temperatur, Salzgehalt, Dichte, Nährstoffe und biologische Größen.

Das Auftriebswasser ist kälter (bis zu 7 grd, DEFANT (1961)) als der ursprünglich vorhandene Wasserkörper, salz- und sauerstoffärmer, aber nährstoffreicher.

Aufgrund dieser Bedingungen sind — bei gleichen atmosphärischen Einstrahlungsraten — in den Gebieten mit Kaltwasserauftrieb bessere Voraussetzungen für eine pflanzliche und tierische Produktion gegeben. Diese Regionen stellen somit ein natürliches Konzentrationsgebiet von Phyto- und Zooplankton dar, das über die Nahrungskette zu einer Anreicherung von Nutzfischen führt. Diesbezügliche Literatur wird von HELA, LAEVASTU (1961) und CUSHING (1969) in ihren Arbeiten über die Wechselwirkung Auftrieb—Fisch gegeben.

2. Einige Bemerkungen zur Auftriebsdynamik

Die sich in einem Auftriebsgebiet abspielenden physikalischen Prozesse tragen — trotz ihrer gesetzmäßig erfolgenden, großmaßstäblichen räumlichen und zeitlichen Verlagerungen — starken stochastischen Charakter, der durch die unregelmäßige Bodentopographie, durch die variierende Küstenkonfiguration, durch die Pulsationen im Feld der Windschubspannung sowie durch die Schwankungen im Stromfeld, die der Kanarenstrom mit sich bringt, hervorgerufen wird.

Aus diesem komplexen System lassen sich mit Hilfe von ozeanologischem Beobachtungsmaterial einige prinzipielle Tatsachen zusammenstellen:

1. Das Gebiet kalten Auftriebswassers ist durch eine einseitige Divergenzzone (in Richtung Meer) abgegrenzt (DEFANT, 1936).
2. Im Bereich des stärksten horizontalen Dichtegradienten bildet sich ein Dichtegradientstrom heraus, der auf die Zonalkomponente der Strömung wie eine Barriere wirkt (SVERDRUP, 1938).
3. Die Dichtesprungschicht unterbindet stark den vertikalen Austausch und steigt zur Küste an. Sie ist in Auftriebsgebieten schwach oder gar nicht ausgebildet.
4. Die Auflösung der Dichtesprungschicht in diesen Gebieten erfolgt unter anderem durch Abschwächung der Stabilität infolge interner Wellen (DEFANT, 1952).
5. Die Herkunftstiefe des an die Oberfläche gehobenen Wassers liegt allgemein bei 200 bis 500 Metern (DEFANT, 1951; STANDER, 1964).

Theoretische Arbeiten auf dem Gebiet des küstennahen Auftriebes führten zum Teil zu zahlreichen nicht vergleichbaren Rechnungen, die den speziellen Beobachtungen, denen sie zugrunde lagen, genügten. Wie SMITH (1969) darlegte, handelt es sich hier um ein Nebeneinander und nicht um eine kontinuierliche Entwicklung.

Stellvertretend für viele andere Arbeiten seien einige wenige an dieser Stelle genannt, so HIDAKA (1954, 1955, 1961), SAITO (1956), YOSHIDA (1955, 1967), TOMCZAK JR. (1970a), HSUEH, O'BRIEN (1971), GARVINE (1971).

Es ist sicher, daß durch derartige Arbeiten der Grundstein zu einer neuen Qualität der Erkenntnisse bezüglich der inneren Zusammenhänge küstennaher Auftriebsprozesse gelegt wird.

Das im folgenden dargelegte einfache Schema der zonalen Stromkomponente für die Deckschicht küstennaher Gewässer vor Nordwestafrika steht nicht im Widerspruch mit den theoretischen Ergebnissen von GARVINE und HSUEH und O'BRIEN, sondern harmoniert mit ihnen.

An dieser Stelle sei von vornherein betont, daß TOMCZAK JR. (1970a) in seiner theoretischen Arbeit überzeugend nachgewiesen hat, daß aus dem Verlauf der Isopyknen kein exakter Schluß auf den Verlauf der Stromlinien zulässig ist. Dennoch sei hier — im Zusammenhang mit ozeanologischen Serienbeobachtungen und Strömungsmessungen — im Bewußtsein obiger Tatsache ein Versuch zur Aufstellung einer heuristischen Modellvorstellung gewagt. Es hat sich gezeigt, daß man in der Ozeanologie auf diese Art und Weise zu durchaus plausiblen Erkenntnissen gelangt ist.

3. Ein mögliches Entwicklungsschema der küstennahen Auftriebszellen

Im Rahmen der ozeanologischen Untersuchungen zum Produktionspotential in Gebieten des küstennahen Auftriebes sind in den Jahren 1970 und 1971 mit dem DDR-Forschungsschiff „Alexander von Humboldt“ küstensenkrechte Profile mit Standardpositionen gefahren worden, deren Ergebnisse dazu veranlaßten, ein Schema für die zonale Stromkomponente zu entwerfen, das bis zu ungefähr 200 m Tiefe gültig scheint. Trotz der schnellen räumlichen und zeitlichen Variationen, wie sie durch Dauerstationsbeobachtungen von SCHEMAINDA (1971) eindrucksvoll belegt sind, soll das stark vereinfachte Schema helfen, den Einblick in die physikalische Seite derartiger Vorgänge zu runden, ähnlich der Anschauungsmodelle von SVERDRUP (1938) für den kalifornischen Bereich und HART und CURRIE (1960) für das Gebiet des Benguelastromes.

Im Untersuchungsgebiet verläuft die Küste nahezu in Nord-Südrichtung. Aufgrund der hier anzutreffenden hohen Werte der Globalstrahlungssummen ist bei nur schwachem Windeinfluß immer die Herausbildung einer isothermen, salzreichen und nährstoffarmen Deckschicht von einigen Dekametern Mächtigkeit gewährleistet, die durch eine Schicht hoher vertikaler Parametergradienten von dem tieferen, kühleren, salzärmeren und nährstoffreicheren Wasser abgegrenzt wird.

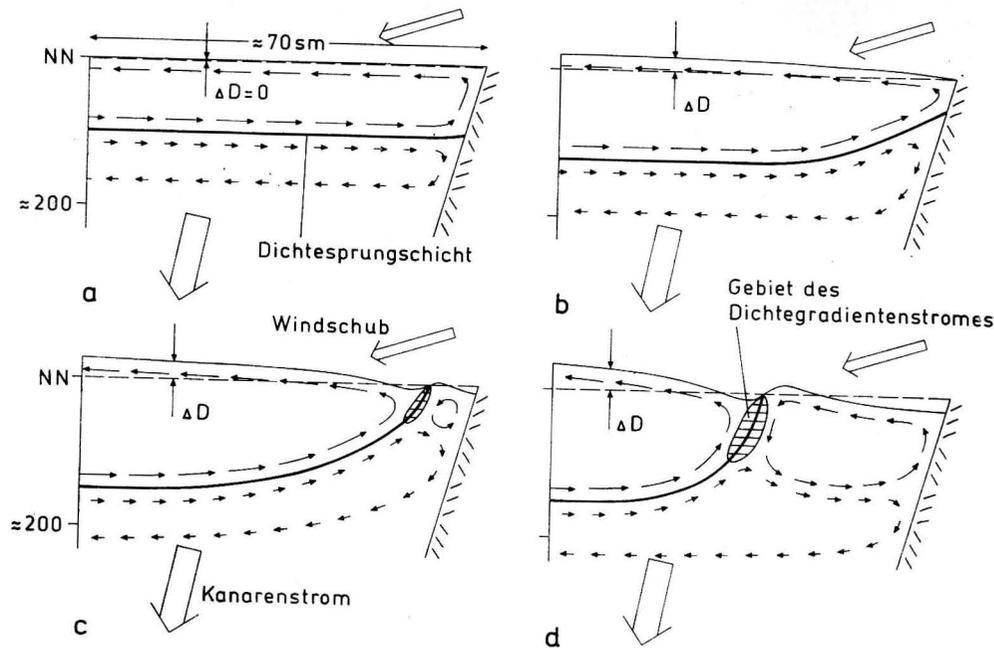


Abb. 1. Ein einfaches Schema zur Entwicklung von Kaltwasserauftriebszellen vor der nordwest-afrikanischen Küste

Es lassen sich prinzipiell vier Entwicklungsstadien für ein „upwelling“ unterscheiden, die in Abb. 1a–d dargestellt sind.

Im ersten Falle (Abb. 1a) verläuft die Dichtesprungschicht horizontal. Das reale Meeresspiegelniveau weicht kaum von der Horizontalen ab. Bei Einsetzen beständiger Winde mit küstenparalleler oder leicht ablandiger Komponente erfolgt in der oberflächennahen und bodennahen Schicht ein ablandiger Massentransport, der nach HIDAHA (1954) bei einem Winkel von 21,5 Grad zwischen Windrichtung und Küste sein Maximum erlangt. Der Aufbau des Wasserkörpers wird zunehmend baroklin. Ober- und unterhalb der Dichtesprungschicht findet im intermediären Bereich der aus Kontinuitätsgründen bedingte auflandige Wassertransport statt. Die obere Zirkulation wird durch den Windschub aufrechterhalten und ist in ihrer Intensität größer als die untere Zirkulation.

Durch die vom Wind erzwungene Massenanhäufung im küstenvorgelagerten Seegebiet (gekennzeichnet durch die positive Anomalie dynamischer Tiefe ΔD) senkt sich die Dichtesprungschicht (Konvergenzgebiet) und steigt zur Küste an (Divergenzgebiet). Das physikalische Meeresspiegelniveau verhält sich hierzu invers. Dieses Übergangsstadium ist in Abb. 1b skizziert.

In der weiteren Entwicklung erfolgt in Küstennähe ein derart starkes „Anheben“ der Dichtesprungschicht, daß die Isopyknen vor der Küste die Ober-

fläche erreichen (Gebiet mit negativer dynamischer Anomalie). Die Folge ist ein immer stärker werdender horizontaler Dichtegradient, der bei hinreichend großen Beträgen einen küstenparallelen Dichtegradientenstrom bedingt, der selbst wieder wie eine „Barriere“ wirkt.

Im unmittelbaren Küstengebiet entsteht eine dritte „Zirkulationszelle“, wie sie in der Abb. 1c eingezeichnet ist. Hält diese Entwicklung an, verschiebt sich die Lage dieses Dichtegradientenstromes in Richtung See (Abb. 1d). Er gewinnt Einfluß auf tiefer gelegene Wasserschichten und ist unter einem kleinen Winkel, ähnlich der entstehenden Grenzfläche, geneigt in Richtung Küste. Das in Richtung Meer verdriftete Wasser wird an dieser „Barriere“ gezwungen, abzusinken und führt in diesem Bereich in der Tiefe zu leichten intermediären Instabilitäten. Auf der seewärts gelegenen Seite dieses Gebietes wird das Wasser, das oberhalb der Dichtesprungschicht auflandig transportiert wird, zum Aufsteigen veranlaßt. Es bildet sich ein Gebiet „sekundären“ Kaltwasserauftriebs heraus, das sich durch geringere Intensität und ausbleibende Nährstoffanreicherung kennzeichnet. Das unterhalb der Sprungschicht auflandig bewegte Wasser gelangt im eigentlichen küstennahen Kaltwasserauftriebsgebiet zwischen „Barriere“ und Küste an die Oberfläche. In dem Bereich ist die Existenz der in Abb. 1a genannten unteren Zirkulation in dem Sinne aus dynamischen Gründen nicht mehr notwendig, da hier der auflandige Massentransport den ganzen unteren Bereich einnimmt, falls der oberflächennahe ablandige Transport ungehindert anhält.

Das Gebiet des Dichtegradientenstromes ist räumlich und zeitlich sehr variabel und entspricht der bekannten einseitigen Divergenzzone.

Im Falle einer Anstausituation, d. h., wenn der Wind einen oberflächennahen Transport in Richtung Küste bewirkt, sind die in Abb. 1a–d dargestellten Verhältnisse spiegelbildlich gültig.

Die oben genannten vier Entwicklungsstufen werden im ständigen Auf- und Abbau begriffen sein. Daher wird es schwer sein, sie in der geforderten Klarheit in der Natur anzutreffen. Sie gestatten jedoch im größeren Maßstab eine gute Interpretation der vorliegenden küstensenkrechten Profile.

4. Das Schema und sein Vergleich mit Meßergebnissen

Mit der eingangs erwähnten meridionalen Verschiebung des Passatwindsystems erfolgt vom Herbst zum Winter eine Verlagerung der Hauptauftriebsgebiete von Norden nach Süden. Demzufolge ist eine räumlich-zeitliche Entwicklung, ausgehend von Cap Blanc bis Cap Vert, für den Herbst in umgekehrter Reihenfolge wie die in Abb. 1a–d gewählte zu erwarten. Das wird gut in nachstehenden küstensenkrechten Profilen bestätigt.

Der vom 3. bis 4. 10. 1971 durchgeführte Vertikalschnitt vor Cap Blanc (Abb. 2) entspricht demnach dem Fall in Abb. 1d.

Die Verteilung von Temperatur und Dichte an der Oberfläche lassen erkennen, daß zwischen den Stationen 140 und 141 das Gebiet des größten horizontalen

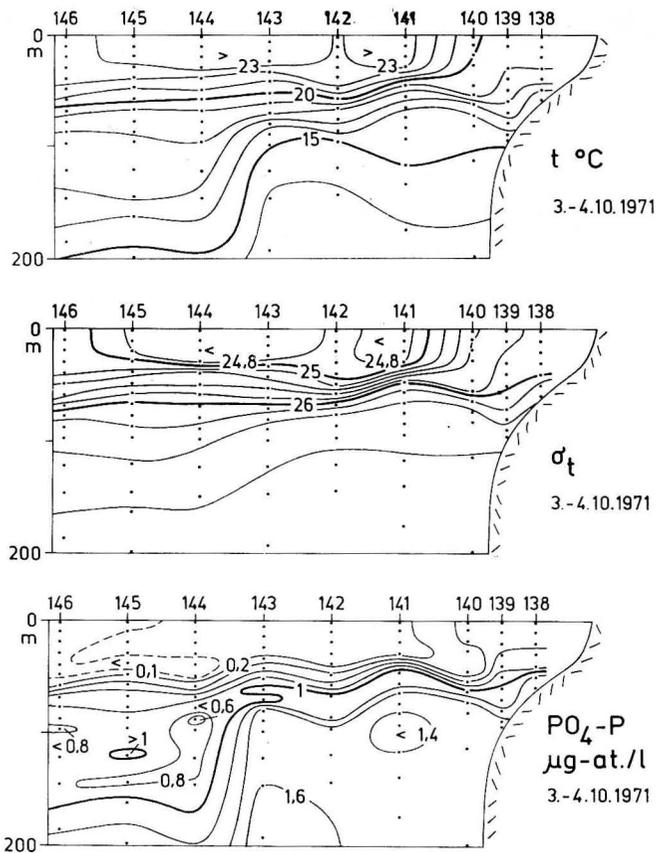


Abb. 2. Vertikale Verteilung von Temperatur, Dichte und Phosphat vor Cap Blanc

Dichtegradienten liegt, also sehr wahrscheinlich die Region des küstenparallelen Dichtestromes mit einem Tiefenbereich von maximal 50 bis 60 Metern ist. Die Verteilung der ozeanologischen Meßdaten findet bis zu diesen Tiefen damit eine natürliche Erklärung.

Der in Abb. 1 c skizzierte Fall entspricht in den Grundzügen den Beobachtungen, die vom 8. bis 9. 10. 1971 vor Nouakchott gemacht wurden (Abb. 3). Die Zone der einseitigen Oberflächendivergenz liegt hier offenbar recht schwach ausgeprägt zwischen der Station 168 und 169. Sie ist höchstens bis zu einer Tiefe von 20 Metern wirksam. An der Station 168 deutet sich in ungefähr 40 m Tiefe die in Abb. 1 c schematisierte, intermediär aufländig gerichtete „Stromverzweigung“ an (in Abb. 2 liegt sie an der Station 140). Ein „Stromzweig“ verläuft an die Oberfläche, ein anderer im darunterliegenden Niveau in Richtung Küste. Der letztere ist mit einer dafür typischen Senkung der Linien gleicher Dichte verbunden (intermediäre Kon- und Divergenz).

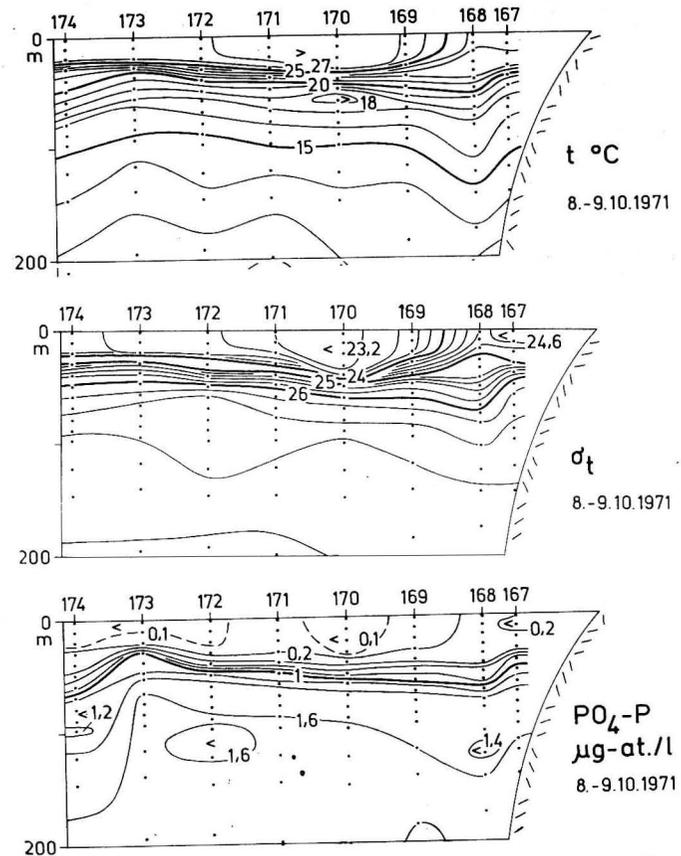


Abb. 3. Vertikale Verteilung von Temperatur, Dichte und Phosphat vor Nouakchott

Der am südlichsten gelegene Schnitt ist mit der Darstellung von Abb. 1 a vergleichbar und wurde vom 11. bis 12. 10. 1971 vor Cap Vert gefahren (Abb. 4). Die in Abb. 1 b angedeuteten Verhältnisse entsprechen einem Übergangsstadium zwischen den Verhältnissen vor Nouakchott und Cap Vert. Die noch weiter südlich durchgeführten Beobachtungen ergaben unter Einwirkung des schmalen äquatorialen Westwindbandes deutliche Merkmale einer Anstausituation im Sinne DEFANT's (1951). Aus dem Grunde werden sie an dieser Stelle unberücksichtigt bleiben.

Das oben vorgestellte Schema wird durch die Werte der auf die 500 dbar Fläche bezogenen dynamischen Topographie für das Seegebiet vor Cap Blanc von SCHEMAINDA (1972) gut bestätigt (Abb. 5). Im Bereich des abwärts gedrückten Wassers vor der „Barriere“ ist ein kleiner Anstau an der Oberfläche festzustellen, wie es die etwas größeren Abweichungen innerhalb der Topographien bestätigen. Auf der dem Meer zugewandten Seite dieses wie eine Barriere wir-

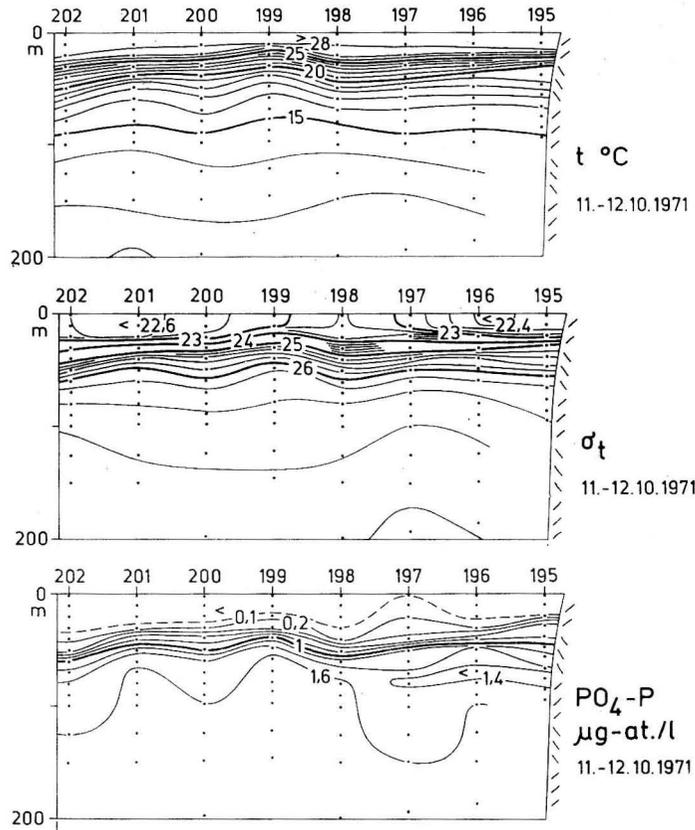


Abb. 4. Vertikale Verteilung von Temperatur, Dichte und Phosphat vor Cap Vert

kenden Gebietes des Dichtegradientstromes (Divergenzzone) ist eine sich über das ganze Stationsnetz hinziehende Erniedrigung in den Werten der Topographie (Abb. 5) zu erkennen. Es wird gleichzeitig deutlich, daß dieses Gebiet des küstenvorgelagerten Massendefizits in seiner Oberflächenstruktur fast küstenparallel liegt und zwischen 10 und 30 sm breit ist. In Abb. 6 sind als Beispiel die Fangpositionen des Fischereischiffes „Peter Nell“ eingetragen. Zu dieser Zeit „stand“ der Fisch also in dem Gebiet zwischen Küste und „Barriere“, im Bereich des küstennahen Kaltwasserauftriebs.

Aus den Ergebnissen der vom 30. 10 bis 8. 11. auf der Position $20^{\circ}55' N$ und $17^{\circ}25' W$ erfolgten Strömungsmessungen sei hier als Beispiel in Abb. 7 eine Periode vom 30. 10. 22 Uhr bis 4. 11. 00 Uhr herausgegriffen.

In der Ostkomponente wird im intermediären Bereich ein aufländiger Massentransport deutlich, so wie es im Schema Abb. 1 skizziert worden ist. Für die Ergebnisse der Strömungsmessungen der „Meteor“-Expedition konnte TOMCZAK JR. (1970b) ähnliche Verhältnisse nachweisen.

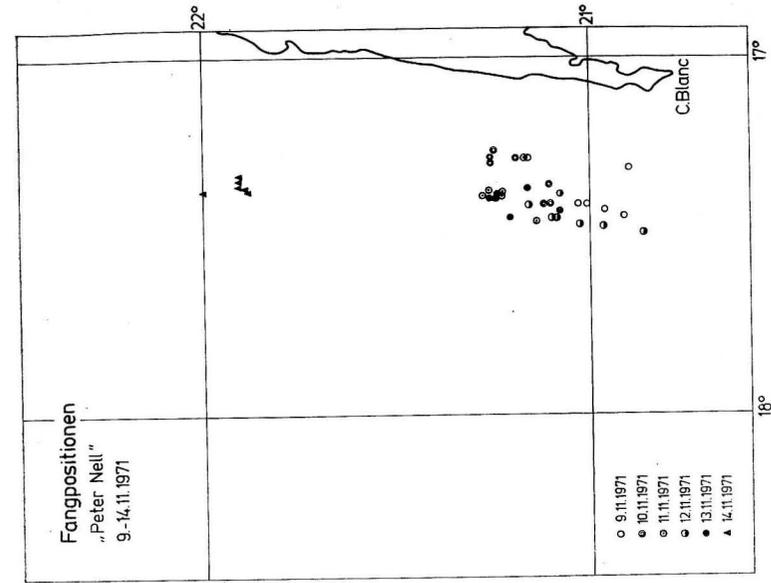


Abb. 6. Fangpositionen des Fischereischiffes „Peter Nell“ im Gebiet des kalten Auftriebswassers

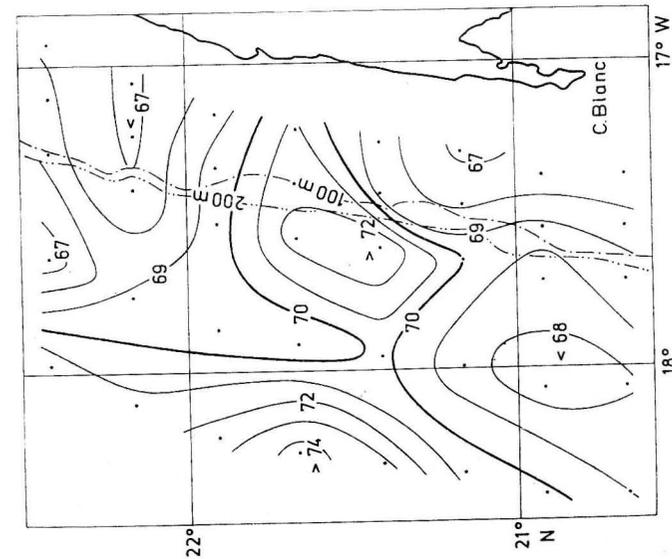


Abb. 5. Dynamische Topographie, bezogen auf das 500 dbar Niveau vom 9. 11. bis 14. 11. 1971 in dyn cm

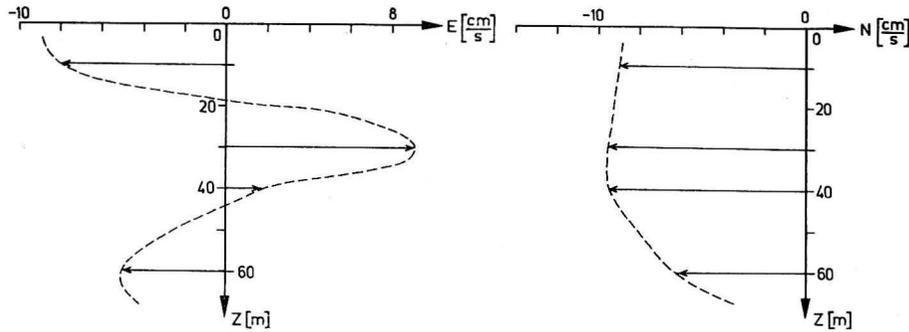


Abb. 7. Vertikales Geschwindigkeitsprofil der horizontalen Stromkomponenten auf der Position $20^{\circ}55'N$ und $17^{\circ}25'W$ bei einer Lottiefe von 65 m vom 30. 10. 22 Uhr bis 4. 11. 00 Uhr

Weitere, oft erstaunlich gut in das vorgestellte Schema passende Vertikalprofile von Serienbeobachtungen (SCHEMAINDA, 1971; WOJZNIAK, 1969; JONES, 1972) und horizontale Feldverteilungen (SCHEMAINDA, 1972) sowie Darstellungen berechneter horizontaler Stromkomponenten von KIRICHEK (1971) liefern eine erste Rechtfertigung für das dargelegte Schema. Diese angedeuteten Querkirkulationen sind dem südwärts setzenden Kanarenstrom überlagert und erzeugen — wie schon angedeutet — kleine Instabilitäten in der Schichtung. NEUMANN (1948) schloß eben aus diesen Tatsachen auf derartige Konvektionszellen, die mit den aufgezeigten Zirkulationsschemata vergleichbar sind.

Ein genauerer Einblick in die sich in Auftriebsgebieten zeitlich abspielenden physikalischen Prozesse mit stochastischem Charakter wird nur über ein möglichst langes Dauerstationsprogramm mit Messungen in mehreren Horizonten erreichbar sein.

Literatur

- CUSHING, D. H., Upwelling and fish production. FAO Fisheries Technical Paper No. 84 (1969).
- DEFANT, A., Das Kaltwasserauftriebsgebiet vor der Küste Südwestafrikas. Länderkundliche Studien (Festschrift W. Krebs), Stuttgart, S. 52—66 (1936).
- DEFANT, A., Windstau und Auftrieb an ozeanischen Küsten. Arch. Met., Geo., Bio., Ser. A, 4 (1951).
- DEFANT, A., Über interne Wellen, besonders solche mit Gezeitencharakter. Dtsch. Hydr. Zeitschr. 5 (1952), H. 5/6.
- DEFANT, A., Upwelling phenomena. Physical Oceanography, Pergamon Press Ox. Lnd. N. York, Paris (1961).
- EKMAN, W., Über Horizontalzirkulation bei winderzeugten Meeresströmungen. Arkiv för Mathematik, Astronomi och Physik 17 (1923), 26, S. 74, Stockholm, Berlin, London, Paris.
- GARVINE, R. W., A simple Model of coastal upwelling Dynamics. Journ. of phys. Oceanography 1 (1971), 3, S. 169—179.
- HART, T. J. und CURRIE, R. J., The Benguela current. Discovery Rep. 31 (1960), S. 123—298.

- HELA, I. und LAEVASTU, T., Influence of the upwelling of the oxygen minimum layer on the distribution of fish and mass mortalities. Fisheries Hydrography, Fishing News (Books) Ltd, 110 Fleet St London EC 4, S. 55—58 (1961).
- HIDAKA, K., A contribution to the theory of upwelling and coastal currents. Trans. Amer. Geophys. Union 35 (1954), S. 431—444.
- HIDAKA, K., Divergence of surface drift currents in terms of wind stresses, with special application to the location of upwelling and sinking. Jap. J. Geophys. 1 (1955), No. 2.
- HIDAKA, K., Calculation of upwelling. Rec. oceanogr. Wks. Japan 6 (1961), 1, S. 11—15.
- HSUEH, Y. und O'BRIEN, J. J., Steady coastal upwelling induced by an Along-Shore Current. Journ. of phys. Oceanography 1 (1971), 3, S. 180—186.
- JONES, P. G. W., The variability of oceanographic observations off the coast of north-west Africa. Deep-Sea Res. 19 (1972), 6, S. 405—431.
- KIRICHEK, A. D., Water Circulation in the North-Eastern Part of the Tropical Atlantic. Int. Council f. the Expl. of the Sea Hydrography Committee, C: 7 (1971).
- NEUMANN, G., Über den Tangentialdruck des Windes und die Rauigkeit der Meeresoberfläche. Z. Meteor. 2 (1948).
- ROBINSON, A. R., On the Wind-Driven Ocean Circulation, Blaisdell Press New York (1963).
- SAITO, Y., Theory of the transient state concerning upwelling and coastal current. Trans. Amer. Geophys. Union 37 (1956), S. 38—42.
- SCHEMAINDA, R., Ozeanologische Untersuchungen zum Produktionspotential des nördlichen Zentralatlantiks im Jahre 1970 (1971, unveröffentlicht).
- SCHEMAINDA, R., Weitere ozeanologische Untersuchungen zum Produktionspotential des nördlichen Zentralatlantiks auf der 3. atlantischen Expedition mit dem FS „Alexander von Humboldt“ vom 16. 9.—17. 12. 71 (1972, unveröffentlicht).
- SMITH, R. L., Upwelling. Oceanogr. mar. Biol. 6 (1968), No. 11.
- STANDER, G. H., The Benguela Current of South-West Africa. Investl. Rep. mar. Res. Lab. S.-W. Afr. 12 (1964).
- SVERDRUP, H. U., On the process of upwelling. Journ. Mar. Res. 1 (1938), No. 11.
- SVERDRUP, H. U., JOHNSON, M. W. und FLEMING, R. H., The Oceans, Prentice Hall, New York (1942).
- TOMCZAK JR., M., Eine lineare Theorie des stationären Auftriebes im stetig geschichteten Meer. Dtsch. Hydr. Zeitschr., H. 5, S. 193—214 (1970a).
- TOMCZAK JR., M., Schwankung von Schichtung und Strömung im westafrikanischen Auftriebsgebiet während der „Deutschen Nordatlantischen Expedition“ 1937. „Meteor“-Forschungsergebnisse, Reihe A, No. 7, S. 1—110 (1970b).
- WOJZNIAK, St., Significance of upwelling for fisheries in the region of North-West Africa. Morskiego Instytutu Rybackiego, Ser. A, Oceanografia i Biologia Rybacka, Gdańsk 15 (1969), 7—32.
- YOSHIDA, K., Coastal upwelling of the California coast. Rec. Oceanogr. Wks. Japan 2 (1955), S. 8—20.
- YOSHIDA, K., Circulation in the eastern tropical oceans with special references to upwelling and undercurrents. Jap. J. Geophys. 4 (1967), 2, S. 1—75.

Anschrift des Verfassers:

Dipl. Met. EBERHARD HAGEN,
Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

Einige Ergebnisse der 1971 im Kaltwasserauftriebsgebiet vor Cap Blanc durchgeführten Strömungsmessungen

Von EBERHARD HAGEN

Zusammenfassung: In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse der im Jahre 1971 auf einer Dauerstation vor Cap Blanc durchgeführten Strömungsmessungen dargelegt. Nach ausführlicher Darstellung der Meßdatenerfassung, der Auswert- und Bearbeitungsmethoden (Berechnung der empirischen Autokovarianzfunktion und der Energiespektren) werden die Ergebnisse diskutiert und entsprechende Schlußfolgerungen für weitere Bojenmeßprogramme gezogen.

1. Die Meßdatenerfassung

Im Rahmen des Untersuchungsprogramms zur näheren Erkundung der Wasserauftriebsvorgänge vor der Küste Nordwestafrikas sind auf $20^{\circ}55'N$ und $17^{\circ}25'W$ im Verlaufe zweier hydrographischer Dauerstationen vom 31. 5. bis 10. 6. mit Strömungsmessern des Typs LSK-801/1 des Instituts für Meereskunde — Warnemünde — in 10, 40 und 50 m und vom 30. 10. bis 8. 11. mit Geräten des Typs „Alexejew“ — BPV — 2 in den Horizonten 10, 30, 40, 60 m Messungen der Strömungsrichtung und -geschwindigkeit vorgenommen worden.

Die Messungen erfolgten vom verankertem DDR-Forschungsschiff „Alexander von Humboldt“.

Vom 5. 11 bis 8. 11. gelangten die Strömungsmesser von einer Boje aus in den Einsatz. Der Schwimmkörper stand in 5 m Wassertiefe etwa 200 m vom Schiff entfernt. Die Lottiefe beträgt auf dieser Position 65 m.

2. Die Auswert- und Bearbeitungsmethoden

Die Strömungswerte wurden in ihre Nord- und Ostkomponenten zerlegt und anschließend stündlich gemittelt. Bei den Ergebnissen vom 31. 5. bis 10. 6. sind die Stundenmittelwerte siebenstündig übergreifend gemittelt worden, um den Einfluß der Schiffsbewegung auf die Meßergebnisse zu vermindern. Die Stundenmittelwerte wurden schrittweise aufaddiert. Aus den zeitlich zusammengehörigen Wertepaaren sind die Trajektorien konstruiert worden.

Die aus jeweils N äquidistanten Meßwerten bestehenden Meßreihen konnten

wegen ihres einstündigen Meßpunktabstandes Perioden unter 2 h nicht mehr erfassen, da die NYQUIST-Frequenz $f_N = 1/2 \text{ h}^{-1}$ ist.

Die empirisch ermittelte Autokovarianzfunktion $C(f)$ konnte nur in diskreten Verschiebungsschritten ($\tau = r \cdot 1$ mit $r = 0, 1, 2, \dots, m$) berechnet werden. Da die Zeitdifferenz zwischen den Meßpunkten stets eine Stunde beträgt, ist $\tau \equiv r$. Es ist $m \leq N/5$ gewählt worden.

Die Berechnung des Energiespektrums erfolgte unter Verwendung des WIENER-CHINTSCHIN Theorems aus der Autokovarianzfunktion der Form

$$C(r) = \frac{1}{N - r - 1} \sum_{j=1}^{N-r} (x_j \cdot x_{j+r}) - (\bar{x})^2, \quad (1)$$

die für genügend große N hinreichend exakt ist, mit der Normierung

$$K(r) = \frac{C(r)}{C(0)}, \quad (2)$$

worin $C(0)$ die Dispersion des Prozesses ist und damit ein Maß für die Gesamtenergie darstellt.

Die empirischen Energiespektren konnten wegen der schon erwähnten Tatsache ebenfalls nur für diskrete Frequenzen

$$f_q = \frac{q}{m} f_N \quad \text{mit} \quad q = 0, 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

und die Grundfrequenz $f_1 = f_N/m$ ermittelt werden. Wegen der durch (2) erfolgten Normierung liefert das erhaltene Spektrum für jede k -te Harmonische der Grundfrequenz f_1 den ihr am Gesamtprozeß zufallenden Energieanteil. Mit Hilfe der FOURIER-Summentransformation gilt für die relative (auf $C(0)$ bezogene) Energie auf der q -ten Frequenz

$$V(f_q) = \frac{1}{m} \left[1 + (-1)^q K(m) + 2 \sum_{r=1}^{m-1} K(r) \cos \left(\pi q \frac{r}{m} \right) \right]. \quad (4)$$

Das durch (4) beschriebene ungeglättete Spektrum der relativen Energie ist anschließend mit dem HANNING-Fenster geglättet worden (BLACKMAN und TUKEY, 1958).

Die Glättung (Index l) erfolgte mit

$$\begin{aligned} V_l(f_q) &= \frac{1}{2} V(f_q) + \frac{1}{4} [V(f_{q-1}) + V(f_{q+1})] \\ V_l(0) &= \frac{1}{2} [V(0) + V(f_1)] \\ V_l(m) &= \frac{1}{2} [V(f_{m-1}) + V(f_m)] \end{aligned} \quad (5)$$

nach TAUBENHEIM (1969).

3. Die Trajektorien

In der Tab. 1 sind die Mittelwerte der einzelnen Komponenten für die drei vorliegenden Meßreihen angegeben sowie die dazugehörigen mittleren quadratischen Abweichungen. Es wird deutlich, daß der Strom am Beobachtungsort hauptsächlich in südwestliche Richtungen setzt.

Tabelle 1

Die Momente 1. (\bar{x}) und 2. Ordnung (σ^2) in den Meßreihen der Strömungsmessungen 1971 [cm/sec], [cm/sec]²

cm sec ⁻¹ (cm sec ⁻¹) ²	31. 5. - 10. 6.		30. 10. - 4. 11.		5. 11. - 8. 11.	
	N	E	N	E	N	E
10 m \bar{x}	-32,59	-39,71	-9,96	-9,34	-12,46	-18,06
σ^2	546,84	322,99	85,40	261,36	142,33	171,73
30 m \bar{x}	-	-	-10,62	+0,78	-3,75	-12,91
σ^2	-	-	70,28	171,46	104,36	79,69
40 m \bar{x}	-10,08	-49,47	-10,12	+0,27	-2,92	-9,79
σ^2	1880,44	348,83	93,11	146,04	116,01	124,88
50 m \bar{x}	-40,02	-25,48	-	-	-	-
σ^2	809,14	590,58	-	-	-	-
60 m \bar{x}	-	-	-6,62	-3,69	-6,28	-4,31
σ^2	-	-	79,05	136,81	118,18	186,40

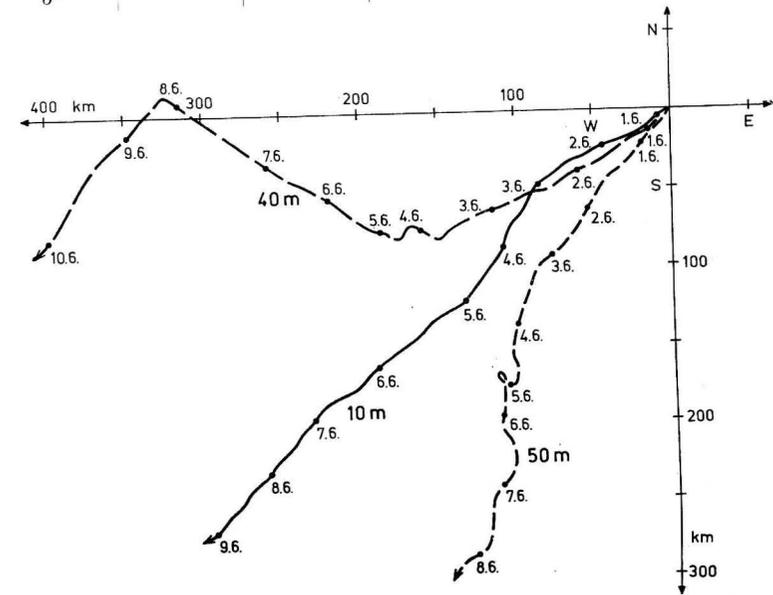


Abb. 1. Die Trajektorien der Strommessung vom 31. 5. bis 10. 6. in drei Horizonten
9 Meereskunde, H. 33

Die Stromgeschwindigkeit ist sehr stark abhängig vom bestehenden Feld der Windschubspannung. Sie ist für die Meßreihe vom 31. 5. bis 10. 6. bei Winden um 12 m/sec aus N oder NE (Abb. 1) am größten und vom 30. 10. bis 4. 11. sowie 5. 11. bis 8. 11. wesentlich geringer bei Winden aus gleicher Richtung und Windgeschwindigkeiten um 6 m/sec (Abb. 2/3).

Der Strom dreht bei Vorhandensein einer gut entwickelten Winddriftströmung gemäß der EKMAN'schen Theorie von 10 m mit zunehmender Tiefe bis 40 m nach rechts (Abb. 1) und dann unter Einwirkung der Bodenreibung nach links. Im Falle einer fehlenden Winddrift setzt der Strom an der Oberfläche und am Boden nach SW, im intermediären Bereich hingegen nach S und zu Beginn der Meßreihen kurzfristig auflandig nach E und SE (Abb. 2).

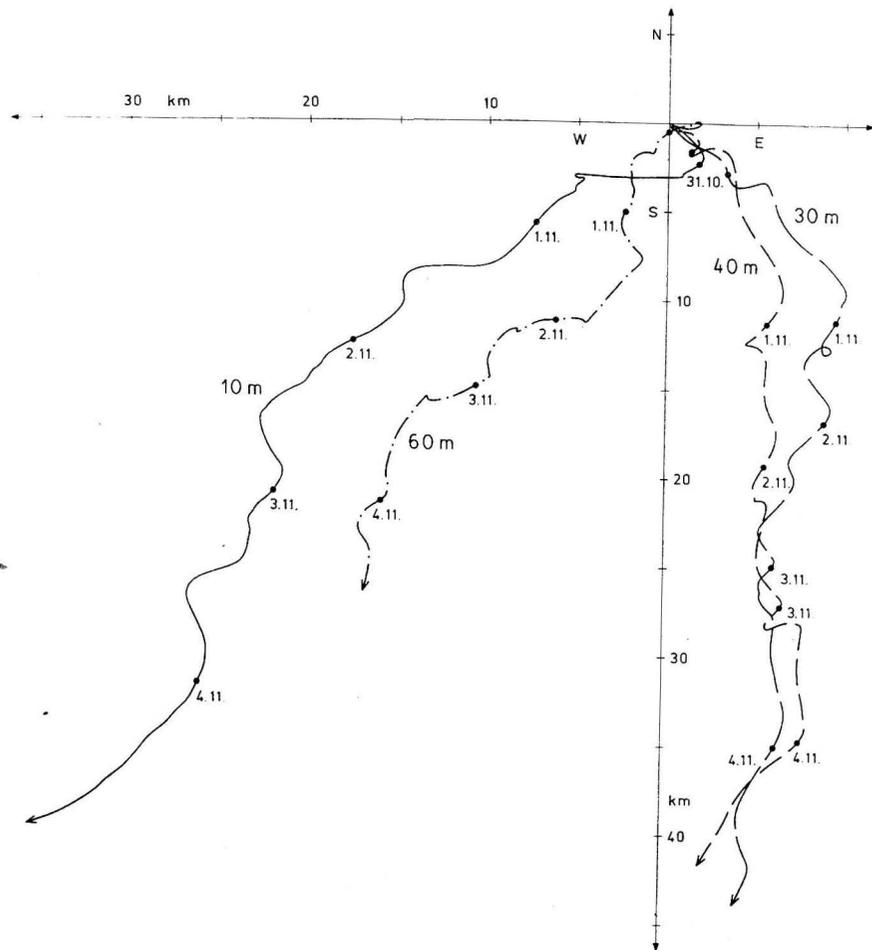


Abb. 2. Die Trajektorien der Strommessung vom 30. 10. bis 4. 11. in vier Horizonten

Der Grund hierfür ist eventuell in der gut herausgebildeten einstrahlungsbedingten Dichtesprungschicht zu suchen, die ihrerseits eine ähnliche Wirkung auf die Strömung ausübt wie die Bodenreibung.

Bei relativ ebenem Untergrund und einer teilweise im Gezeitenrhythmus schwingenden Sprungschicht mit beträchtlicher vertikaler Amplitude, wie sie im zeitlichen Verlauf der Dichte und anderer Parameter bei SCHEMAINDA (1971) deutlich wird, mag die damit verbundene Reibung die Bodenreibung an Wirkung übertreffen. Damit liegt von 40 auf 60 m eine Rechtsdrehung mit der Tiefe vor, invers zum Schritt von 10 auf 30 m.

Zwischen den Horizonten 30 und 40 m treten keine signifikanten Unterschiede auf, da die Stromverhältnisse nahezu gleichen Bedingungen unterworfen sind.

Die Darstellungen in Abb. 3 ähneln denen in Abb. 1. Der Wind frischte zu dieser Zeit auf.

Die in Abb. 2 besonders deutlich werdenden periodischen Unregelmäßigkeiten könnten auf Trägheitseffekte zurückzuführen sein.

Die Trägheitseinflüsse scheinen nach Abb. 2 im Sprungschichtniveau am intensivsten. Die gemessenen Trägheitsperioden würden (nach Abb. 1 bis 3) durchweg kleiner sein als die für den Beobachtungsort berechnete Periode von 33,4 h (Länge eines halben Pendeltages). Das stimmt mit den Ergebnissen von

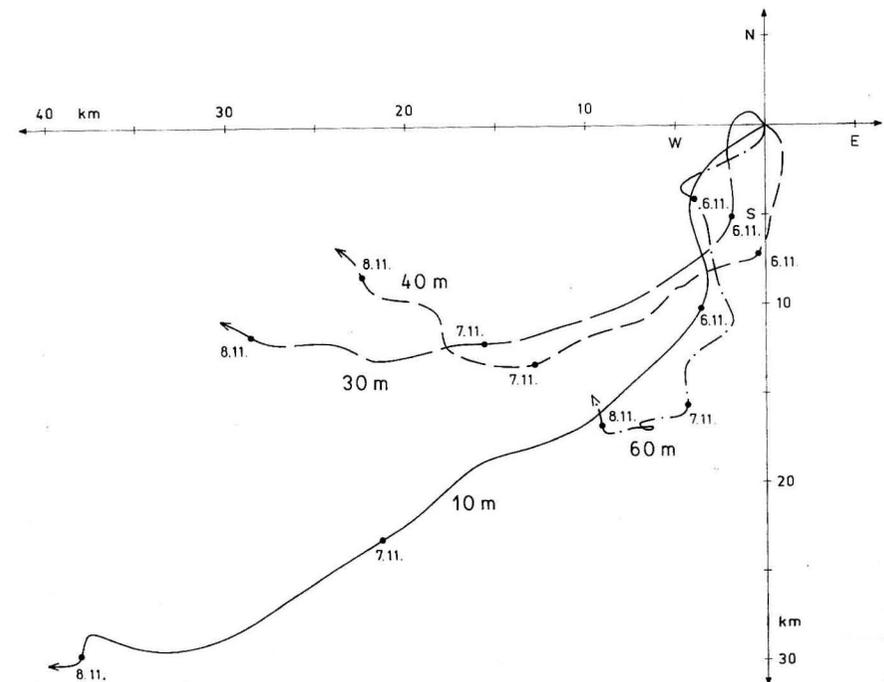


Abb. 3. Die Trajektorien der Strommessung vom 5. 11. bis 8. 11. in vier Horizonten

BRECHOVSKIJ u. a. (1971), die für den offenen Atlantik gewonnen wurden, überein.

4. Die Energiespektren

In den Spektren der relativen Energie (Abb. 4, 5, 6) sind Perioden mit dieser Länge nicht festgestellt worden. Das liegt in den kurzen Beobachtungsreihen und der damit verbundenen unzureichenden spektralen Auflösung hinsichtlich der niederen Frequenzen.

Falls Perioden mit einer Länge um 30 h auftreten sollten, waren sie nach den obigen Überlegungen am ehesten in den längeren Meßreihen deutlich zu erwarten.

In der Meßreihe vom 31. 5. bis 10. 6. (Abb. 4) erfolgte wegen der längeren Beobachtungsdauer zwar eine bessere spektrale Auflösung in diesem interessierenden Bereich, doch es sind keine Frequenzen dieses Bereiches markant. Lediglich in Abb. 4a in 40 m Tiefe erscheint in der Nordkomponente eine signifikante Periode dieser Größenordnung.

Aus den vorliegenden Energiespektren lassen sich folgende verallgemeinernde Fakten ablesen:

1. Auf den Frequenzen $f = 0$ liegen für die Nordkomponenten fast immer höhere Werte vor gegenüber denen der Ostkomponenten bezüglich der Gesamtenergie im „Rauschen“ der einzelnen Komponenten (Trendeinfluß).
2. Die Nordkomponenten liefern in ihrem „Rauschen“ vorwiegend ein „rotes Spektrum“ vom Exponentialtyp. Mit zunehmender Tiefe wechselt der Charakter zum Exponential-Cosinustyp (Verringerung des Trendcharakters).
3. In den Ostkomponenten dominiert ein Spektrum des Exponential-Cosinustyps über alle Tiefen (kaum ein Trend vorhanden).

Wie aus den Abb. 4, 5, 6 (Ausschlagtafel) ersichtlich ist, liegt in den meisten Fällen die halbtägige Gezeitenperiode M_2 am energiereichsten vor.

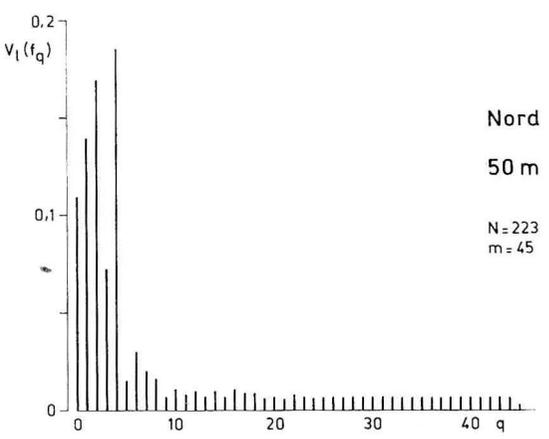
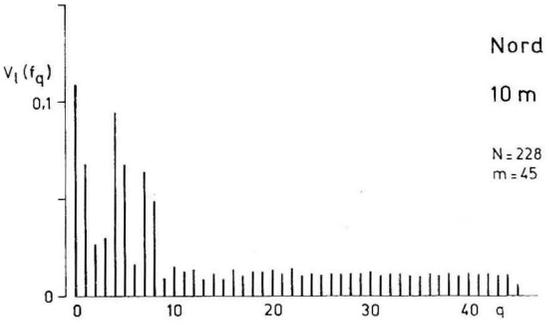
In der Ostkomponente ist sie in allen Horizonten stärker ausgeprägt als in der Nordkomponente. Mit wachsender Tiefe wird die M_2 auch hier energiereicher.

Aus Abb. 4b ist zu sehen, daß der Einfluß der ganztägigen Gezeit M_1 mit der Tiefe zunimmt. Im 50 m-Niveau ist sie die hervorstechendste Periode.

Außer den gezeitenbedingten Perioden deutet sich in Abb. 5a, b eine Periode um 2 h an. Da sie in beiden Komponenten gleichermaßen zu finden ist und es sich hierbei um Schiffsmessungen handelt, die nicht mit Tiefpaßfilter behandelt worden sind, wird ihre Ursache in der Schiffsbewegung gesehen.

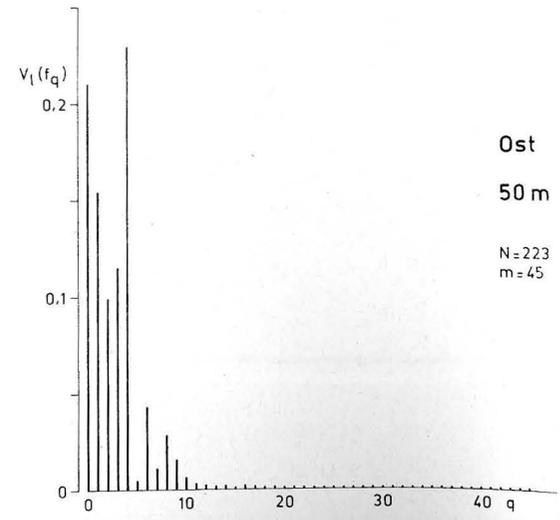
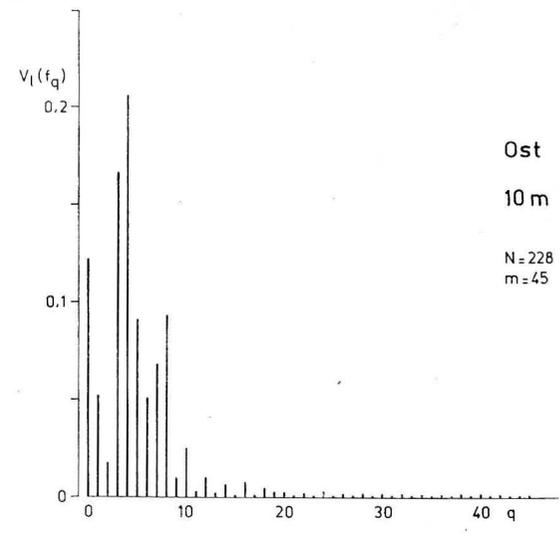
In der Abb. 6a zeichnet sich ferner für die Nordkomponente eine Periode um 4 bis 5 Stunden ab.

Interessant erscheint in diesem Zusammenhang, daß in dieser Abbildung für 60 m Tiefe ein „farbiges Rauschen“ vom Glockenkurven-Cosinustyp vorzuliegen scheint.



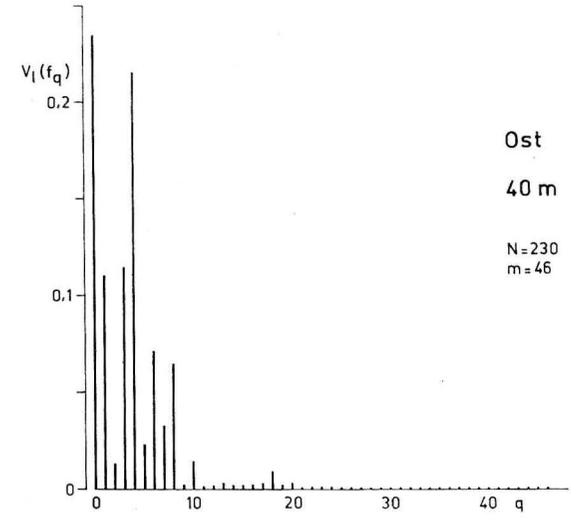
q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
T(h)	90.0	45.0	30.0	22.5	18.0	15.0	12.9	11.3	10.0	9.0	8.2	...

4a (2)



q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
T(h)	90.0	45.0	30.0	22.5	18.0	15.0	12.9	11.3	10.0	9.0	8.2	...

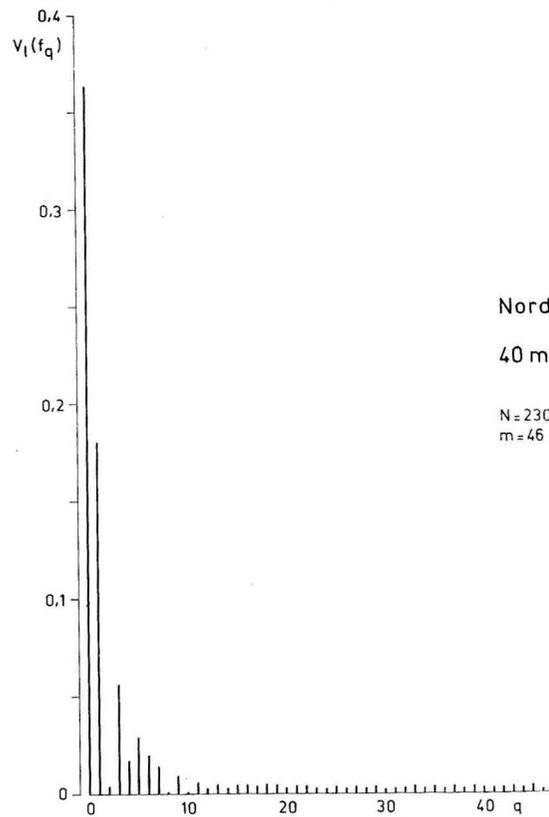
4b (1)



q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	18	...
T(h)	92.0	46.0	30.7	23.0	18.4	15.3	13.1	11.5	10.2	9.2	8.4	...	5.1

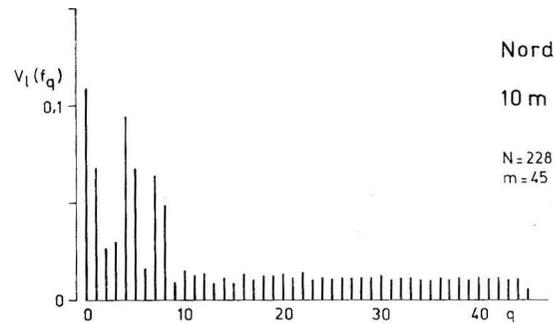
4b (2)

Abb. 4a, b. Die Spektren der relativen Energie $V_I(f_q)$ in den Komponenten der Meßreihe vom 31. 5. bis 10. 6.

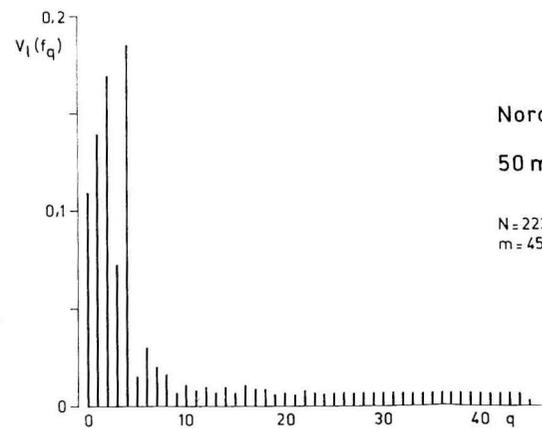


q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	18
T[h]	92.0	46.0	30.7	23.0	18.4	15.3	13.1	11.5	10.2	9.2	8.4	5.1

4a (1)



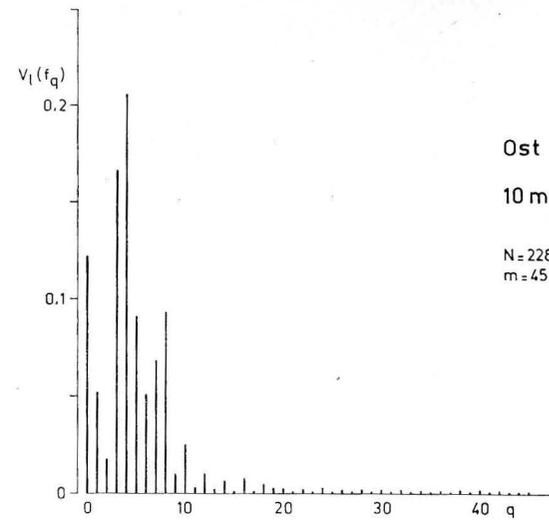
Nord
10 m
N = 228
m = 45



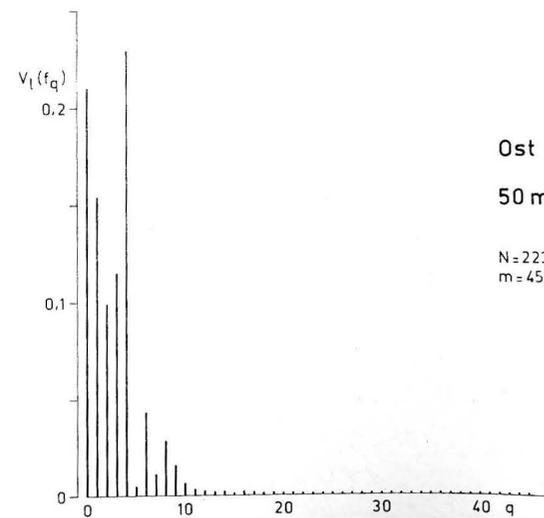
Nord
50 m
N = 223
m = 45

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T[h]	90.0	45.0	30.0	22.5	18.0	15.0	12.9	11.3	10.0	9.0	8.2

4a (2)



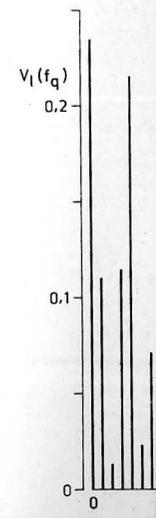
Ost
10 m
N = 228
m = 45



Ost
50 m
N = 223
m = 45

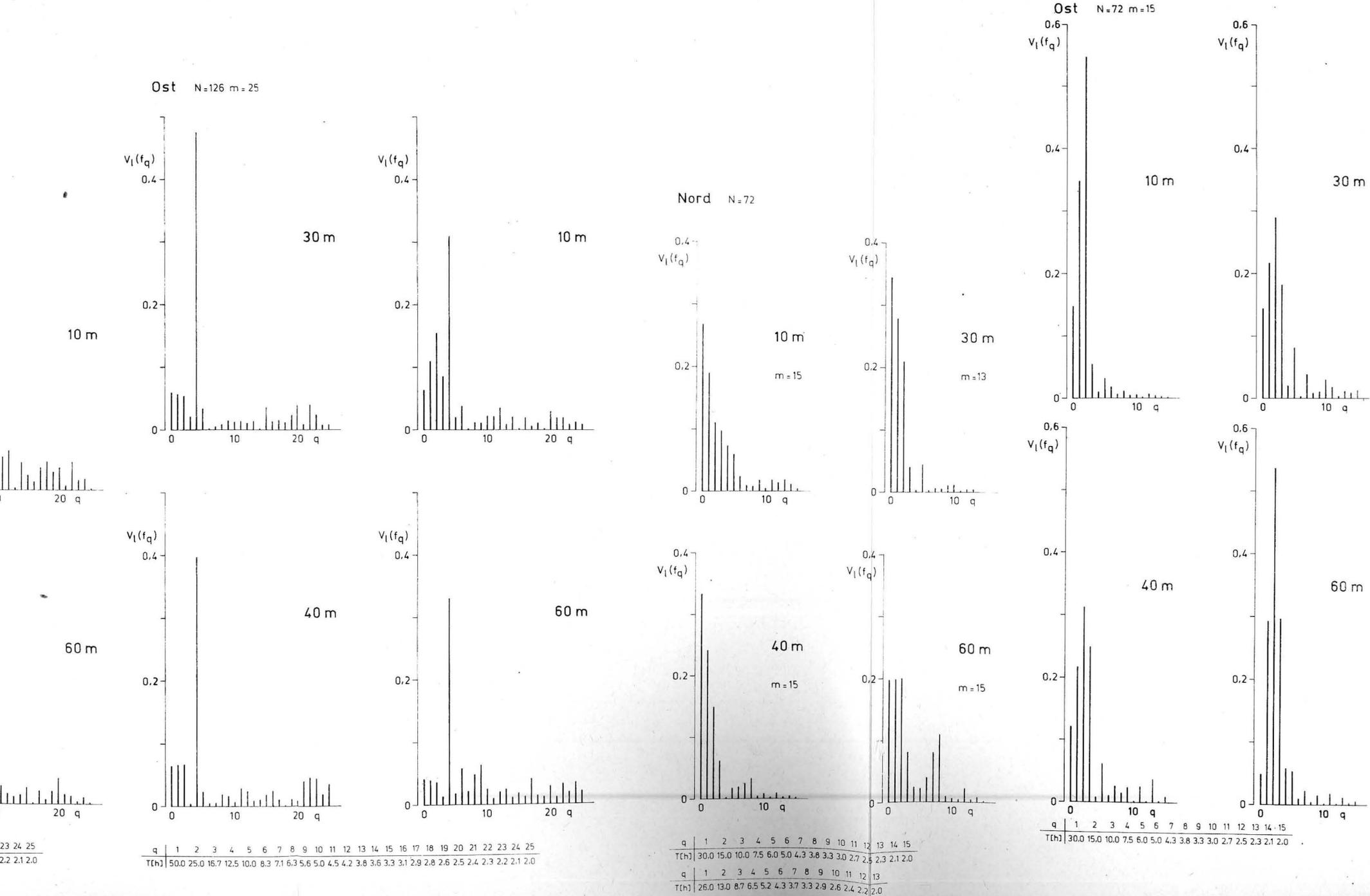
q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T[h]	90.0	45.0	30.0	22.5	18.0	15.0	12.9	11.3	10.0	9.0	8.2

4b (1)



q	1	2	3
T[h]	92.0	46.0	30.7

Abb. 4a, b. Die Spektren der relativen Energie $V_I(f_q)$ in den Komponenten der Meßreihe vom 31. 5. bis 10. 6.



5b

6a

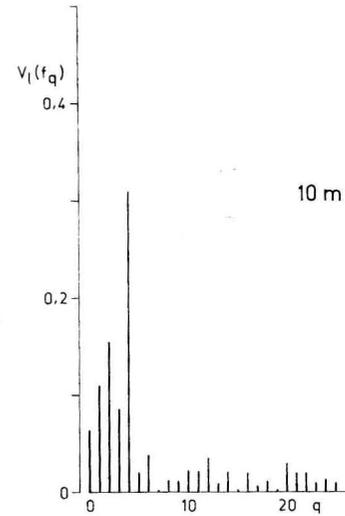
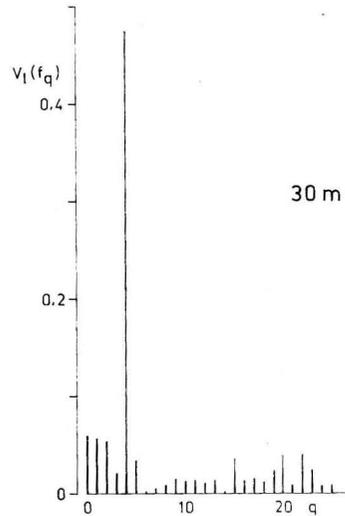
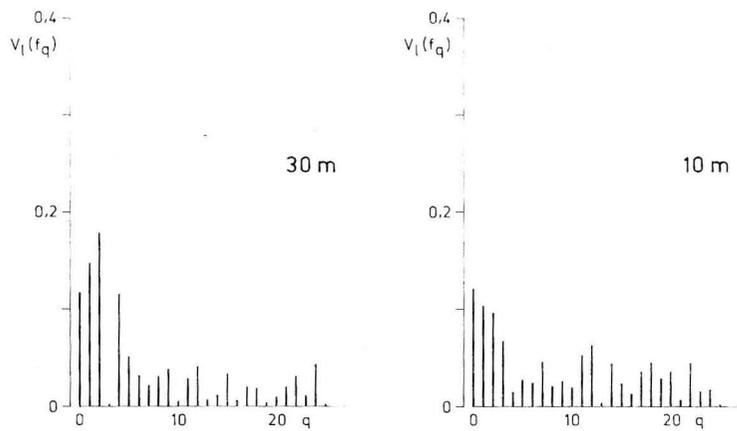
6b

Die Energie $V_l(f_q)$ in den Komponenten der MeBreihe vom 30. 10. bis 4. 11.

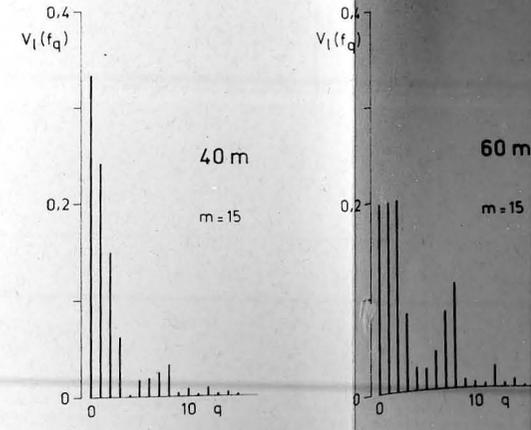
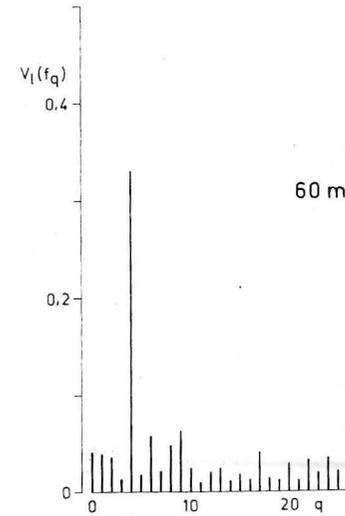
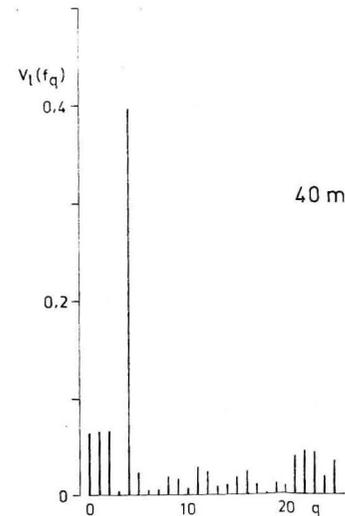
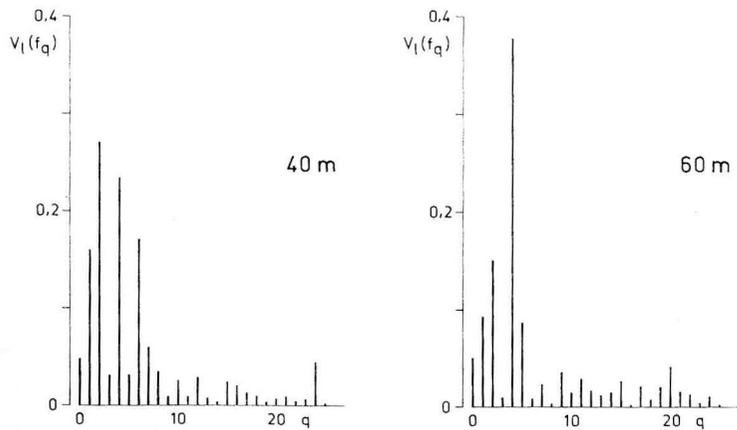
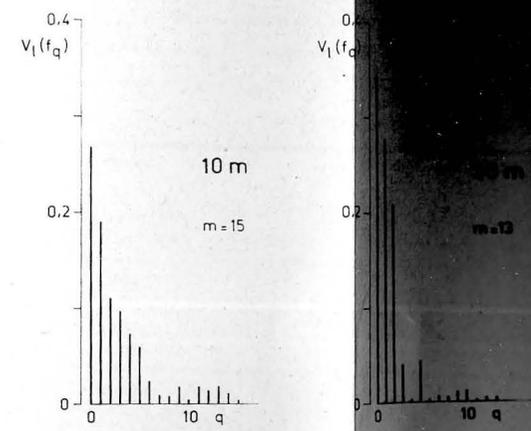
Abb. 6a, b. Die Spektren der relativen Energie $V_l(f_q)$ in den Komponenten der MeBreihe vom 5. 11. bis 8. 11.

Ost N=126 m=25

Nord N=126 m=25



Nord N=72



q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
T[h]	50.0	25.0	16.7	12.5	10.0	8.3	7.1	6.3	5.6	5.0	4.5	4.2	3.8	3.6	3.3	3.1	2.9	2.8	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1	2.0

5a

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
T[h]	50.0	25.0	16.7	12.5	10.0	8.3	7.1	6.3	5.6	5.0	4.5	4.2	3.8	3.6	3.3	3.1	2.9	2.8	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1	2.0

5b

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T[h]	30.0	15.0	10.0	7.5	6.0	5.0	4.3	3.8	3.3	3.0	2.7	2.5	2.3	2.1	2.0

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
T[h]	25.0	13.0	8.7	6.5	5.2	4.3	3.7	3.3	2.9	2.6	2.4	2.2	2.0

6a

Abb. 6a, b. Die Spektren der relativen Energie $V_I(f_q)$

Ansonsten herrscht für die höheren Frequenzen ein Spektrum vor, das auf keine Bevorzugung einzelner Frequenzbänder schließen läßt („weißes Rauschen“).

Die in der Abb. 4 dargestellten Spektren sind diesbezüglich durch den in Abschnitt 2 beschriebenen Tiefpaßfilter beeinflusst.

Die Gesamtenergie innerhalb der „Rauschprozesse“ ist für die einzelnen Komponenten deutlich verschieden.

Wie aus Tab. 1 hervorgeht, ist sie in der Meßreihe vom 30. 10. bis 8. 11. über alle Tiefen in der Ostkomponente größer als in der Nordkomponente. Hierbei macht das 30 m-Niveau vom 5. 11. bis 8. 11. eine Ausnahme.

In der Meßreihe vom 31. 5. bis 10. 6. ist es für alle Tiefen umgekehrt.

5. Die Schlußfolgerungen

Aus dem vorliegenden Meßmaterial läßt sich erkennen, daß bei einer vorhandenen Grundströmung (Kanarenstromeinfluß und NE-Passat bedingte Winddrift) mit SW-Richtung bei stärkerem Windeinfluß die zusätzliche, turbulenzbedingte kinetische Energie in der Nordkomponente des Stromes größer ist als in seiner Ostkomponente und diese bei weitem übertrifft.

Bei windschwachen Bedingungen liegt bei gleichen Windrichtungen eine höhere turbulenzbedingte kinetische Energie in zonaler Richtung vor. Ihre Ursache wird einmal in der in dieser Richtung hauptsächlich wirksam werdenden Gezeitenströmung (und der damit verbundenen Turbulenz) gesehen und zum anderen in der eventuellen Existenz eines küstensenkrechten Gefälles der Massenverteilung und einer somit bedingten zonalen Zirkulation, die der meridionalen Grundströmung überlagert ist.

Über signifikante Trägheitsperioden konnte wegen der Kürze der Meßreihen und der damit verbundenen geringen spektralen Auflösung im Bereich der niederen Frequenzen keine konkrete Aussage getroffen werden.

Literatur

- BLACKMAN, R. B. und TUREY, J. W., The measurement of power spectra, Dover Publ. New York (1958).
- BRECHOVSKIJ u. a., Einige Ergebnisse hydrophysikalischer Experimente mittels der Polygonzugmethode im tropischen Atlantik (russ.). Phys. Atm. i Okeana VII (1971), 5, S. 511—527.
- SCHEMAINDA, R., „Ozeanologische Untersuchungen zum Produktionspotential des nördlichen Zentralatlantiks im Jahre 1970“ (1971, unveröffentlicht).
- TAUBENHEIM, J., Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Leipzig, Akad. Verl. Gesellsch. Geest/Porting KG (1969).

Anschrift des Verfassers:

Dipl. Met. EBERHARD HAGEN,
Institut für Meereskunde der AdW
253 Rostock-Warnemünde

Untersuchungen zum Problem der Denitrifikation und Stickstoffentbindung im Tiefenwasser der Ostsee

VON DIETWART NEHRING

Zusammenfassung: Aufgrund ozeanologisch-chemischer Beobachtungen wird die Hypothese aufgestellt, daß unter ungünstigen Sauerstoffverhältnissen nicht nur Nitratstickstoff sondern gleichermaßen Ammoniumstickstoff aktiv am Prozeß der Stickstoffentbindung beteiligt ist.

Die Ostsee ist ein ganzjährig geschichtetes Brackwassermeer, in dem salzreiches Tiefenwasser von einer salzärmeren Oberschicht überlagert wird. Die zwischen diesen Wassermassen sehr stabil ausgebildete Sprungschicht verhindert den vertikalen Energie- und Stoffaustausch nahezu vollständig. Eine Erneuerung des Tiefenwassers tritt ein, wenn durch einen Salzwassereinbruch größere Mengen salzreichen Nordsee- oder Kattegatwassers in die Ostsee gelangen. Zwischen diesen Salzwassereinbrüchen, die nur unter bestimmten meteorologisch-ozeanologischen Voraussetzungen eintreten und manchmal jahrelang ausbleiben, kommt es zu Stagnationsperioden, in deren Verlauf der gesamte Sauerstoff des Tiefenwassers bei der Oxydation organischer Substanz verbraucht wird und Schwefelwasserstoff entsteht. Eine derartige Stagnationsperiode begann im Herbst 1970 und dauerte das ganze Jahr 1971 an (NEHRING und FRANCKE, 1971, 1973). Die im Verlauf dieser Zeit eingetretene Verschlechterung der Sauerstoffverhältnisse und deren Einfluß auf die Verteilung der anorganischen Stickstoffverbindungen wird am Beispiel der IBY¹⁾-Station 5A im Bornholmbecken (Position 55°15' N, 15°59' E) erläutert. Die Untersuchungen wurden mit dem Forschungsschiff „Professor Albrecht Penck“ des Instituts für Meereskunde (AdW) in Rostock-Warnemünde durchgeführt. Die verwendete Analysenmethodik ist von NEHRING (1971) beschrieben worden.

Die im folgenden angestellten Betrachtungen beziehen sich vor allem auf das Tiefenwasser unterhalb der Salzgehaltssprungschicht, in dem die jahreszeitlich bedingten Veränderungen wesentlich geringer als in der Oberschicht sind. Abb. 1 zeigt in Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen (NEHRING und FRANCKE, 1971), daß im November 1970 bereits sehr ungünstige Sauerstoffverhältnisse im Bornholmbecken herrschten. Der Sauerstoffgehalt war in Grundnähe auf Werte unter 0,5 ml/l abgesunken und hatte damit die Grenze unterschritten,

¹⁾ International Baltic Year

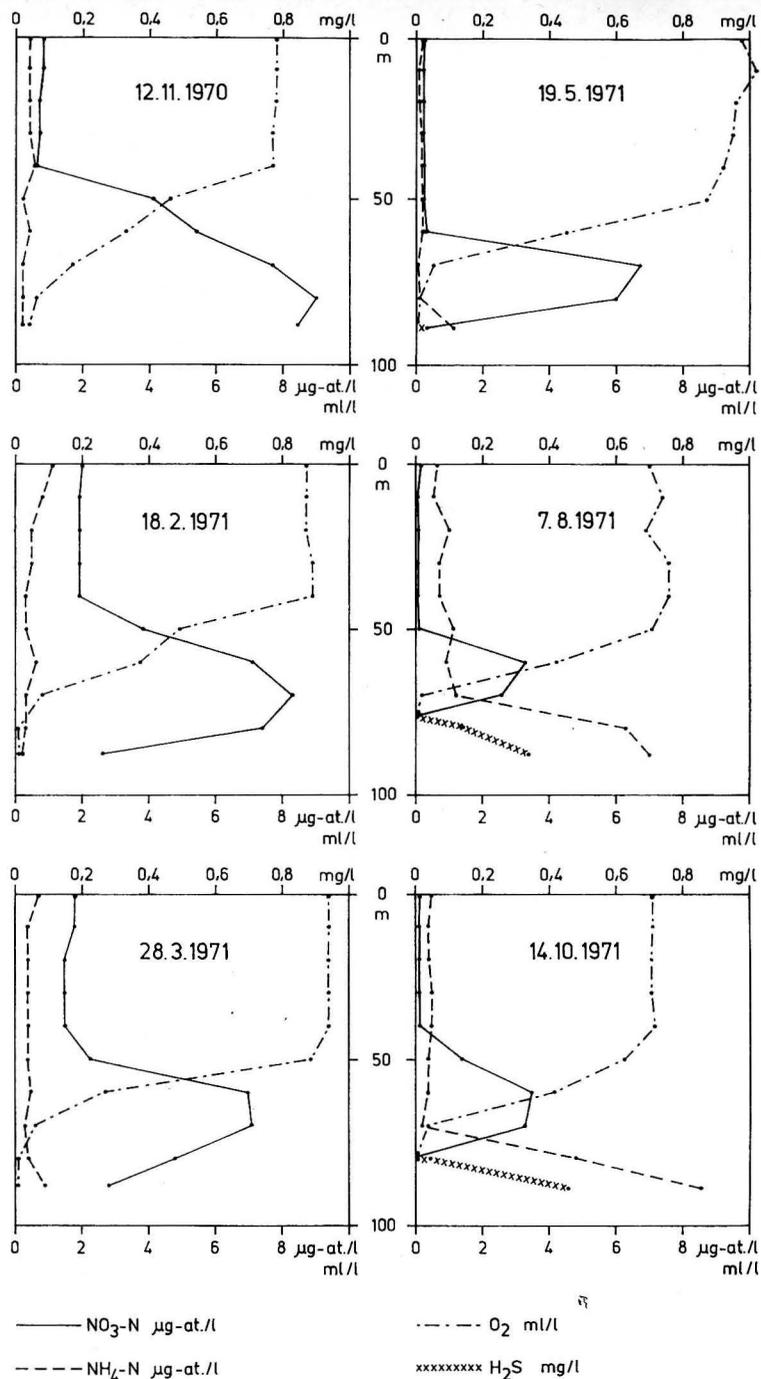


Abb. 1. Beziehungen zwischen dem Sauerstoff- und Schwefelwasserstoffgehalt einerseits und der Verteilung des Nitrat- und Ammoniumstickstoffs andererseits auf Station 5 A im Bornholmbecken

bei der Denitrifikation und Stickstoffentbindung einsetzen (vgl. auch NEHRING, 1971). Im Verlauf des Jahres 1971 verschlechterten sich die Sauerstoffverhältnisse weiter, bis im Mai spurenweise und im August in größeren Konzentrationen Schwefelwasserstoff auftrat.

Mit der Verschlechterung der Sauerstoffverhältnisse nahm der Nitratgehalt rapide ab (Abb. 1 u. 2). Der Gehalt an Ammoniumstickstoff zeigte dagegen während der 3 ersten Untersuchungstermine keinen nennenswerten Anstieg, obgleich angenommen werden muß, daß durch den Ammonifikationsprozeß weiterhin organisch gebundener Stickstoff zu Ammoniumstickstoff abgebaut wurde. Wegen des geringen Sauerstoffangebots im Tiefenwasser konnte andererseits eine Nitrifikation ausgeschlossen werden. Größere Ammoniumkonzentrationen traten erst mit dem starken Anstieg des Schwefelwasserstoffgehalts im August auf. Abb. 2 veranschaulicht diese Verhältnisse speziell für das Tiefenwasser. Die Berechnung des mittleren Nitratgehalts im August und Oktober ist insofern fragwürdig, als bei diesen Untersuchungen der schwefelwasserstoffhaltige Horizont bereits in 70 bis 80 m Tiefe begann, darunter also kein Nitratstickstoff mehr vorliegen kann.

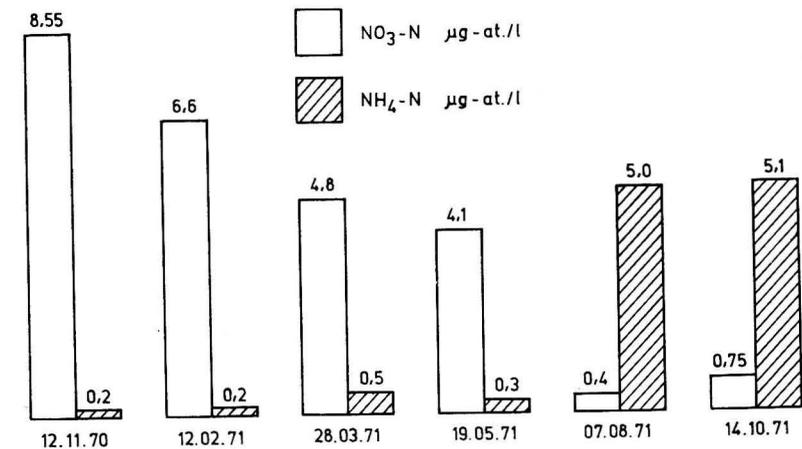


Abb. 2. Mittlere Nitrat- und Ammoniumkonzentrationen unterhalb der Salzgehaltssprungschicht (70 m bis Grundnähe) auf Station 5 A im Bornholmbecken

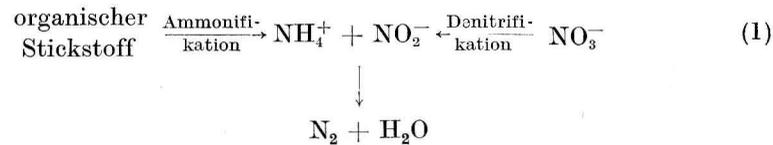
Die Nitritkonzentration lag im allgemeinen unter 0,2 µg-at./l und war häufig analytisch nicht mehr erfaßbar. Nur im August wurden in 70 m Tiefe 0,7 µg-at./l gemessen.

Gerechnet vom Beginn der Denitrifikation dauerte es ein halbes Jahr bis das oxydierende Milieu in ein reduzierendes umschlug. Dabei kann der Einfluß jahreszeitlich bedingter und jährlicher Produktionsunterschiede in der Oberflächenschicht zur Zeit noch nicht abgeschätzt werden.

Unter vergleichbaren Sauerstoffverhältnissen wurden außer im Bornholmbecken auch in anderen Gebieten der Ostsee ähnliche Veränderungen in der

Verteilung der anorganischen Stickstoffkomponenten beobachtet. Erst nach beendeter Nitratreduktion kam es zusammen mit dem Auftreten von Schwefelwasserstoff zu einem starken Anstieg des Ammoniumgehalts.

Bei ungünstigen Sauerstoffverhältnissen greift anscheinend der bei der Ammonifikation entstandene Ammoniumstickstoff nach (1) aktiv in den Prozeß der Stickstoffentbindung ein.



Das gegenüber der ozeanischen Relation (N:P ~ 15:1, in µg-at./l) auftretende Defizit anorganischer Stickstoffverbindungen (FRANCKE und NEHRING, 1971; NEHRING, SCHULZ und ROHDE, 1969), das bei ungünstigen Sauerstoffverhältnissen stets im Tiefenwasser der Ostsee vorhanden ist, entsteht somit nicht allein durch die Nitratreduktion. Auch der aus stickstoffhaltiger organischer Substanz remineralisierte Ammoniumstickstoff unterliegt der Stickstoffentbindung, solange die Denitrifikation andauert. Erst wenn das gesamte Nitrat reduziert ist und Schwefelwasserstoff auftritt, setzt die Anreicherung des Ammoniumstickstoffs ein. Gleichzeitig erreicht das Stickstoff-Phosphor-Verhältnis sein Minimum (Abb. 3). Mit Beginn der Schwefelwasserstoffbildung wird aber auch Phosphat aus dem Sediment freigesetzt (FONSELIUS, 1967). Da sich beide Prozesse überlagern, wird das Defizit anorganischer Stickstoffverbindungen im

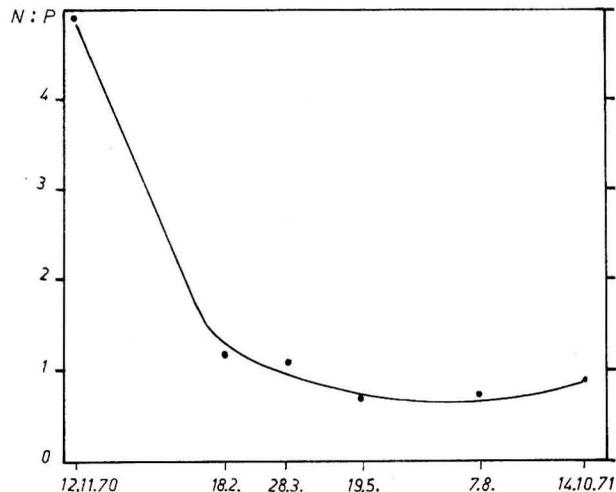


Abb. 3. Veränderung des Stickstoff-Phosphor-Verhältnisses in Abhängigkeit von der Dauer der Stagnationsperiode in der grundnahen Wasserschicht (88–90 m) auf Station 5 A im Bornholmbecken

Tiefenwasser auch nach Beendigung der Stickstoffentbindung nicht oder nur wenig verringert, obgleich der absolute Ammoniumgehalt stark ansteigt.

Literatur

- [1] FONSELIUS, S. H., Hydrography of the Baltic deep basins II. Fishery Board of Sweden, Ser. Hydrogr. 20 (1967), 31 S.
- [2] FRANCKE, E. und NEHRING, D., Erste Beobachtungen über einen erneuten Salzwasser-einbruch in die Ostsee im Februar 1969. Beitr. Meeresk. H. 28 (1971), S. 33–47.
- [3] NEHRING, D., Untersuchungen über die Verteilung der anorganischen Stickstoffverbindungen im Hinblick auf die zunehmende Wasserverschlechterung in der Ostsee. Beitr. Meeresk. H. 28 (1971), S. 57–74.
- [4] NEHRING, D. und FRANCKE, E., Hydrographisch-chemische Veränderungen in der Ostsee seit Beginn dieses Jahrhunderts und während des Internationalen Ostseejahres 1969/70. Fischerei-Forsch., Wiss. Schriftenreihe 9 (1971), S. 35–42.
- [5] NEHRING, D. und FRANCKE, E., Hydrographisch-chemische Veränderungen in der Ostsee im Jahre 1971. Fischerei-Forsch., Wiss. Schriftenreihe 11 (1973), S. 45–52.
- [6] NEHRING, D., SCHULZ, S. und ROHDE, K.-H., Untersuchungen über die Produktivität der Ostsee. I. Chemisch-biologische Untersuchungen in der mittleren Ostsee und in der Bottensee im April/Mai 1967. Beitr. Meeresk. H. 23 (1969), S. 5–36.

Abschluß der Arbeit: 15. 3. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. D. NEHRING,
Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

Zur Hydrographie der Gotlandsee IV.

Zum mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs

Von WOLFGANG MATTHÄUS

Zusammenfassung: Aus 147 hydrographischen Serien wird der mittlere Jahresgang der Absolutwerte des Sauerstoffgehalts und der prozentualen Sauerstoffsättigung in sechs Tiefenhorizonten der oberen 50 m des Gotlandtiefs (Station F 81 bzw. BY 15 A auf 57°20'N, 19°59'E) im Zeitraum 1902—1971 berechnet. Es werden Hinweise auf mögliche Zusammenhänge zwischen dem Jahresgang des Sauerstoffgehalts und biologisch-chemischen bzw. physikalisch-dynamischen Vorgängen in der Deckschicht gegeben.

Sauerstoff ist für die Erhaltung der Lebensprozesse aller Organismen unentbehrlich. Die normale Atmung der meisten Lebewesen im Wasser läuft unter Ausnutzung des als Gas in diesem Medium gelösten Sauerstoffs ab. Die Löslichkeit des Sauerstoffs im Meerwasser ist begrenzt und eine Funktion von Temperatur, Salzgehalt und Druck. Die Differenz zwischen den beobachteten und den Sättigungswerten kann sowohl positiv als auch negativ sein. Bei Konzentrationen, die größer als die Sättigungswerte sind, spricht man von Übersättigung, bei solchen, die kleiner als die Sättigungswerte sind, von einem Sauerstoffdefizit. Aus Änderungen der Temperatur und des Luftdrucks, aus vertikaler Vermischung und Diffusion sowie aus Verdunstungsvorgängen können nach IČNJATOVIC (1968) größere Übersättigungen nicht erklärt werden. Untersuchungen an Flußwasser brachten ihn zu der Auffassung, daß nur die Photosynthese als Ursache größerer Übersättigungen in Frage kommt.

Dem Gehalt des Meerwassers an Sauerstoff und dessen Verteilung ist in der Meeresforschung viel Aufmerksamkeit gewidmet worden. Im Meer ist zu beobachten, daß die größten Sauerstoffkonzentrationen zu den Zeiten und in den Tiefenhorizonten verstärkter pflanzlicher Produktion auftreten (SVERDRUP, JOHNSON, FLEMING, 1961). Da bei der Assimilation des Kohlenstoffs durch die Pflanzen Sauerstoff an die Umgebung abgegeben wird, können die Fluktuationen des Sauerstoffgehalts in Zeit und Raum als Anhaltspunkt für die Aktivität des Phytoplanktons dienen. Die Menge des gemessenen Sauerstoffüberschusses kann jedoch lediglich untere Grenzwerte für die tatsächlich produzierten Mengen darstellen, da die exakten Werte durch Respirationseffekte der Organismen, durch chemische Vorgänge sowie durch Austausch mit der Atmosphäre überdeckt sind. Der maximale Sauerstoffgehalt könnte einen Hinweis auf den Zeitpunkt des Maximums der Planktonblüte geben.

Im folgenden wird eine Darstellung des mittleren Jahresgangs der Absolutwerte des Sauerstoffs und der prozentualen Sauerstoffsättigung in den oberen fünfzig Metern des Gotlandtiefs (Station F 81 bzw. BY 15 A auf 57°20' N, 19°59' E) im Zeitraum 1902–1971 gegeben. Insgesamt wurden 147 hydrographische Serien in sechs Tiefenhorizonten (Oberfläche, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m) mit Hilfe einer Linearkombination trigonometrischer Funktionen ausgeglichen (MATTHÄUS, 1971). Die Beobachtungswerte wurden den im Literaturverzeichnis aufgeführten Publikationen entnommen.

Die Verteilung der Meßwerte über das Jahr ist an der Zeitachse der Abb. 1 aufgetragen. Danach entfallen etwa die Hälfte der Beobachtungen auf die Mo-

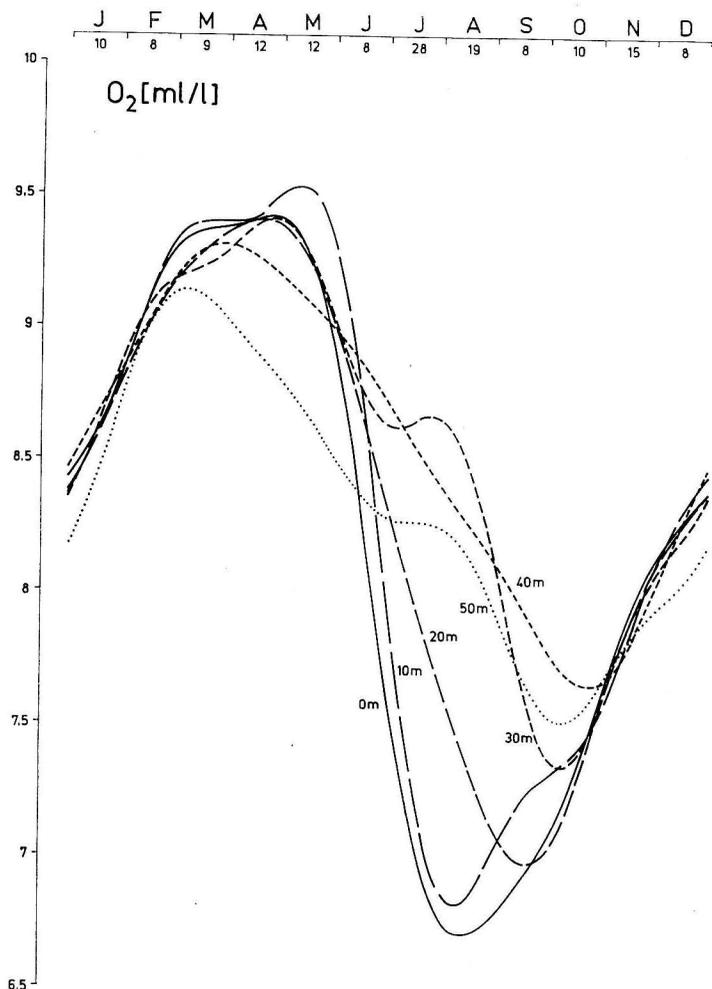


Abb. 1. Mittlerer Jahresgang des Gehalts an gelöstem Sauerstoff im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs im Zeitraum 1902–1971

nate Mai bis September. Etwa 50% aller Werte wurden in den letzten 10 Jahren gemessen.

Einen Anhaltspunkt über die möglichen kurzzeitigen Variationen im Sauerstoffgehalt geben die Meßwerte, die auf Dauerstationen im Gotlandtieft während des Internationalen Ostseejahres 1969/70 gewonnen wurden (NEHRING, FRANCKE, 1971). Die Variabilität ist im allgemeinen in 50 m Tiefe größer als in den darüberliegenden Horizonten. Maximale dreistündige Variabilitäten von 0,1 bis 0,2 [ml/l] wurden während der Dauerstationen im März, Oktober und Dezember 1969 bis in 30 m Tiefe gefunden. Im April 1970 lagen die maximalen Werte in diesen Tiefen noch unter 0,05 [ml/l]. In 50 m sind maximale Variationen von 0,3 [ml/l] im März, 0,6 [ml/l] im Oktober während der Wasserumschichtung im Gotlandtieft und 0,1 [ml/l] im Dezember 1969 sowie 0,2 [ml/l] im April 1970 gemessen worden. Im September 1967 beobachteten GIESKES und GRASSHOFF (1969) bei mehrtägigen Messungen Variationen von maximal etwa 1 [ml/l] in drei Stunden in 30 m Tiefe.

Untersuchungsergebnisse

In Abb. 1 ist der mittlere Jahresgang des Sauerstoffgehalts in diskreten Tiefen des Gotlandtiefs dargestellt, der aus den in Tab. 1 zusammengestellten Daten berechnet wurde. Von Anfang November bis Mitte Februar ist die vertikale

Tabelle 1

Elemente des mittleren Jahresgangs des Sauerstoffgehalts im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs im Zeitraum 1902–1971 ($a_0 = A_0 =$ Jahresmittelwert; $a_k, b_k =$ Koeffizienten der k -ten Oberwelle; $A_k =$ Amplitude der k -ten Oberwelle; $\alpha_1 =$ Eintrittszeit des Maximums der jährlichen Welle; $s =$ Standardabweichung)

z [m]	$a_0 = A_0$ [ml/l]	a_1 [ml/l]	b_1 [ml/l]	a_2 [ml/l]	b_2 [ml/l]	a_3 [ml/l]	b_3 [ml/l]	a_4 [ml/l]	b_4 [ml/l]
0	8,174	0,365	1,254	-0,112	-0,337	0,011	0,087	-0,068	-0,070
10	8,295	0,216	1,231	-0,076	-0,347	0,021	0,178	-0,024	-0,142
20	8,313	0,063	1,124	0,076	-0,187	-0,025	-0,047	-0,051	0,003
30	8,541	-0,219	0,837	0,079	0,109	0,081	-0,120	-0,128	0,018
40	8,549	-0,160	0,751	0,020	0,100	0,036	-0,019	0,014	-0,030
50	8,323	-0,025	0,679	-0,026	0,165	-0,027	-0,071	-0,073	-0,009

z [m]	A_1 [ml/l]	α_1 [°]	A_2 [ml/l]	A_3 [ml/l]	A_4 [ml/l]	$\frac{A_2}{A_1}$ [%]	$\frac{A_{1,z}}{A_{1,0}}$ [%]	$\frac{A_{2,z}}{A_{2,0}}$ [%]	s [ml/l]
0	1,306	74	0,355	0,088	0,098	27,2	100	100	0,464
10	1,250	80	0,355	0,179	0,144	28,4	95,7	100	0,344
20	1,126	87	0,202	0,053	0,051	17,9	86,2	56,9	0,528
30	0,865	105	0,135	0,145	0,129	15,6	66,2	38,0	0,398
40	0,768	102	0,102	0,041	0,033	13,3	58,8	28,7	0,416
50	0,679	92	0,167	0,076	0,074	24,6	52,0	47,0	0,587

Änderung im Sauerstoffgehalt der 50 m starken Deckschicht nur sehr gering (vgl. auch Abb. 3a). Während die Temperaturverteilung in der Deckschicht noch bis Mitte April annähernd homotherm bleibt (MATTHÄUS, 1973), beginnt bereits Anfang März eine Differenzierung im Sauerstoffgehalt zwischen der Oberfläche und 50 m Tiefe. Im Mittel der letzten 70 Jahre erreichte der Sauerstoffgehalt in 50 m schon Anfang März und in 40 m Ende März Maximalwerte von 9,14 bzw. 9,31 [ml/l]. An der Oberfläche sowie in 20 und 30 m Tiefe traten Maximalwerte von etwa 9,41 [ml/l] um den 20. April auf. Mit 9,54 [ml/l] wurde um den 10. Mai der größte mittlere Sauerstoffgehalt der Deckschicht im 10 m-Horizont gefunden.

Innerhalb von drei Monaten gehen die Werte dann Anfang August auf ein Minimum von 6,7 bzw. 6,8 [ml/l] in 0 bzw. 10 m zurück. Die niedrigsten Werte sind mit größerer Tiefe weiter gegen das Jahresende verschoben und liegen zwischen 7,0 und 7,7 [ml/l]. Die Sauerstoffminima zwischen Oberfläche und 40 m treten etwa zur gleichen Zeit wie die Temperaturmaxima der entsprechenden Tiefen auf.

In Abb. 2 sind einzelne Elemente des mittleren Jahresgangs dargestellt. Daraus ist u. a. zu ersehen, daß vereinzelt absolute Höchstwerte von über

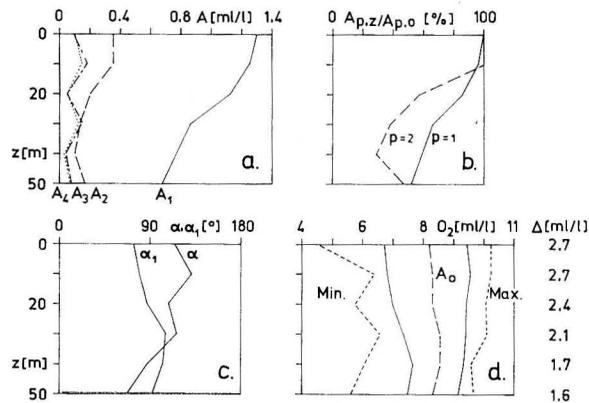


Abb. 2. Elemente des mittleren Jahresgangs des Sauerstoffgehalts im Gotlandtief

a) Amplituden A in Abhängigkeit von der Tiefe z ; b) Prozentuale Änderung der Amplituden A_1 und A_2 mit der Tiefe z , bezogen auf die Oberflächenwerte; c) Phasenverschiebungen α bzw. α_1 der mittleren jährlichen Hauptwelle bzw. des Maximums mit der Tiefe z ; d) Extrema des mittleren Jahresgangs (ausgezogen), der absolut höchsten bzw. niedrigsten Werte (gerissen) und der mittleren Jahresschwankung Δ in Abhängigkeit von der Tiefe z

10 [ml/l] (0 und 10 m: 10,22 [ml/l] am 26. 3. 56; 20 m: 10,06 [ml/l] am 19. 4. 69; 30 m: 10,10 [ml/l] am 19. 4. 69) gemessen wurden. Die mittlere Jahresschwankung des Sauerstoffgehaltes beträgt in Oberflächennähe 2,7 [ml/l] und nimmt in 50 m bis auf 1,6 [ml/l] ab.

Den mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts im Zeitraum 1902–1971 in Isoplethendarstellung zeigt die Abb. 3a. Diesem mittleren Jahresgang sind in

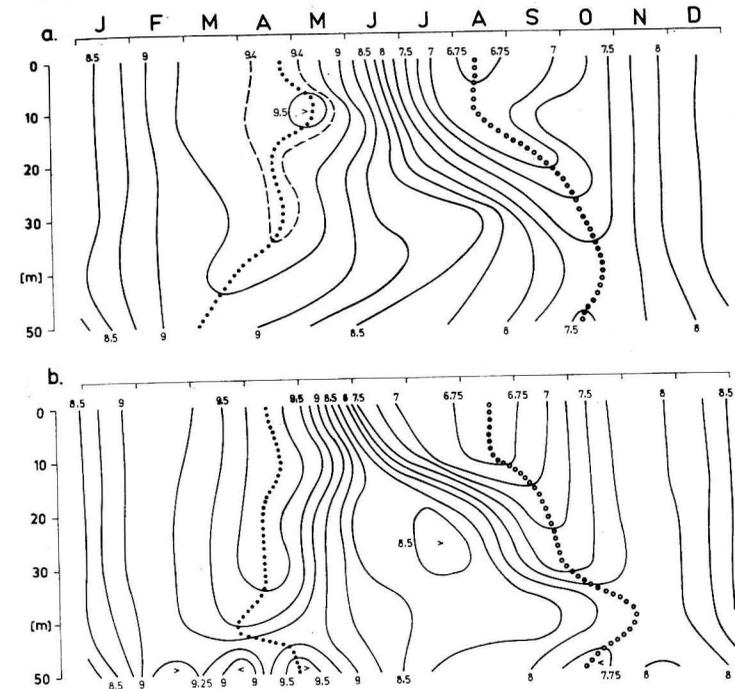


Abb. 3. Mittlere Sauerstoffverteilung im Zeitraum 1902–1971 (a) und generalisierte Sauerstoffverhältnisse im Jahre 1969 in [ml/l] (b) im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs (Punkte kennzeichnen den Verlauf der Sauerstoffmaxima mit der Tiefe, Kreise denjenigen der Minima)

Abb. 3b die generalisierten Sauerstoffverhältnisse im Jahre 1969 gegenübergestellt. Der Jahresgang für 1969 wurde ebenfalls nach der oben erwähnten Ausgleichsmethode aus 24 hydrographischen Serien berechnet. Der Verlauf der Sauerstoffmaxima mit der Tiefe wurde durch Punkte, derjenige der Minima durch Kreise gekennzeichnet.

Abb. 5 gibt den mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts in Prozent des Sättigungswertes. Für diese Darstellung wurden zunächst die Sättigungswerte in [ml/l] aus Temperatur und Salzgehalt nach GREEN und CARRITT (1967) bestimmt und durch Ausgleichung ein mittlerer Jahresgang berechnet (vgl. Abb. 4), aus dem dann mit Hilfe des mittleren Jahresgangs der Absolutwerte die prozentuale Sauerstoffsättigung ermittelt wurde. Im Mittel sind die höchsten Werte mit knapp 114% wieder in 10 m Tiefe zu beobachten. An der Oberfläche erreichen die Maximalwerte noch knapp 111% und in 20 m Tiefe nur noch 106%.

Die Maxima der Sauerstoffsättigung sind im Mittel gegenüber den Höchstwerten des absoluten Sauerstoffgehalts um mehr als einen Monat gegen Jahresmitte verschoben. Die Ursache ist in der Abhängigkeit der Sauerstofflöslichkeit im Meerwasser vor allem von der Temperatur zu suchen. Ab April nimmt die

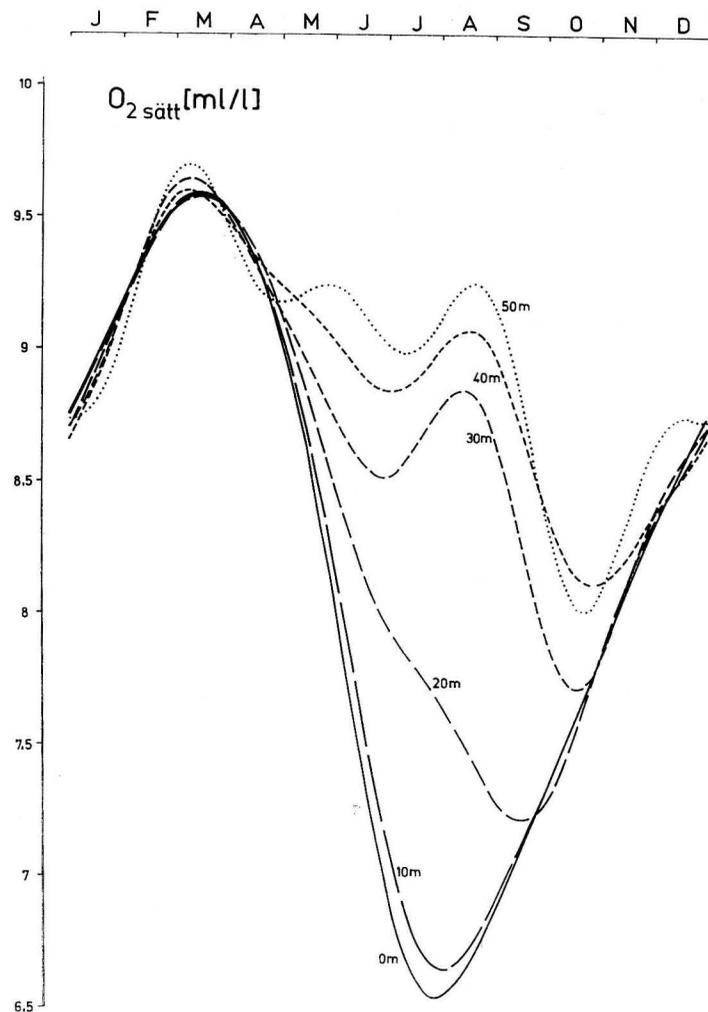


Abb. 4. Mittlerer Jahresgang der theoretisch möglichen Sättigungswerte des Sauerstoffs im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs im Zeitraum 1902–1971

Temperatur in Oberflächennähe schnell zu, die Sauerstofflöslichkeit also ab, und damit werden die aus Temperatur und Salzgehalt berechneten theoretischen Sättigungswerte kleiner. Da die Bezugswerte (100%) zur Berechnung der prozentualen Sauerstoffsättigung somit ebenfalls kleiner werden, kommt es trotz des im Mittel schnelleren Rückgangs der Absolutwerte gegenüber den theoretischen Sättigungswerten (vgl. Abb. 1 und 4) erst nach dem Auftreten des Maximums im absoluten Sauerstoffgehalt zur höchsten prozentualen Sauerstoffsättigung. Die beobachteten Maximalwerte liegen bis in 20 m Tiefe durchweg in der ersten Junihälfte (0m: 126,4% am 6. 6. 68, 124,2% am 8. 6. 70, 123,5%

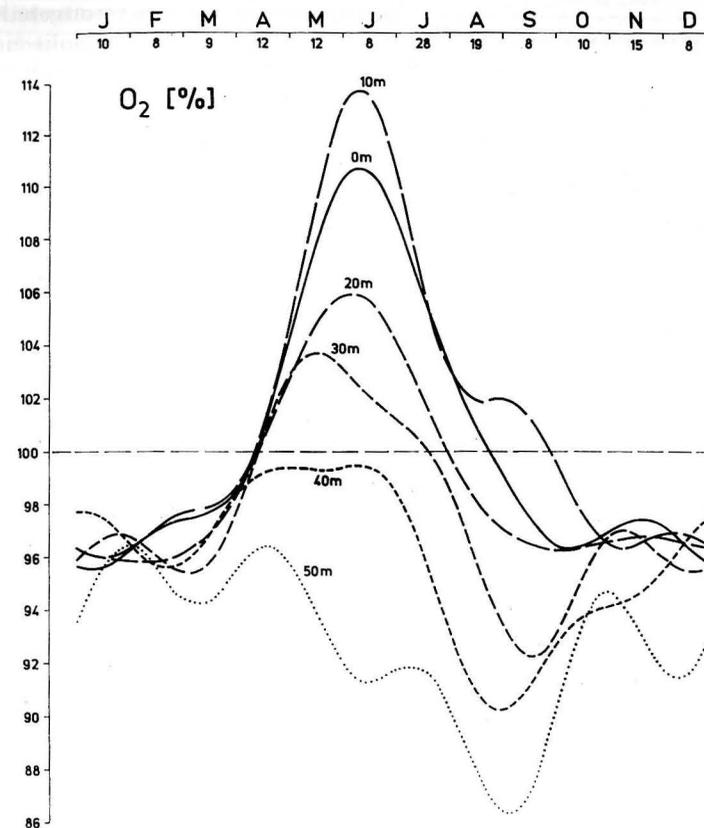


Abb. 5. Mittlerer Jahresgang des Sauerstoffgehalts in Prozent des Sättigungswertes im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs im Zeitraum 1902–1971

am 1. 6. 67; 10 m: 125,8% am 6. 6. 68, 125,3% am 1. 6. 67, 122,5% am 8. 6. 70; 20 m: 118,2% am 15. 6. 65).

Diskussion der Ergebnisse

Der Jahresgang der Sauerstoffverhältnisse in der Deckschicht des Gotlandtiefs wird durch eine Vielzahl sich wechselseitig überlagernder biologisch-chemischer und physikalisch-dynamischer Vorgänge geprägt, so daß sich eine Interpretation schon wegen der fehlenden Detailuntersuchungen nur auf Hinweise über mögliche Zusammenhänge beschränken kann.

Die Temperatur, in geringerem Maße Salzgehalt und Druck, bestimmt die Löslichkeit des Sauerstoffs im Oberflächenbereich. Damit wird durch den Jahresgang der Temperatur bereits ein jährlicher Verlauf im Sauerstoffgehalt vorgegeben. Dieser wird in erster Linie durch biologische Aktivitäten modifi-

ziert. Vorausgesetzt wird, daß die Maximalwerte des Sauerstoffgehalts in der offenen Gotlandsee vor allem auf die Photosynthese des Phytoplanktons zurückzuführen sind. Auch außerhalb der Blütezeiten bleibt das ganze Jahr über eine teilweise nur geringe Produktion erhalten (KAISER und SCHULZ, 1973), die einen gewissen Beitrag zum Sauerstoffgehalt liefern dürfte. Diese Vorgänge werden zusätzlich durch die jahreszeitlich bis in unterschiedliche Tiefen reichende seegangsbedingte Durchmischung beeinflusst, die sowohl für die Abgabe von Sauerstoff an die Atmosphäre bei Übersättigung als auch für die Lösung von atmosphärischem Sauerstoff bei einem Defizit im Meerwasser verantwortlich zeichnet. Von Bedeutung für den Jahresgang des Sauerstoffgehalts ist auch die temperaturabhängige Stoffwechselaktivität der Organismen.

Die unter diesen Gesichtspunkten betrachteten Darstellungen des mittleren Jahresgangs der Sauerstoffverhältnisse in Abb. 1, 4 und 5 lassen folgende Deutung zu:

Der von Anfang November bis Mitte Februar in der gesamten Wassersäule zu beobachtende einheitliche Anstieg des Sauerstoffgehalts um etwa 1,5 [ml/l] geht im Mittel mit einem Temperaturrückgang von etwa 6 °C konform (MATTHÄUS, 1973). In der 50 m starken Deckschicht sind praktisch keine Gradienten in Temperatur und Sauerstoffgehalt vorhanden. In diese Zeit fallen mit 4,5 bis 4,7 Bft auch die größten mittleren Windstärken des Zweigradfeldes 56–58 °N, 18–20° E (MARKGRAF und BINTIG, 1954). Bei im Mittel südwestlichen Winden entfallen 25 bis 30% aller Beobachtungen auf die Windstärken 6 bis 12 Bft. Die Sättigungswerte des Sauerstoffs, berechnet aus Temperatur und Salzgehalt nach GREEN und CARRITT (1967), nehmen in diesem Zeitraum von etwa 7,8 [ml/l] auf 9,3 [ml/l] zu (vgl. Abb. 4), also ebenfalls um 1,5 [ml/l] wie die Werte des absoluten Sauerstoffgehalts. Die Vermutung liegt nahe, daß der Anstieg im Sauerstoffgehalt zwischen Anfang November und Mitte Februar in erster Linie der turbulenten Durchmischung zuzuschreiben ist, durch die atmosphärischer Sauerstoff noch bis in 50 m Tiefe gelangt. Trotzdem ist ein Sauerstoffdefizit zu beobachten, denn die prozentuale Sättigung erreicht in den oberen 30 m durchweg nur 96 bis 98% (vgl. Abb. 5). Der Anteil an biologisch erzeugtem Sauerstoff dürfte auch nur sehr gering sein. Außerdem ist der Verbrauch durch die niedrigen Temperaturen und die dadurch bedingte geringere Stoffwechsellaktivität der Organismen stark herabgesetzt.

Die Temperaturverteilung bleibt in den oberen 50 m noch über das Minimum in der ersten Märzhälfte hinaus annähernd homotherm. Die mittleren Windstärken liegen im März und April bei 3,7 bzw. 3,3 Bft. In dieser Zeit könnte bereits die Assimilation des Phytoplanktons einen Beitrag zum Sauerstoffgehalt liefern. Trotz fehlender Schichtung beginnt eine Differenzierung im Sauerstoffgehalt. Mit dem Temperaturminimum in der Deckschicht erreicht der Sauerstoffgehalt in 50 m sein Maximum. Ende März tritt auch in 40 m das Sauerstoffmaximum auf. Sowohl in 50 m als auch in 40 m werden die Sättigungswerte im Mittel das ganze Jahr über nicht erreicht.

Nach Überschreiten des Temperaturminimums geht die Zunahme im Sauerstoffgehalt auch in den oberen 30 m langsamer vor sich. Das ist wahrscheinlich zum Teil auf die mit steigender Temperatur abnehmende Löslichkeit des Sauerstoffs im Wasser (vgl. Abb. 4) zurückzuführen. Der weitere Anstieg der Absolutwerte trotz der im Mittel noch kräftigen turbulenten Durchmischung dürfte der Assimilation des Phytoplanktons zuzuschreiben sein, denn auch die prozentuale Sauerstoffsättigung nimmt ab Anfang April schnell zu und überschreitet Mitte April 100%. Zu diesem Zeitpunkt ist in 40 bis 50 m der Abbau des Sauerstoffs bereits im Gange.

In der zweiten Aprilhälfte sind in 30 m, 20 m und an der Oberfläche maximale Sauerstoffgehalte anzutreffen. Die absolut höchste Konzentration ist im Mittel in 10 m in der ersten Maihälfte zu erwarten. Der Sauerstoffgehalt an der Oberfläche ist fast das ganze Sommerhalbjahr hindurch niedriger als in 10 m Tiefe. Er wird stark durch die Wechselwirkung mit der Atmosphäre beeinflusst, so daß die in unmittelbarer Oberflächennähe stets vorhandene Durchmischung für eine teilweise Abgabe von Sauerstoff an die Luft verantwortlich sein dürfte. Allerdings wird das Maximum der Assimilation im Gotlandtief auch nicht unmittelbar an der Oberfläche, sondern in 2,5 bis 5 m beobachtet. Die Zeiten maximalen Sauerstoffgehalts decken sich gut mit den Beobachtungen der Massentwicklung des Phytoplanktons, die von SCHULZ und KAISER (1972) für das Gotlandtief beispielsweise im Jahre 1970 zu Mitte Mai angegeben wird.

Mit dem Überschreiten des Maximums setzt eine rapide Abnahme im Sauerstoffgehalt ein, die praktisch der gesamten mittleren Jahresschwankung entspricht und in Oberflächennähe (0–10 m) mit 2,7 [ml/l] in drei Monaten am stärksten ausgeprägt ist. Trotz des im Mittel schnelleren Rückgangs im Sauerstoffgehalt gegenüber der durch das weitere Ansteigen der Temperatur bedingten Abnahme der Sauerstofflöslichkeit werden die Maximalwerte der prozentualen Sauerstoffsättigung in 0 bis 20 m erst in der ersten Junihälfte erreicht, weil sich auch die Bezugsbasis für die Berechnung der prozentualen Sättigung zu kleineren Werten hin verschiebt.

Von Mai bis August herrscht relativ windschwaches Wetter. Windstärken über 6 Bft treten in weniger als 10% aller Beobachtungen auf (MARKGRAF und BINTIG, 1954). Die Abnahme im Sauerstoffgehalt könnte daher einerseits auf den auch bei weniger bewegter See möglichen Austausch mit der Atmosphäre zurückzuführen sein. Andererseits könnte sie aber dem Verbrauch der in dieser Zeit in großer Anzahl vorhandenen Organismen, insbesondere des Zooplanktons, zugeschrieben werden. Hinzu kommt die durch steigende Temperaturen hervorgerufene erhöhte Stoffwechselaktivität aller Lebewesen, die durch verstärkte Atmungstätigkeit zur Sauerstoffzehrung beiträgt.

Die Sauerstoffminima in den oberen 40 m fallen etwa mit den Temperaturmaxima bzw. den Minima der theoretisch möglichen Sättigungswerte in den entsprechenden Tiefen zusammen (0–10 m: 1. Augusthälfte; 20 m: 2. Septemberhälfte; 30 m: Mitte Oktober; 40 m: Ende Oktober). Ab August nehmen auch die mittleren Windstärken über dem betrachteten Zweigradfeld wieder zu (Au-

gust: 3,5 Bft; September: 3,6 Bft; Oktober: 4,1 Bft). Bereits im Juli werden in 20 und 30 m Sauerstoffkonzentrationen unter 100% erreicht. Mit zunehmender Oberflächenrauigkeit werden Ende August an der Oberfläche und im September in 10 m Tiefe 100% unterschritten.

Der Sauerstoffgehalt nimmt mit Überschreiten der Minima und dem Zurückgehen der Temperatur in allen beobachteten Tiefen schnell zu. Ob dieser Anstieg — zunächst in Oberflächennähe, später auch in größeren Tiefen — allein der Zunahme der turbulenten Durchmischung zuzuschreiben ist, kann nicht entschieden werden. Der mittlere Jahresgang im Sauerstoffgehalt gibt jedenfalls keine Anhaltspunkte dafür, daß eine Herbstblüte des Phytoplanktons, wie sie beispielsweise im Oktober 1969 beobachtet wurde (SCHULZ und KAISER, 1972), einen merklichen Beitrag zum Sauerstoffgehalt liefert. Anfang November ist dann wieder eine homogene Verteilung des Sauerstoffs über die gesamte 50 m starke Deckschicht erreicht.

Weitere Untersuchungen sowie vergleichende Betrachtungen zum mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts in der Gotland- und Arkonasee wurden vom Verfasser auf dem 3. Symposium der Ostseebiologen, Helsinki 1973, vorgelegt (MATTHÄUS, 1974).

Der Verfasser ist Herrn Dr. S. SCHULZ für zahlreiche Diskussionen zu diesem Problemkreis zu Dank verpflichtet.

Literatur

- [1] GIESKES, J. M. T. M. und GRASSHOFF, K., A study of the variability in the hydrochemical factors in the Baltic Sea on the basis of two anchor stations September 1967 and May 1968. *Kieler Meeresforsch.* **25** (1969), 105—132.
- [2] GREEN, E. J. und CARRITT, D. E., New tables for oxygen saturation of seawater. *J. Mar. Res.* **25** (1967), 140—147.
- [3] IGNJATOVIC, L. R., Effect of photosynthesis on oxygen saturation. *J. Wat. Pollut. Control Fed.* **40** (5), P. 2 (1968), 151—161.
- [4] KAISER, W. und SCHULZ, S., Biologische Untersuchungen während des Internationalen Ostseejahres (International Baltic Year, IBY) 1969/70. II. Untersuchungen zur Primärproduktion. *Beitr. Meereskunde, H. 32* (1973), 9—31.
- [5] MARKGRAF, H. und BINTIG, P., Klimatologie der Nordwesteuropäischen Gewässer. Teil 2. Windverhältnisse. *Deutscher Wetterdienst, Seewetteramt, Einzelveröff. No. 4*, Hamburg 1964.
- [6] MATTHÄUS, W., Die Anwendung von Ausgleichsverfahren zur Ermittlung von Jahresgängen ozeanographischer Parameter. *Mber. Dt. Akad. Wiss.* **13** (1971), 116—121.
- [7] MATTHÄUS, W., Zur Hydrographie der Gotlandsee II. Der mittlere Jahresgang der Temperatur in Oberflächennähe. *Beitr. Meereskunde, H. 32* (1973), 105—114.
- [8] MATTHÄUS, W., Mean annual variations of the oxygen content in the near-surface region of the Gotland and Arkona Seas. *3rd Baltic Symp. Mar. Biol., Helsinki 1973*. *Merentutk. Julk.*, Symp.-Vol. (1974), (im Druck).
- [9] NEHRING, D. und FRANCKE, E., Beiträge der DDR zur internationalen Ostseeforschung. Das ozeanographische Beobachtungsmaterial des Internationalen Ostseejahres 1969/70, Teil I und II. *Geod. Geophys. Veröff. R. IV, H. 4 und 6*, Berlin 1971.

- [10] SCHULZ, S. und KAISER, W., Biological effects of the salt water influx into the Gotland basin in 1969/70. *2nd Baltic Symp. Mar. Biol., Stockholm 1971*. *Oikos, Suppl.* **14** (1972), (im Druck).
- [11] SVERDRUP, H. U., JOHNSON, M. W. und FLEMING, R. H., *The oceans*. 10. Ausg., Englewood Cliffs, N. J. 1961.

Untersuchungsmaterial

Conseil Permanent International pour l'Exploration de la Mer:

- (a) *Bulletin Hydrographique*, 1902—1956, Copenhagen.
- (b) *ICES Oceanographic Data Lists*, 1957—1964, Copenhagen.
- (c) *Annales Biologiques*, 1958—1967, Copenhagen.

Merentutkimuslaitoksen Julkaisu, 1924—1964, Helsinki.

Meddelande från Havsfiskelaboratoriet Lysekil, Hydrografiska avdelningen, 1963—1970, Göteborg.

International Baltic Year Data: GRD, Poland, Sweden.

Abschluß der Arbeit: 30. 3. 1972

Anschrift des Verfassers:

Dr. W. MATTHÄUS,
Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

Vergleichende Betrachtungen von Methoden zur Ermittlung von Jahrgängen ozeanographischer Parameter

VON WOLFGANG MATTHÄUS, GÜNTHER SAGER UND RUDOLF SAMMLER

Zusammenfassung: Anhand täglicher Beobachtungen der Oberflächentemperatur am Feuerschiff „Kiel“ im Jahre 1965 werden Methoden zur Berechnung von Jahrgängen ozeanographischer Parameter miteinander verglichen. Es werden Schlußfolgerungen für die praktische Anwendung der übergreifenden Mittelwertbildung, der Harmonischen Analyse und der Ausgleichung der Meßwerte durch eine Linearkombination trigonometrischer Funktionen mitgeteilt.

Zur Gewinnung ozeanographischen Beobachtungsmaterials aus der gesamten Wassersäule ist man, abgesehen von Küstenstationen, im allgemeinen auf Schiffe oder Bojen angewiesen, die selbst- oder fernregistrierende Meßgeräte tragen. Die meisten, heute zur Verfügung stehenden und über größere Zeiträume beobachteten Werte verdanken wir dem Einsatz von Forschungsschiffen bzw. Feuerschiffen (Vertikalprofile), Handelsschiffen und Fischereifahrzeugen (Oberflächenwerte). Dabei kann örtlich und zeitlich homogenes Material nur von Feuerschiffen und Küstenstationen erwartet werden, wobei unter homogenem Material die am gleichen Ort in regelmäßigen Zeitabständen gewonnenen Meßwerte zu verstehen sind. Für die offene See mit größeren Tiefen liegen lediglich die im allgemeinen sowohl örtlich als auch zeitlich inhomogenen Oberflächendaten der Handelsschiffe und Fischereifahrzeuge und das zumindest zeitlich inhomogene Beobachtungsmaterial der Forschungsschiffe vor. Zur Berechnung mittlerer Jahrgänge ozeanographischer Parameter aus diesen Daten stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, von denen die übergreifende Mittelwertbildung, die Harmonische Analyse und die Ausgleichung der Meßwerte durch eine Linearkombination trigonometrischer Funktionen am Beispiel des Oberflächentemperaturgangs näher betrachtet werden sollen.

Für die Untersuchungen wurden die täglichen Beobachtungen (08^h MEZ) der Oberflächentemperatur am Feuerschiff „Kiel“ im Jahre 1965 [1] herangezogen, weil diese Jahresreihe eine relativ große interdiurne Veränderlichkeit besitzt. Insgesamt wurden $l = 183$ Meßwerte verwendet, die unter Vernachlässigung jeder 2. Beobachtung den 1., 3., 5., 7., . . . , 363. und 365. Tag des Jahres repräsentieren. Die Beschränkung auf jeden zweiten Meßwert war notwendig, weil der Kleinrechner Cellatron C 8205 des Instituts für Meereskunde nur eine begrenzte Anzahl von Speicherplätzen zur Verfügung hat.

Auf die Eigenarten und Möglichkeiten, die die übergreifende Mittelwertbildung und die Ausgleichung durch Linearkombinationen trigonometrischer Funktionen bieten, ist von SAGER [2] und MATTHÄUS [3] bereits berichtet worden. Es sollen daher die Berechnungsmethoden nur kurz erläutert werden:

1. Bei der übergreifenden Mittelwertbildung wird der Glättungseffekt ausgenutzt, der durch die Einbeziehung der einem Meßwert benachbarten Beobachtungswerte in die Mittelbildung erreicht wird. Eine m -fach übergreifende Mittelung erfordert $l + (m - 1)$ Meßwerte, die zeitlich äquidistant sein müssen.
2. Die Harmonische Analyse einer Punktfolge liefert eine Fourierreihe der Form

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k t + b_k \sin k t) \quad (1)$$

mit unendlich vielen Gliedern, wobei die Fourierkoeffizienten nach

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l y_i, \\ a_k &= \frac{2}{l} \sum_{i=1}^l y_i \cos (i-1) \frac{2\pi k}{l}, \\ b_k &= \frac{2}{l} \sum_{i=1}^l y_i \sin (i-1) \frac{2\pi k}{l} \end{aligned} \right\} \quad (1a)$$

berechnet werden. Die Reihe wird im allgemeinen bei einem vorgegebenen k willkürlich abgebrochen, und die Glieder $k+1$, $k+2$, ... bleiben unberücksichtigt. Damit werden die Koeffizienten a_k und b_k unabhängig von der Zahl n der Glieder. Mit Hilfe der Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} y &= A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos (k t - \alpha_k), \\ A_k &= \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \\ \alpha_k &= \arctan \frac{b_k}{a_k} \end{aligned} \right\} \quad (1b)$$

lassen sich die Amplituden A_k und Phasenkonstanten α_k der Jahreshauptwelle und der ganzzahligen Vielfachen dieser Grundschwingung berechnen. Für die Harmonische Analyse müssen ebenfalls zeitlich äquidistante Meßwerte zur Verfügung stehen.

3. Bei dem dritten Berechnungsverfahren werden die l Meßwerte durch eine Linearkombination von Sinus- und Kosinusfunktionen der Form

$$y = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k t + b_k \sin k t) \quad (2)$$

ausgeglichen. Aus den l linearen Fehlergleichungen

$$v_i = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k t_i + b_k \sin k t_i) - y_i \quad (2a)$$

erhält man nach der GAUSSSchen Ausgleichsbedingung

$$[v v] = \text{Minimum}$$

durch Nullsetzen der partiellen Differentialquotienten

$$\frac{\partial [v v]}{\partial a_0}, \quad \frac{\partial [v v]}{\partial a_k}, \quad \frac{\partial [v v]}{\partial b_k}$$

die $2k+1$ Normalgleichungen

$$\left. \begin{aligned} a_0 l + \sum_{k=1}^n (a_k [\cos k t] + b_k [\sin k t]) - [y] &= 0, \\ a_0 [\cos m t] + \sum_{k=1}^n (a_k [\cos k t \cos m t] + b_k [\sin k t \cos m t]) - [y \cos m t] &= 0, \\ a_0 [\sin m t] + \sum_{k=1}^n (a_k [\cos k t \sin m t] + b_k [\sin k t \sin m t]) - [y \sin m t] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2b)$$

$(m = 1, 2, 3, \dots, k).$

Aus der Berechnung der Koeffizientendeterminante D und der Determinanten D_1 , D_{2k} und D_{2k+1} dieses inhomogenen linearen Gleichungssystems folgt für die $2k+1$ Koeffizienten

$$a_0 = \frac{D_1}{D}, \quad a_k = \frac{D_{2k}}{D}, \quad b_k = \frac{D_{2k+1}}{D}. \quad (2c)$$

Die Koeffizienten a_k und b_k sind von der Anzahl n der vorgegebenen Oberwellen abhängig, weil die Ausgleichung nach der GAUSSSchen Minimalbedingung in Abhängigkeit von n die jeweils beste Kurve durch das Meßwertkollektiv legt. Eine zeitliche Äquidistanz der Punkte ist nicht erforderlich.

Für alle drei Methoden wird die Standardabweichung

$$s = \pm \sqrt{\frac{[v v]}{l-1}} \quad (3)$$

berechnet, um ein Maß für die mittlere Abweichung der Einzelmessung vom Mittelwert bzw. von der Ausgleichskurve zu bekommen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in Abb. 1 und 2 dargestellt. Die obersten und untersten Punktfolgen entsprechen den Originalwerten, für die die angegebenen Temperaturskalen gelten. Die Darstellungen sind dann jeweils um einen 4°C entsprechenden Betrag gegeneinander verschoben wiedergegeben.

Die Harmonische Analyse des Jahresgangs ergibt im allgemeinen nur geringe Abweichungen der Koeffizienten a_k und b_k gegenüber den durch Ausgleichung erzielten Werten, wie es bei äquidistantem Beobachtungsmaterial auf Grund der Berechnungsmethodik auch zu erwarten ist. Lediglich bei $k=1$ sind Abweichungen größer als $0,1^\circ\text{C}$ zu beobachten. Auch die Unterschiede in den

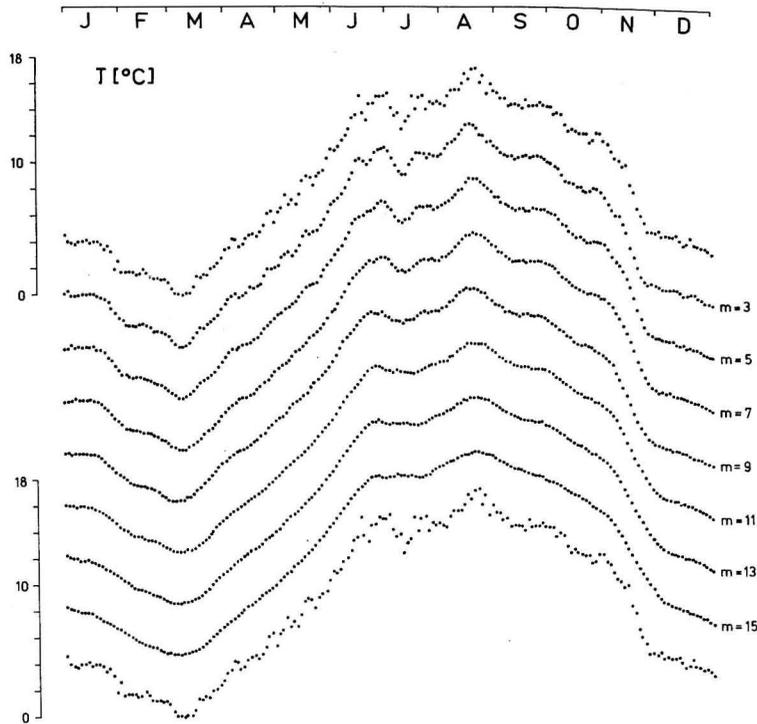


Abb. 1. Mittlerer Jahresgang der Oberflächentemperatur am Feuerschiff „Kiel“ im Jahre 1965 bei m -fach übergreifender Mittelung

Standardabweichungen (s. Tab. 1) sind sehr gering, so daß auf die Darstellung der Ergebnisse der Harmonischen Analyse verzichtet werden kann.

Die Eigenschaften der Berechnungsmethoden bewirken, daß mit wachsendem m und mit abnehmendem k der Glättungseffekt größer wird. Etwa gleiche Glättung, bezogen auf die Standardabweichung, zeigen die Kurven bei $m = 9$ und $k = 11, 12$ oder bei $m = 15$ und $k = 8$ (vgl. auch Abb. 3). Aus diesen Eigenarten folgt auch, daß sich neben den Extremwerten der Zeitpunkt des Eintritts der Extrema in Abhängigkeit von m und k verlagert. Diese Verschiebung ist bei der Ausgleichung infolge der vorgegebenen Periodizität bis $k = 4$ (Maximum) bzw. $k = 2$ (Minimum) weitaus größer als bei der Mittelwertbildung und nimmt mit wachsendem k ab, wie Tab. 2 ausweist. Darüber hinaus ergeben sich bei einer einzelnen Jahresreihe am Anfang und am Ende des Jahres größere Abweichungen zwischen den Originalwerten und der ausgeglichenen Kurve, die durch Sprünge und Richtungsknicks am Periodenende gekennzeichnet und ebenfalls auf die der Ausgleichsmethode zugrunde liegenden Periodizitäten zurückzuführen sind.

Für die übergreifende Mittelwertbildung von $m = 3$ bis $m = 15$ wurden auf dem Kleinrechner Cellatron C 8205 bei 183 Werten rund 90 Minuten Rechenzeit

Tabelle 1

Standardabweichungen s der Einzelwerte von den Mittelwerten bzw. ausgeglichenen Kurven bei verschiedenem m bzw. k

Übergreifende Mittelwertbildung		Harmonische Analyse		Ausgleichung	
m	s [°C]	k	s [°C]	k	s [°C]
3	0,276	1	1,065	1	1,055
5	0,323	2	1,046	2	1,038
7	0,365	3	0,858	3	0,857
9	0,403	4	0,786	4	0,787
11	0,440	5	0,591	5	0,589
13	0,479	6	0,545	6	0,546
15	0,517	7	0,537	7	0,537
		8	0,506	8	0,505
		9	0,493	9	0,494
		10	0,411	10	0,413
		11	0,400	11	0,400
		12	0,395	12	0,395
		13	0,387	13	0,388
		14	0,378	14	0,364

Tabelle 2

Verlagerung der Extremwerte in Abhängigkeit von m bzw. k

Übergreifende Mittelwertbildung			Ausgleichung			Übergreifende Mittelwertbildung			Ausgleichung		
m	t [Tg]	T [°C]	k	t [Tg]	T [°C]	m	t [Tg]	T [°C]	k	t [Tg]	T [°C]
	233	17,2		233	17,2		65/67	0,0		65/67	0,0
3	231	16,9	1	228,0	15,9	3	65/67	0,0	1	46,0	1,1
5	229-233	16,7	2	225,1	16,0	5	65/67	0,1	2	49,8	1,2
7	231	16,6	3	224,0	15,5	7	65/67	0,2	3	68,2	1,3
9	229/233	16,4	4	213,1	15,3	9	63-69	0,4	4	66,7	0,8
11	227-235	16,2	5	235,3	15,8	11	63-67	0,5	5	60,4	0,3
13	229-233	16,1	6	235,4	16,2	13	61-65	0,6	6	63,7	0,5
15	231/233	16,0	7	233,5	16,1	15	61-65	0,7	7	63,6	0,6
			8	230,3	16,3				8	63,8	0,3
			9	229,0	16,4				9	64,9	0,5
			10	234,4	16,5				10	69,4	0,2
			11	233,7	16,5				11	67,7	0,2
			12	233,8	16,6				12	67,6	0,1
			13	233,5	16,7				13	68,6	0,2
			14	233,1	16,8				14	67,2	0,1

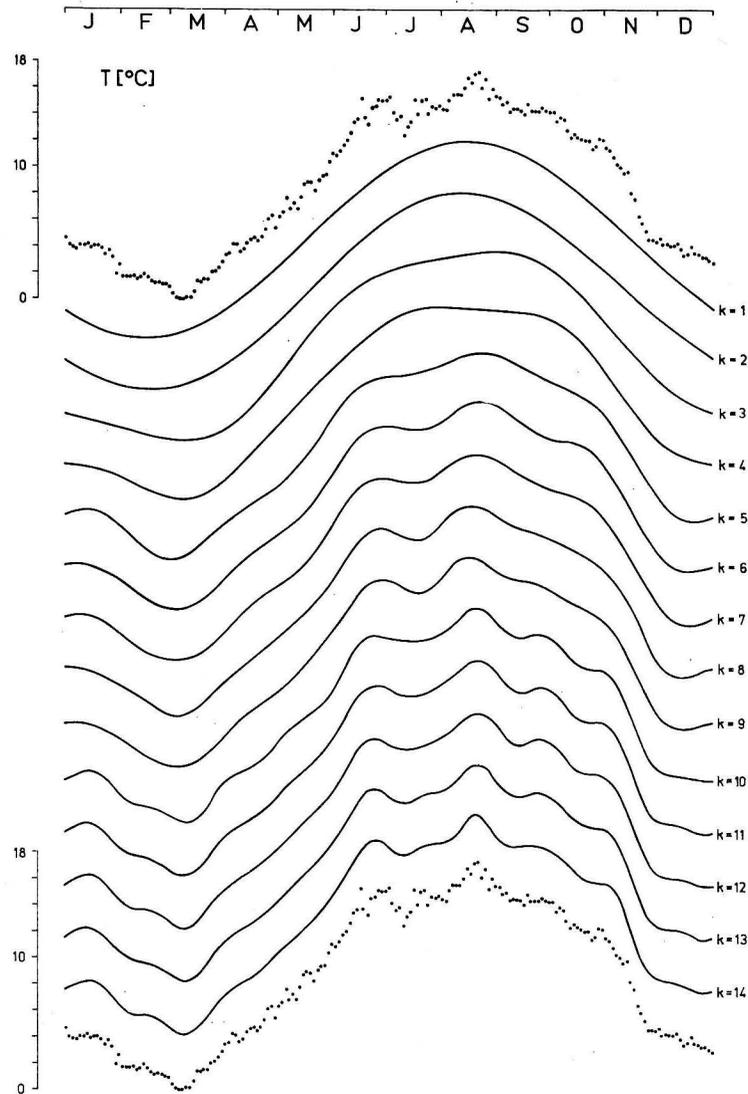


Abb. 2. Mittlerer Jahresgang der Oberflächentemperatur am Feuerschiff „Kiel“ im Jahre 1965 bei verschiedenen Koeffizienten k der Ausgleichung

benötigt. Die Ausgleichung erforderte für $k = 4$ ca. 65 Minuten. Jedes weitere $k > 4$ erhöhte die Rechenzeit etwa um den Faktor 1,2.

Aus einem Vergleich der Methoden können folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

1. Bei zeitlich äquidistanter Punktfolge ist die übergreifende Mittelwertbildung zur Berechnung des mittleren Ganges eines Einzeljahres von Vorteil. Bereits

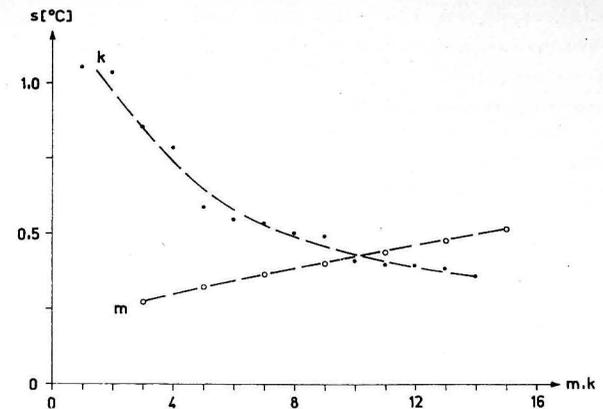


Abb. 3. Standardabweichungen s der Einzelwerte von den Mittelwerten bzw. Ausgleichskurven in Abhängigkeit von m bzw. k

bei kleinem m erreicht man eine bedeutende Glättung. Entsprechend dem gewählten m kann man beliebigen Unregelmäßigkeiten in etwa gewünschtem Grad folgen oder sie unterdrücken. Bei Mitnahme der an den Periodenenden anschließenden Werte ist ein kontinuierlicher Übergang gesichert. Alle gemittelten Werte bleiben jedoch diskrete Einzelwerte, für die a priori kein funktionaler Zusammenhang gegeben werden kann. Durch Anwendung der Harmonischen Analyse kann man nachträglich einen genäherten mathematischen Ausdruck für den Kurvenverlauf bekommen.

2. Zur Bestimmung des mittleren Jahresgangs aus äquidistanten Werten eines größeren Zeitraums kann zunächst die einfache Mittelwertbildung beispielsweise zur Berechnung von Tagesmitteln aus mehrjährigen Beobachtungen angewendet werden. Diese Tagesmittelwerte können dann durch übergreifende Mittelwertbildung in gewünschtem Maße geglättet werden. Auch die umgekehrte Reihenfolge in der Anwendung beider Methoden, wobei zunächst die einzelnen Jahresreihen einer übergreifenden Mittelung unterzogen werden und anschließend durch einfache Mittelbildung ein mittlerer Jahresgang berechnet wird, könnte zum Ziel führen. Untersuchungen zu diesem Problemkreis wurden jedoch nicht angestellt.
3. Zur Berechnung des mittleren Jahresgangs aus äquidistanten Meßpunkten mehrerer Jahre geht man jedoch vorteilhafter unmittelbar von den Meßwerten aus, indem man die Ausgleichung anwendet. Da die Feinheiten des Einzeljahres bei mittleren Verteilungen über mehrere Jahre ohnehin verlorengehen, kommt man bereits mit kleinen k aus und erhält direkt einen genäherten mathematischen Ausdruck für die Kurve.
4. Die Vorteile des Ausgleichsverfahrens zeigen sich bei Meßwertfolgen mit unterschiedlichen Zeitabständen. Im Einzeljahr kann bei hinreichender Anzahl von Meßpunkten nur die Ausgleichung eine stetige Jahreskurve liefern. Die übergreifende Mittelwertbildung und die Harmonische Analyse sind bei

mittleren Jahregängen über mehrere Jahre nur dann anwendbar, wenn ein genügend großes Meßwertkollektiv zur Verfügung steht, so daß eine einfache Mittelwertbildung die Transformation der Meßwerte in eine zeitlich äquidistante Punktfolge gestattet.

Für vorbereitende Arbeiten zu diesen Untersuchungen sind die Verfasser Dipl.-Met. U. REICHEL zu Dank verpflichtet.

Literatur

- [1] Beobachtungen auf den deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee im Jahre 1965 sowie Monatsmittelwerte von Temperatur und Salzgehalt des Jahres 1965. Dt. Hydrogr. Inst., Meereskd. Beob. u. Ergebn. Nr. 23, Hamburg 1967.
- [2] SAGER, G., Eigenarten der übergreifenden Mittelwertbildung. Mber. Dt. Akad. Wiss. **13** (1971), 86–97.
- [3] MATTHÄUS, W., Die Anwendung von Ausgleichsverfahren zur Ermittlung von Jahregängen ozeanographischer Parameter. Mber. Dt. Akad. Wiss. **13** (1971), 116–121.

Abschluß der Arbeit: 25. 1. 1972

Anschrift der Verfasser:

Dr. W. MATTHÄUS, Dr. habil. G. SAGER, R. SAMMLER
Institut für Meereskunde der AdW
DDR-253 Rostock-Warnemünde

ACTA HYDROPHYSICA

Band XVII, Heft 1

Herausgegeben von H. ERTEL unter Mitwirkung von O. CZEPA,
H. HARTKE, P. MAUERSBERGER
und G. SCHELLENBERGER

1972. 61 Seiten — 3 Abbildungen — 1 Tabelle — 8° — 12,50 M
Bestell-Nr. 761 740 3 (2050/XVII/1)

Band XVII, Heft 1 der Acta Hydrophysica, enthält im wesentlichen zwei theoretische Arbeiten zu Grundwasserproblemen.

In der ersten Arbeit erläutert Peter Mauersberger die Theorie der instationären Anströmungen eines vollkommenen Brunnens im inhomogenen Grundwasserleiter. Er zeigt auf, daß sich mathematisch-physikalische Brunnenmodelle besonders gut dafür eignen, die Einflüsse verschiedener Faktoren auf die Brunnenenergiebigkeit quantitativ einzuschätzen, woraus sich wertvolle Hinweise für Theorie und Praxis ergeben.

Der Beitrag von Klaus Tiemer befaßt sich mit der Theorie der Planfiltration, die zur Berechnung großräumiger Grundwasserströmungsfelder benötigt wird, um eine rationelle Bewirtschaftung des natürlichen Grundwasserangebotes zu erreichen.

Zwei kleinere Beiträge von W. Schröder über Begleitumstände und Auswirkungen der Sturmflut von 1825 und von M. Klose über magnetisiertes Wasser vervollständigen das Heft.

Bestellungen durch eine Buchhandlung erbeten



AKADEMIE-VERLAG
DDR-108 Berlin, Leipziger Str. 3–4