

# CIRA 1972

COSPAR International Reference Atmosphere 1972

Compiled by The Committee for the COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA) of COSPAR Working Group 4 Committee on Space Research

Established by the International Council of Scientific Unions  
1972. XX, 450 Seiten — 119 Abb. — 39 Tab. — gr. 8° — Leinen  
58,— M  
Bestell-Nr. 7618692 (6127)

CIRA 1972 wurde von einem Internationalen Autorenkollektiv im Auftrag von COSPAR erarbeitet und enthält in englischer Sprache mehrere Beiträge, in denen die auf verschiedene Weise (Satelliten, Sonden, Raketenmessungen) gewonnenen neuesten Meßdaten aus der Hochatmosphäre zusammengetragen und interpretiert werden. Das Werk enthält zahlreiche Diagramme und mittels EDV errechnete Tabellen sowie Erläuterungen dazu und liefert allen Wissenschaftlern, die sich mit der Atmosphärenforschung im weitesten Sinne befassen, Grundlagenwerte für die Standardatmosphäre.

CIRA 1972 stellt somit das einzige derzeit gültige Atmosphärenmodell für die Erde dar und bildet ein wichtiges und unentbehrliches Hilfsmittel für die Forschungsarbeiten in entsprechenden wissenschaftlichen Einrichtungen der ganzen Welt.

*Bestellungen durch eine Buchhandlung erbeten*



AKADEMIE-VERLAG  
DDR-108 Berlin, Leipziger Str. 3-4

8. März 1976  
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR  
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

## BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN VON

ERICH BRUNS

UNTER MITWIRKUNG VON

OTTO KOLP, GÜNTHER SAGER, KLAUS VOIGT

HEFT 36



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1975

1976.205

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR  
INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

---

## BEITRÄGE ZUR MEERESKUNDE

HERAUSGEGEBEN VON

ERICH BRUNS

UNTER MITWIRKUNG VON

OTTO KOLP, GÜNTHER SAGER, KLAUS VOIGT

HEFT 36

Mit 51 Abbildungen und 12 Tabellen



---

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1975

## Inhalt

WOLFGANG MATTHÄUS, Mittlere Temperatur- und Sauerstoffverhältnisse in der Arkonasee am Beispiel der Station BY 2 A auf 55° N, 14° E . . . . .	5
HERBERT FRANCK, Zur Bestimmung der Streuung von Meßwerten bei mittleren Jahresgängen ozeanologischer Parameter . . . . .	29
GÜNTHER SAGER und HERBERT FRANCK, Zur Bündelung von Wellenstrahlen bei $c = c(z)$ . . . . .	53
GÜNTHER SAGER, Diagramme zu Elementen der ebenen Schwerkwellen . . . . .	61
GÜNTHER SAGER, Feininterpolation bei Gezeitenströmen . . . . .	73
GÜNTHER SAGER, Flächenhafte Interpolation bei Gezeitenströmen . . . . .	85
GÜNTHER SAGER, Die Gezeiten des Südchinesischen Meeres . . . . .	95
HANS-JÜRGEN BROSIEN und ROLAND HELM, Einige Beobachtungen über kurzfristige Veränderungen im Äquatorialen Unterstrom im Atlantischen Ozean auf 21° W . . . . .	111
KLAUS VOIGT, Kurze Mitteilung . . . . .	115
GÜNTHER SAGER, Kurze Mitteilung: Normierte Dämpfungsfunktionen . . . . .	117

Erschienen im Akademie-Verlag, 108 Berlin, Leipziger Straße 3—4

© Akademie-Verlag, Berlin, 1975

Lizenznummer: 202 · 100/477/75

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 582 Bad Langensalza

Bestellnummer: 762 2560 (2105/36), LSV 1465

Printed in GDR

EVP 35,—

## Mittlere Temperatur- und Sauerstoffverhältnisse in der Arkonasee am Beispiel der Station BY 2 A auf 55° N, 14° E

Von WOLFGANG MATTHÄUS

*Zusammenfassung:* Auf der Grundlage von 291 Serien der Temperatur (1906–1973) und 258 Serien des Sauerstoffgehalts (1921–1973) werden mittlere Jahrgänge von Temperatur, Sauerstoffgehalt und prozentualer Sauerstoffsättigung in 7 bis 8 Tiefenhorizonten des Arkonatiefs (BY 2 A; 55° 00' N, 14° 05' E) berechnet. Sowohl der Gesamtverlauf als auch die Elemente des mittleren Jahrgangs der untersuchten Parameter werden in Diagramm- und Tabellenform mitgeteilt. Die Untersuchungen zeigen für alle drei Größen auch in Bodennähe (40–45 m) einen ausgeprägten Jahrgang. In der Diskussion der Ergebnisse wird auf mögliche Zusammenhänge zwischen mittlerem Verlauf von Temperatur und Sauerstoffgehalt, vertikalem bzw. horizontalem Austausch sowie biologischen und chemischen Vorgängen hingewiesen.

### 1. Einführung

Auf Grund der ozeanologischen Besonderheiten der Seegebiete des Kattegat, der dänischen Meerengen sowie der Kieler und Mecklenburger Bucht wird dieser Teil der Ostsee als Übergangsbereich zur Nordsee (WATTENBERG, 1949) betrachtet. Erst östlich der Darßer Schwelle und südlich der Drogden-Schwelle, die mit Satteltiefen von 18 bzw. 7 m die flachsten Stellen zwischen Nord- und Ostsee bilden, beginnt die eigentliche Ostsee, deren westlicher Teil von der Arkonasee eingenommen wird.

Die Arkonasee gehört mit einem Areal von etwa 18700 km<sup>2</sup> (EHLIN, MATTISSON, ZACHRISSON, 1974) zu den kleinsten Teilgebieten der Ostsee. Rund ein Viertel dieser Fläche weist Tiefen von mehr als 40 m auf. Nordwestlich des Adlergrundes wird mit 53 m die größte Tiefe dieses Seegebietes gelotet. Der tiefere Teil der Arkonasee wird als Arkonabecken bezeichnet, dessen Berandung durch die 30 m-Isobathe gegeben sei. Das Wasservolumen im Becken beträgt nur 70 km<sup>3</sup>. Im Südosten bewirken die untermeerischen Erhebungen der Rönnebank, des Adlergrundes und der Oderbank, deren maximale Tiefe etwa 27 m beträgt, die aber größtenteils weniger als 20 m, auf dem Adlergrund und der Oderbank weniger als 10 m Tiefe haben, eine weitgehende Abriegelung von der tieferen Bornholmsee. Dagegen gestattet die Schwelle zwischen Schonen und der Insel Bornholm, die die Arkonasee im Nordosten begrenzt, mit einer maximalen Tiefe von 45 m eine nahezu ungehinderte Verbindung mit der Bornholmsee. Der Austausch zwischen der Arkonasee und dem Übergangsbereich

einerseits vollzieht sich im wesentlichen über die Darßer Schwelle und in geringerem Maße über die Drogden-Schwelle, mit der Bornholmsee andererseits fast ausschließlich über das Bornholmsgat.

Da sich die Hauptachse des im allgemeinen zur zentralen Ostsee gerichteten Tiefenstroms durch die ablenkende Kraft der Erdrotation gewöhnlich nicht mit dem Talweg durch das Arkonabecken deckt, wird die für unsere Untersuchungen herangezogene internationale Station BY 2 A begünstigt. Diese Station liegt auf  $55^{\circ}00' N$  und  $14^{\circ}05' E$  in der zentralen Arkonasee und hat eine Wassertiefe von mehr als 45 m. Sie wurde bereits von der I. Konferenz der Ostseeoceanographen im Jahre 1957 in Helsinki in das Netz der Standardstationen aufgenommen und gehört in der Arkonasee zu den am häufigsten von den Forschungsschiffen der Ostseeanlieger ozeanographisch vermessenen Positionen. Einschließlich der Messungen auf nationalen Stationen der DDR (41 d bzw. 110 auf  $54^{\circ}58,6' N$ ,  $13^{\circ}58,7' E$ ), Polens ( $P_7$  bzw.  $A_1$  auf  $55^{\circ}02' N$ ,  $14^{\circ}01,5' E$ ), der Sowjetunion und Schwedens (S 12 auf  $55^{\circ}00' N$ ,  $14^{\circ}05' E$ ) stand Beobachtungsmaterial von 291 hydrographischen Serien der Temperatur aus dem Zeitraum 1906–1973 und 258 Serien des Sauerstoffs aus dem Zeitraum 1921 bis 1973 für die Auswertung zur Verfügung. Die Beobachtungswerte wurden den im Literaturverzeichnis aufgeführten Publikationen entnommen.

In sieben bzw. acht Tiefenhorizonten wurde der mittlere Jahresgang von Temperatur, Sauerstoffgehalt und prozentualer Sauerstoffsättigung durch Ausgleichung der Meßwerte mit Hilfe einer Linearkombination trigonometrischer Funktionen berechnet (MATTHÄUS, 1971). Die Anzahl der zu bestimmenden Amplituden der Grund- und Oberwellen wurde auf Grund von Erfahrungswerten aus ähnlichen Berechnungen und speziellen Untersuchungen zu diesem Problem (FRANCK, MATTHÄUS, 1974) auf 4 begrenzt. Die prozentuale Sauerstoffsättigung wurde nach GREEN und CARRITT (1967) bestimmt. Sämtliche Berechnungen wurden auf der elektronischen Rechenanlage Cellatron C 8205 des Instituts für Meereskunde, Warnemünde, ausgeführt.

Die Berechnung von mittleren Jahresgängen und Verteilungen dient im allgemeinen der hydrographischen Charakterisierung einzelner Seegebiete und der Bestimmung von Anomalien der Einzeljahre. Auf die Möglichkeiten und die Problematik der Berechnung mittlerer Jahresgänge aus zeitlich inhomogenem und nichtäquidistantem Beobachtungsmaterial ist an anderer Stelle bereits hingewiesen worden (MATTHÄUS, 1971; MATTHÄUS, SAGER, SAMMLER, 1974). Für das Arkonabecken als der „hauptsächlichen Mischpfanne der ganzen Ostsee“ (WÜST, 1957) kommen noch die komplizierten thermischen Schichtungsverhältnisse (KALLE, 1953; WÜST, 1957) und die damit verbundenen großen räumlichen und zeitlichen Variabilitäten im Sommer (HELA, KRAUSS, 1959; SIEDLER, 1961; KIELMANN, KRAUSS, KEUNECKE, 1973) hinzu. Die innere thermische Unruhe ist in der Nähe der Grenzflächen Wasser/Luft und Wasser/Meeresgrund am geringsten und erreicht in Tiefen zwischen 20 und 40 m beträchtliche Werte. Die Ursache der großen Variabilität ist in den internen Wellen zu suchen, von denen die internen Seiches und Querschwingungen der Ostsee

in der Arkonasee eine bestimmende Rolle zu spielen scheinen (HELA, KRAUSS, 1959; KRAUSS, MAGAARD, 1961). Bei quasikontinuierlichen Temperaturmessungen wurden in Tiefen von 22 m Variabilitäten von mehr als 9 Grad in 16 Stunden (28. 8. 58 auf  $54^{\circ}54,8' N$ ,  $13^{\circ}19,7' E$ ; HELA, KRAUSS, 1959), in 30 m Tiefe von etwa 7 Grad in wenigen Stunden (Juni/Juli 1968 auf  $55^{\circ}02,4' N$ ,  $13^{\circ}50,6' E$ ; TOMCZAK, 1969) und am Westrand des Arkonabeckens in 20 m Tiefe von knapp 7 Grad in nur 20 Minuten (Juli 1970 auf  $54^{\circ}47,7' N$ ,  $13^{\circ}03,5' E$ ; FRANCK, 1976) gefunden.

Diese großen kurzzeitigen Variationen treten aber offenbar nicht das ganze Jahr über auf. Die Untersuchungen von TOMCZAK (1969) zeigen starke Variabilitäten in der Temperatur im Jahre 1968 von Ende Mai bis Ende September vor allem in Tiefen zwischen 30 und 44 m.

Die Messungen der Forschungsschiffe können stets nur Stichproben sein. Dadurch ergeben sich, u. a. bedingt durch starke Variabilitäten, besonders große Streuungen in den Sommermonaten, die vor allem in und unterhalb der Temperatursprungschicht beobachtet werden. So wurden im Arkonatief zwischen dem 1. Juli und dem 15. September in 20 und 30 m Tiefe sowohl extrem niedrige (20 m:  $4,66^{\circ} C$  am 23. 8. 58;  $4,67^{\circ} C$  am 24. 7. 60;  $5,73^{\circ} C$  am 18. 8. 70; 30 m:  $3,75^{\circ} C$  am 23. 8. 58;  $3,92^{\circ} C$  am 13. 9. 62;  $4,76^{\circ} C$  am 9. 8. 61) als auch hohe Temperaturen (20 m:  $19,35^{\circ} C$  am 20. 8. 59;  $19,01^{\circ} C$  am 13. 8. 59;  $18,76^{\circ} C$  am 11. 8. 59; 30 m:  $16,57^{\circ} C$  am 9. 9. 69;  $16,30^{\circ} C$  am 28. 8. 72) gemessen. Damit weist das auf der Station BY 2 A gewonnene Material jedoch keine größeren Streuungen als beispielsweise die in der Gotlandsee im Bereich der sommerlichen Temperatursprungschicht gemessenen Werte auf (vgl. MATTHÄUS, 1973).

In den übrigen Jahreszeiten bewegen sich die Streuungen in Grenzen, die eine Größenordnung unterhalb der mittleren Jahresschwankung liegen, so daß die Berechnung mittlerer Jahresgänge auch von diesem Gesichtspunkt aus gerechtfertigt erscheint. Untersuchungen zur Variabilität im Sauerstoffgehalt sind für die Arkonasee nicht verfügbar.

## 2. Die Schichtungsverhältnisse in der Arkonasee

Umfangreichere Untersuchungen über die Schichtungsverhältnisse in der Arkonasee wurden vorwiegend im Sommer vorgenommen (WATTENBERG, 1940; WÜST, BROGMUS, 1955; WÜST, 1957; HELA, KRAUSS, 1959; HUPFER, 1961; KIELMANN, KRAUSS, KEUNECKE, 1973). Die winterlichen Verhältnisse sind nur selten (KRAUSE, 1969) einer eingehenderen Betrachtung unterzogen worden.

Die Extrema der Schichtung liegen im Winter und im Sommer. Dazwischen existieren Übergangssituationen, die insbesondere durch den Jahresgang der Temperatur, im Oberflächenbereich unmittelbar und im Tiefenwasser mittelbar, beeinflusst werden.

Im Winter ist im allgemeinen eine einfache Schichtung vorhanden. Eine schwache thermische Sprungschicht und eine haline Sprungschicht, die das

baltische Winterwasser von dem salzreichen Tiefenwasser trennen, liegen im allgemeinen in Tiefen von etwa 40 m. Unter Tiefenwasser soll im folgenden die Wassermasse unterhalb der Salzgehaltssprungschicht verstanden werden. In den flachen südlichen Randgebieten der Arkonasee tritt kaum eine Schichtung auf. In den westlichen Randgebieten ist dagegen eine thermohaline Schichtung im Wechsel mit homogenen Verhältnissen zu erwarten.

Für die Erneuerung des Tiefenwassers im Winter kommen nach KRAUSE (1969) zwei Vorgänge in Frage:

- a) das Eindringen salzreichen, kalten Wassers aus der Beltsee, das im allgemeinen in relativ kleinen Mengen erfolgt und horizontal wie vertikal zu sehr begrenzten Erneuerungen führt,
- b) die lokale extreme Abkühlung von baltischem Oberwasser (vermutlich in den Randgebieten des Arkonabeckens), wodurch das Tiefenwasser auch nur in sehr kleinen räumlichen Abmessungen erneuert wird.

Herbst und Winter liefern darüber hinaus günstige Bedingungen für Salzwassereinbrüche größerer Intensität. WOLF (1972) fand zwischen 1950 und 1968 zwanzig derartige Salzwassereinbrüche, die sämtlich zwischen Ende September und Ende März stattfanden. Unter *Salzwassereinbrüchen* soll das bei günstigen meteorologischen und ozeanologischen Bedingungen (extreme Einstromlagen) in wenigen Tagen ablaufende Einströmen größerer Wassermengen hohen Salzgehaltes verstanden werden. Salzwassereinbrüche erlangen im allgemeinen für das Tiefenwasser der gesamten Ostsee Bedeutung. Das durch gewöhnliche Einstromlagen häufiger hervorgerufene und in kleinen Mengen vor sich gehende, quantenweise Eindringen salzreicheren Wassers wird im folgenden als *Intrusion* bezeichnet. Intrusionen sind nur örtlich begrenzt von Bedeutung und reichen oft nicht über das Arkonabecken hinaus.

Mit fortschreitender Erwärmung des Oberflächenwassers im Frühjahr verschwindet das in der Arkonasee entstandene Winterwasser durch Vermischung. Das Tiefenwasser im Arkonabecken zeigt nur sehr geringe Tendenz zur Vermischung mit dem baltischen Oberwasser (KRAUSE, 1969). Innerhalb des Tiefenwassers scheint häufig auch nur eine unvollkommene Vermischung stattzufinden (DIETRICH, 1961), insbesondere im ersten Stadium der Ausbreitung eingeströmten Wassers (KRAUSE, 1969).

Im Sommer wird der thermohaline Aufbau der Arkonasee sehr kompliziert. In den flachen westlichen Randgebieten ist die sommerliche Schichtung im allgemeinen durch zwei Wasserarten gekennzeichnet, durch das relativ salzarme und warme Oberwasser, das durch die thermische, haline und Dichtesprungschicht von dem relativ salzreichen kühleren Tiefenwasser getrennt ist.

In den zentralen, also den tieferen Teilen der Arkonasee sind vier grundlegende, quasipermanente Wasserarten (nach WÜST, BROGMUS, 1955; HELA, KRAUSS, 1959) zu beobachten: Baltisches Oberwasser, baltisches Zwischenwasser, Mischwasser (von Westen) und salzreiches Tiefenwasser.

### A. Baltisches Oberwasser

Unter baltischem Oberwasser ist die salzarme Deckschicht der Arkonasee zu verstehen, die im Sommer bis in 20–25 m Tiefe reicht und deren Untergrenze durch die Temperatursprungschicht gebildet wird.

### B. Baltisches Zwischenwasser

Das kalte baltische Zwischenwasser ist unterhalb der Temperatursprungschicht anzutreffen und rekrutiert sich aus dem im Winter überall in der Ostsee gebildeten Winterwasser. Es ist durch ein Temperaturminimum oberhalb der Salzgehaltssprungschicht gekennzeichnet und unterliegt offenbar beträchtlichen advektiven Verschiebungen (HELA, KRAUSS, 1959). Im Arkonabecken dürfte sich daher das kalte Zwischenwasser kaum von der winterlichen Vertikal-konvektion bis Ende August halten, ohne sich mit dem umgebenden Wasser zu mischen. Es wird angenommen, daß das Zwischenwasser, bedingt durch Schwingungsvorgänge, als „Kaltwasserzunge“ zeitweise über die Bornholmschwelle ins Arkonabecken hineinreicht und bei der Gegenschwingung wieder zurückgezogen wird (KALLE, 1953). Dabei kommt es nach HELA und KRAUSS (1959) zum Abschnüren einzelner Teile der „Kaltwasserzunge“, die als „Tropfen“ oder „Ballen“ im Arkonabecken verbleiben. Diese Struktur des baltischen Zwischenwassers kann als Folge des Einflusses interner Wellen gedeutet werden (HELA, KRAUSS, 1959).

### C. Mischwasser (von Westen)

Unterhalb der salzarmen Deckschicht bzw. des baltischen Zwischenwassers sind häufig quantenartige Einschübe schmaler wärmerer Wasserkörper zu beobachten, die von Westen über die Darßer Schwelle vordringen (WÜST, BROGMUS, 1955; WÜST, 1957; HELA, KRAUSS, 1959; KIELMANN, KRAUSS, KEUNECKE, 1973). Diese Warmwasserintrusionen, die im allgemeinen nur geringe vertikale Mächtigkeiten (2,5–10 m) haben, lagern sich entsprechend ihrer Dichte innerhalb der Salzgehalts- und Dichtesprungschicht in blättriger Struktur untereinander und verursachen mehrere intermediäre Temperaturmaxima und -minima. HELA und KRAUSS' (1959) fanden beispielsweise das Einfließen neuen Mischwassers in Tiefen von 30, 40 und 42 m.

Die Intrusionen werden vermutlich durch den wetterbedingten Wechsel von Ein- und Ausstromlagen verursacht (WÜST, 1957). Die blättrige Struktur der Vertikalverteilung könnte auf advektive Vorgänge zurückzuführen sein (HELA, KRAUSS, 1959). Die Warmwasserlinsen bleiben über weite Strecken (bis zur Mittelbank) und wahrscheinlich auch längere Zeiträume erhalten (WÜST, BROGMUS, 1955). Die Grenze zwischen baltischem Zwischenwasser und dem verhältnismäßig neuen Mischwasser fällt mit einem starken Gefälle im Sauerstoffgehalt zusammen.

### D. Salzreiches Tiefenwasser

Salzreiches Wasser kann nur von Westen in das Arkonabecken eindringen. Die Zufuhr salzreichen Wassers wirkt sich nur innerhalb einer dünnen Bodenschicht aus. Je nach Alter kann im Sommer sowohl wärmeres (aus Intrusionen in der warmen Jahreszeit) als auch kälteres salzreiches Wasser (Reste winterlicher Salzwassereinschübe oder -intrusionen) in Bodennähe auftreten. Intrusionen von salzreicherem Wasser erlangen oft nur örtlich begrenzt für das Arkonabecken Bedeutung. Diese Wassermasse verbleibt im Tiefenwasser, unterliegt der langsamen Aussüßung und wird bei neuen Intrusionen spezifisch dichteren Wassers aus Bodennähe verdrängt. Salzwassereintrüche, wie sie im Herbst und Winter auftreten können, dringen über das Arkonabecken hinaus auch weiter in die zentrale Ostsee vor.

### 3. Untersuchungsergebnisse

Zunächst wurde in Abb. 1 zur Beurteilung der Verteilung der Meßwerte eine Häufigkeitsdarstellung aller vorkommenden zeitlichen Abstände  $\Delta t$  zwischen den im Jahresverlauf chronologisch geordneten Beobachtungsterminen der Temperatur und des Sauerstoffgehaltes aufgetragen. Es zeigt sich, daß bei dem

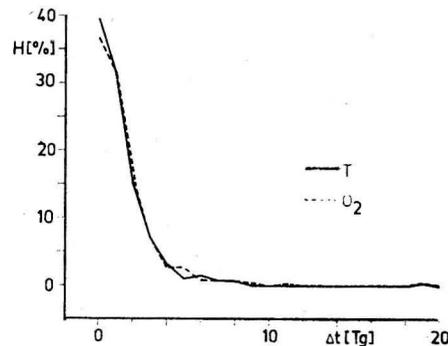


Abb. 1. Häufigkeitsverteilung  $H$  der Zeitabstände  $\Delta t$  zwischen den im Jahresverlauf geordneten Messungen der Temperatur bzw. des Sauerstoffgehaltes

weniger umfangreichen Material des Sauerstoffs größere  $\Delta t$  etwas häufiger auftreten. Wie bei vielen Stationen in der offenen Ostsee ist auch im Arkonatief zum Jahreswechsel die größte zeitliche Lücke in den Messungen zu beobachten.

In den Abb. 2, 4 und 6 sind die mittleren Jahresgänge von Temperatur (1906 bis 1973), Sauerstoffgehalt (1921–1973) und prozentualer Sauerstoffsättigung (1921–1973) dargestellt, die aus den in Tab. 1–3 zusammengestellten Amplituden unter Berücksichtigung der Phasen berechnet wurden. Dabei liefert die an der Zeitachse dieser Diagramme aufgetragene Anzahl der monatlich verfügbaren Meßwerte einen weiteren Einblick in die Verteilung des Beobachtungs-

materials. Von den insgesamt verfügbaren 291 Serien der Temperatur entfallen 8%, von den 258 Serien des Sauerstoffgehalts nur 5% auf die erste Hälfte unseres Jahrhunderts. Der überwiegende Teil der Messungen wurde in den Jahren nach 1960 vorgenommen (Temperatur: 71%; Sauerstoffgehalt: 80%). Einen Anhaltspunkt über die mittlere Streuung der Werte in einem Tiefenhorizont erhält man durch die in Tab. 1–3 wiedergegebene Standardabweichung. Abb. 3, 5 und 7 vermitteln einen Überblick über die Elemente des mittleren Jahresgangs von Temperatur, Sauerstoffgehalt und prozentualer Sauerstoffsättigung in Abhängigkeit von der Tiefe.

### 3.1. Temperatur

Aus der Darstellung des mittleren Jahresgangs der Temperatur (Abb. 2) lassen sich zwei Schichten mit unterschiedlichen thermischen Eigenschaften charakterisieren: Die Deckschicht zwischen der Oberfläche und etwa 20–30 m und das Tiefenwasser in 40–45 m (vgl. auch Abb. 3).

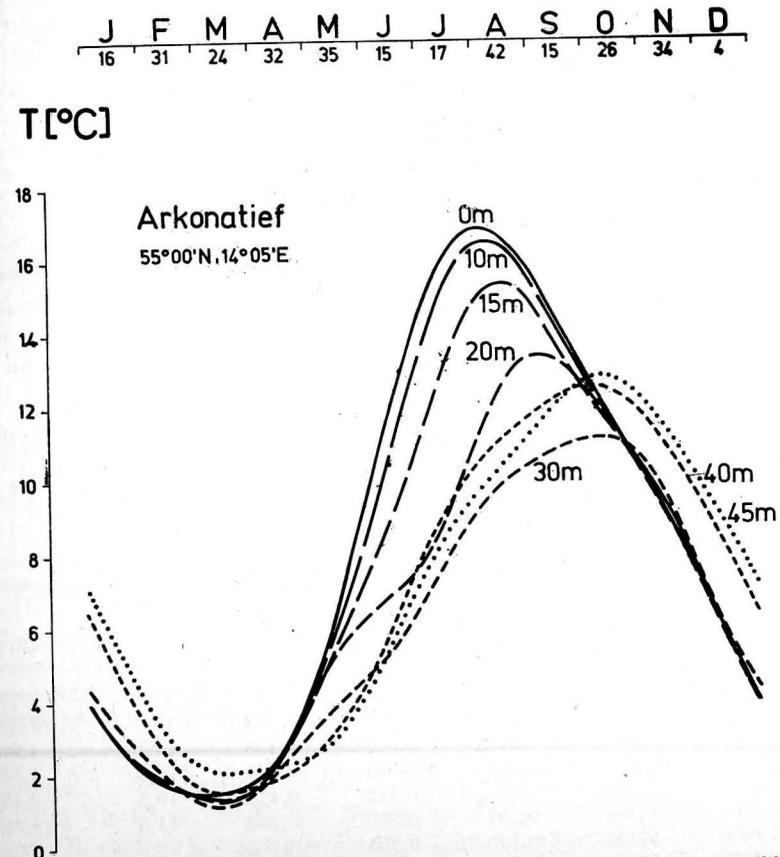


Abb. 2. Mittlerer Jahresgang der Temperatur im Arkonatief im Zeitraum 1906–1973

Die Deckschicht ist im Mittel von Mitte Oktober bis Mitte April annähernd homotherm. Anfang bis Mitte März tritt das Minimum mit Temperaturen von 1,2 bis 1,6 °C ein, und Mitte April beginnt die Ausbildung der Temperaturschichtung im Oberflächenbereich. Die Schicht zwischen 0 und 20 m erwärmt sich schnell und ist Anfang Mai bereits um mehr als 2 Grad wärmer als das Wasser in 30 m Tiefe. In den oberen 20 m beginnt Mitte Mai mit dem mittleren Einsetzen windschwacher Wetterlagen die thermische Differenzierung und erreicht ihre stärksten Gradienten zwischen 15 und 20 m im Juli. Die mittleren Maxima in 0–10 m mit 16,9 bzw. 16,5 °C werden Anfang August erreicht. Mit dem Abbau der starken sommerlichen Temperaturschichtung dringt die Wärme in größere Tiefen vor, und das mittlere Temperaturmaximum von 13,4 °C in 20 m bzw. 11,2 °C in 30 m verschiebt sich auf Anfang September bzw. Oktober (vgl. Abb. 3d). Unterstützt durch die zunehmende Häufigkeit größerer Windstärken im Herbst (MARKGRAF, BINTIG, 1954) wird die Deckschicht im Oktober/November wieder homotherm.

Die Temperaturen im Tiefenwasser (40–45 m) sind im Mittel von Anfang Oktober bis Ende Februar stets höher als diejenigen in der Deckschicht (maximal um mehr als 2 Grad) und fast das ganze Jahr hindurch (außer Mitte April bis Ende Mai) höher als in 30 m Tiefe. Jahresmittelwert  $A_0$  und Amplitude der jährlichen Welle  $A_1$  (vgl. Abb. 3a und Tab. 1) haben in 30 m ein Minimum und liegen im Tiefenwasser rund 1 Grad ( $A_0$ ) bzw. 0,5–0,7 Grad ( $A_1$ ) höher als in 30 m. Das Temperaturminimum in 40 bzw. 45 m wird Mitte März mit 1,5 bzw. 2,1 °C, das Maximum Anfang Oktober mit 12,6 bzw. 12,8 °C erreicht.

Die Standardabweichungen (Tab. 1) liegen im Oberflächenbereich (0–20 m) niedriger als bei früheren Untersuchungen des Jahresgangs der Temperatur in der offenen Gotlandsee (MATTHÄUS, 1973). Das wird zum Teil durch das größere Meßwertkollektiv verursacht. Im Tiefenwasser treten jedoch größere Streuungen der Meßwerte und damit größere Standardabweichungen auf, die vor allem auf advective Prozesse zurückzuführen sind.

Aus Abb. 3e kann man die Extremwerte des mittleren Jahresgangs und die absolut höchsten und niedrigsten beobachteten Temperaturen ablesen. Am 20. 8. 1959 wurden bis in 20 m die höchsten Werte gemessen (0 m: 22,41 °C;

Tabelle 1

Elemente des mittleren Jahresgangs der Temperatur im Arkonatief ( $A_0$  = Jahresmittelwert;  $A_k$  = Amplitude der  $k$ -ten Oberwelle;  $s$  = Standardabweichung)

$z$ [m]	$A_0$ [°C]	$A_1$ [°C]	$A_2$ [°C]	$A_3$ [°C]	$A_4$ [°C]	$A_2/A_1$ [%]	$s$ [°C]
0	8,422	7,548	1,149	0,469	0,089	15,2	1,437
5	8,357	7,470	1,160	0,540	0,061	15,5	1,375
10	8,190	7,280	1,026	0,508	0,153	14,1	1,386
15	7,663	6,710	0,621	0,367	0,371	9,3	1,529
20	6,866	5,698	0,586	0,312	0,414	10,3	2,122
30	6,115	4,888	0,551	0,063	0,253	11,3	1,982
40	7,048	5,625	0,145	0,204	0,175	2,6	1,731
45	7,143	5,399	0,247	0,157	0,236	4,6	1,635

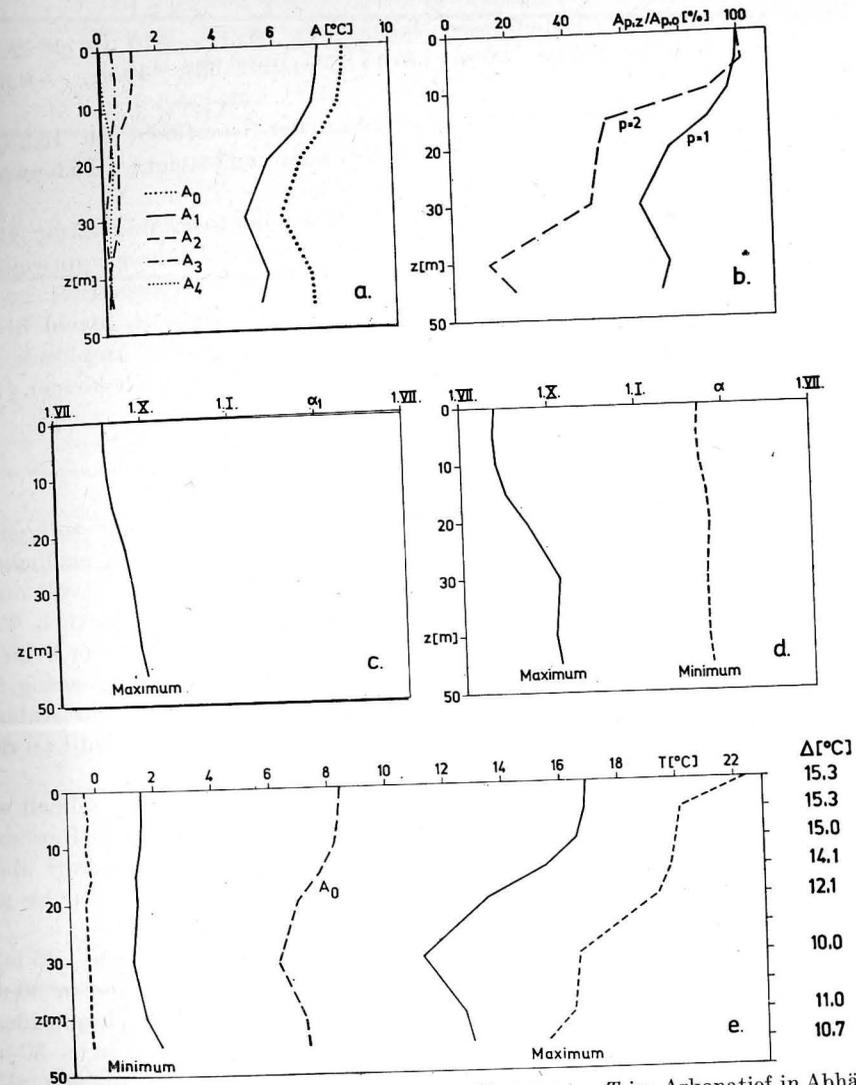


Abb. 3. Elemente des mittleren Jahresgangs der Temperatur  $T$  im Arkonatief in Abhängigkeit von der Tiefe  $z$

a) Amplituden  $A$ ; b) Prozentuale Änderung der Amplituden  $A_1$  und  $A_2$ , bezogen auf die Oberflächenwerte; c) Phasenverschiebung  $\alpha_1$  der mittleren jährlichen harmonischen Welle; d) Phasenverschiebung  $\alpha$  der Extrema des mittleren Jahresgangs; e) Extrema des mittleren Jahresgangs (ausgezogen), absolut höchste bzw. niedrigste Werte (gerissen) und mittlere Jahresschwankung  $\Delta$

10 m: 19,99 °C; 20 m: 19,35 °C). Selbst im Tiefenwasser wurden in Einzelfällen noch Höchstwerte von mehr als 15 °C gefunden [40 m: 16,35 °C (9. 9. 69); 45 m: 15,42 °C (9. 9. 69)]. Negative Temperaturen wurden sowohl in der Deck-

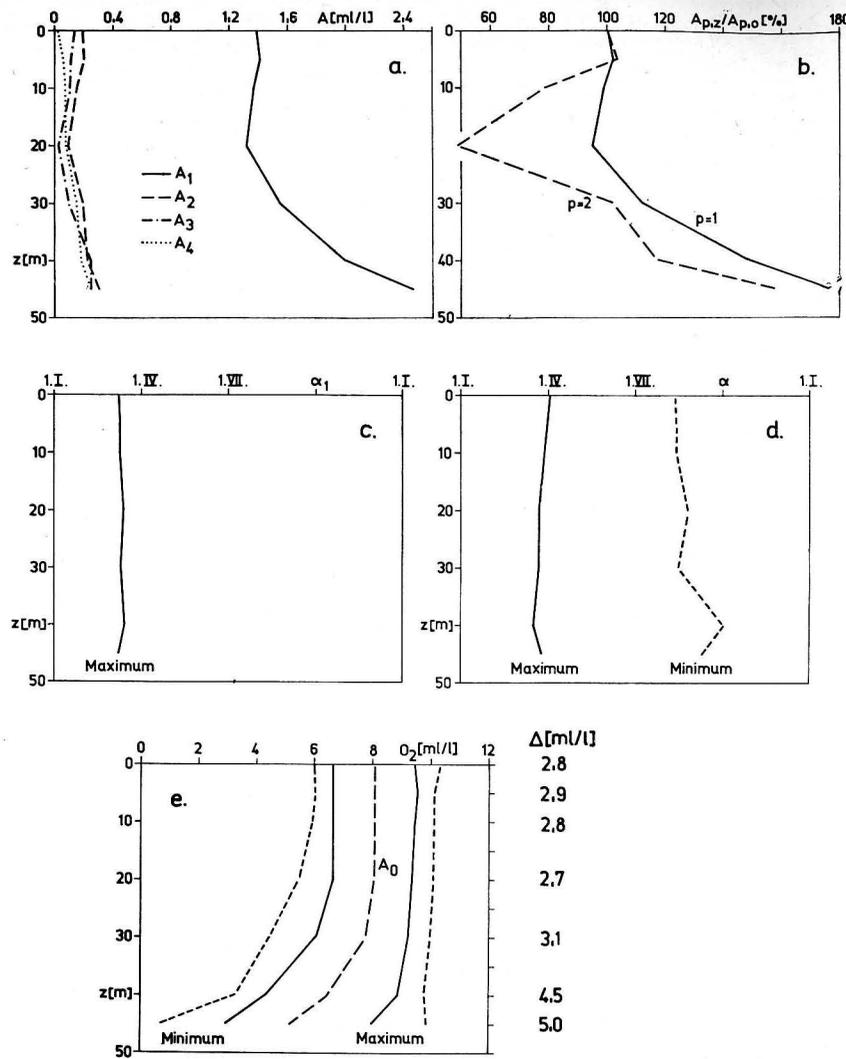


Abb. 5. Elemente des mittleren Jahresgangs des Sauerstoffgehalts  $O_2$  [ml/l] im Arkonatief in Abhängigkeit von der Tiefe  $z$   
 a) Amplituden  $A$ ; b) Prozentuale Änderung der Amplituden  $A_1$  und  $A_2$ , bezogen auf die Oberflächenwerte; c) Phasenverschiebung  $\alpha_1$  der mittleren jährlichen harmonischen Welle; d) Phasenverschiebung  $\alpha$  der Extrema des mittleren Jahresgangs; e) Extrema des mittleren Jahresgangs (ausgezogen), absolut höchste bzw. niedrigste Werte (gerissen) und mittlere Jahresschwankung  $\Delta$

bedeutend größere Standardabweichungen gefunden, die mehr als doppelt so groß sind wie die Werte in der Deckschicht.

Absolute Höchstwerte (Abb. 5e) von mehr als 10 ml/l wurden bis in Tiefen von 20 m beobachtet [0 m: 10,31 ml/l (7. 4. 72); 10 m: 10,11 ml/l (2. 4. 63),

29. 3. 65); 20 m: 10,09 ml/l (21. 3. 70)]. Aber auch im Tiefenwasser sind in Einzelfällen noch Werte nahe 10 ml/l gemessen worden [40 m: 9,77 ml/l (8. 4. 64); 45 m: 9,84 ml/l (2. 4. 63)]. Die niedrigsten Werte in Oberflächennähe liegen bei 6 ml/l [0 m: 5,99 ml/l (10. 8. 60); 10 m: 5,95 ml/l (12. 8. 60)]; im Tiefenwasser wurden extrem niedrige Werte von 3,30 ml/l (2. 8. 66) in 40 m und von 0,67 ml/l (6. 10. 60) in 45 m gefunden. Die mittlere Jahresschwankung im Sauerstoffgehalt beträgt in Oberflächennähe 2,8–2,9 ml/l, hat in 20 m ein Minimum von 2,7 ml/l und steigt im Tiefenwasser bis auf 5 ml/l an.

Im Arkonatief dominiert wie auch im Gotlandtief in allen betrachteten Tiefen die Jahreshauptwelle mit Amplituden von 1,3 ml/l (20 m) bis 2,5 ml/l (45 m). Die Amplituden der halbjährlichen Wellen  $A_2$  betragen nur 7–15% derjenigen der Jahreswellen (vgl. Tab. 2) und sind damit nur etwa halb so groß wie die Amplituden der halbjährlichen Wellen im Gotlandtief (MATTHÄUS, 1974).

### 3.3. Prozentuale Sauerstoffsättigung

Der mittlere Jahresgang der prozentualen Sauerstoffsättigung, in Abb. 6 dargestellt, zeigt für die oberflächennächste Schicht (0–10 m) einen relativ einheitlichen Verlauf. Im Mittel überschreitet die Sättigung 100% ab Mitte März. Maxima von 107–108% sind Anfang Juni zu erwarten, und gegen Ende September werden 100% wieder unterschritten. Von Anfang Oktober bis Anfang März liegen die Sättigungswerte im Mittel bei 96–99%. Bereits in 20 m Tiefe sind Übersättigungen nur noch zwischen Anfang April und Mitte Juni mit maximalen Werten Mitte Mai zu erwarten. In Tiefen von 30 m und mehr wird im Mittel keine Sauerstoffsättigung erreicht.

Im Tiefenwasser treten Sättigungswerte von mehr als 90% in 40 m noch von Ende Januar bis Ende April mit einem Maximum von etwa 96% im März und in 45 m nur im März mit maximal etwa 92% auf. Die prozentuale Sättigung geht dann rapide zurück und erreicht im Mittel minimale Werte von 66% Anfang Oktober in 40 m und von 42% Anfang September in 45 m Tiefe.

Die Standardabweichungen (Tab. 3) nehmen von der Deckschicht mit etwa 4% zum Tiefenwasser mit 10–16% stark zu. Absolute Höchstwerte wurden in der Deckschicht mit 112–118% [0 m: 118% (13. 6. 69); 10 m: 116% (23. 8. 58); 20 m: 112% (13. 5. 58)] gefunden (vgl. auch Abb. 7e). Im Tiefenwasser sind noch Werte von 110% (40 m, 15. 4. 69) und 108% (45 m, 2. 4. 63) beob-

Tabelle 3

Elemente des mittleren Jahresgangs der prozentualen Sauerstoffsättigung im Arkonatief

$z$ [m]	$A_0$ [%]	$A_1$ [%]	$A_2$ [%]	$A_3$ [%]	$A_4$ [%]	$A_2/A_1$ [%]	$s$ [%]
0	101,25	4,47	1,26	1,19	0,73	28,2	4,04
5	101,36	4,90	1,16	0,59	0,53	23,7	3,54
10	101,05	4,35	1,13	0,86	0,63	26,0	3,75
20	98,09	2,42	1,99	1,68	0,67	82,2	4,11
30	92,63	7,59	3,27	0,63	0,74	43,1	6,26
40	80,90	14,59	0,87	2,58	0,94	6,0	9,58
45	65,06	24,82	2,92	3,48	3,24	11,8	15,65

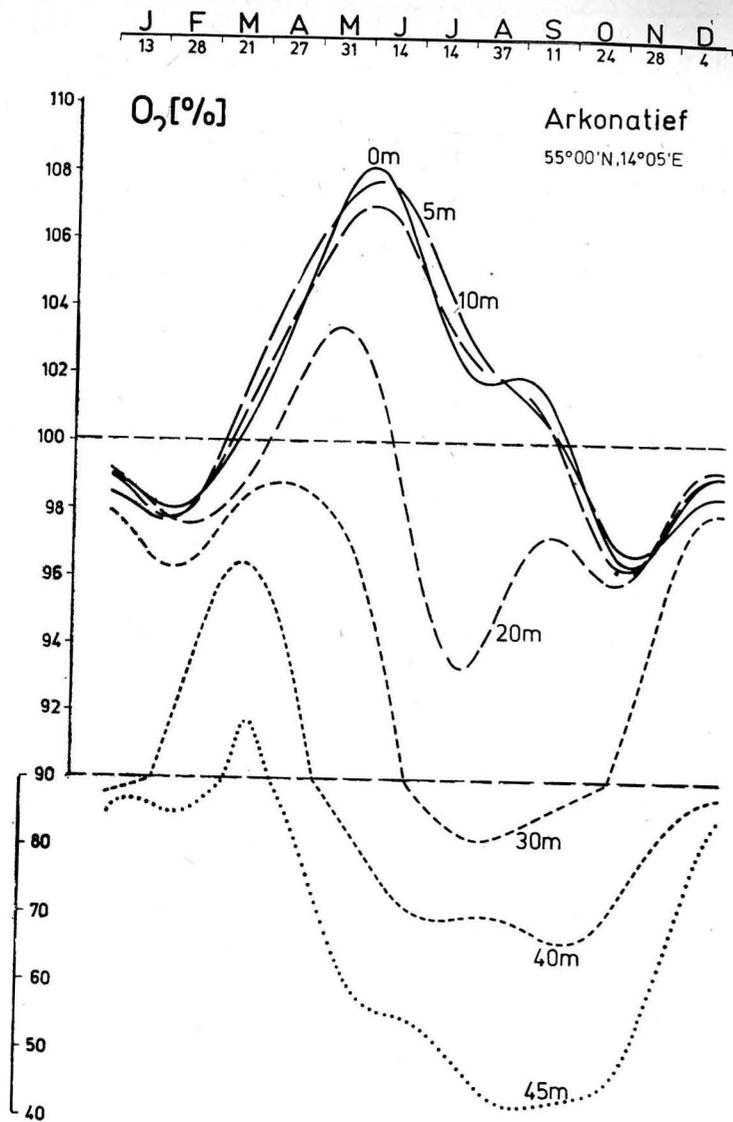


Abb. 6. Mittlerer Jahresgang der prozentualen Sauerstoffsättigung im Arkonatief im Zeitraum 1921–1973

achtet worden. Die niedrigsten Sättigungswerte in der oberflächennächsten Schicht (0–10 m) lagen bei 90–91% [0 m: 91% (27. 10. 61); 10 m: 90% (1. 11. 68)]. Im Tiefenwasser wurden extrem niedrige Werte von 43% (40 m, 2. 8. 66) bzw. 10% (45 m, 6. 10. 60) gefunden. Die mittlere Jahresschwankung der Sauerstoffsättigung (Abb. 7 e), die in der Deckschicht 10–12% beträgt, erreicht im Tiefenwasser 30–50%.

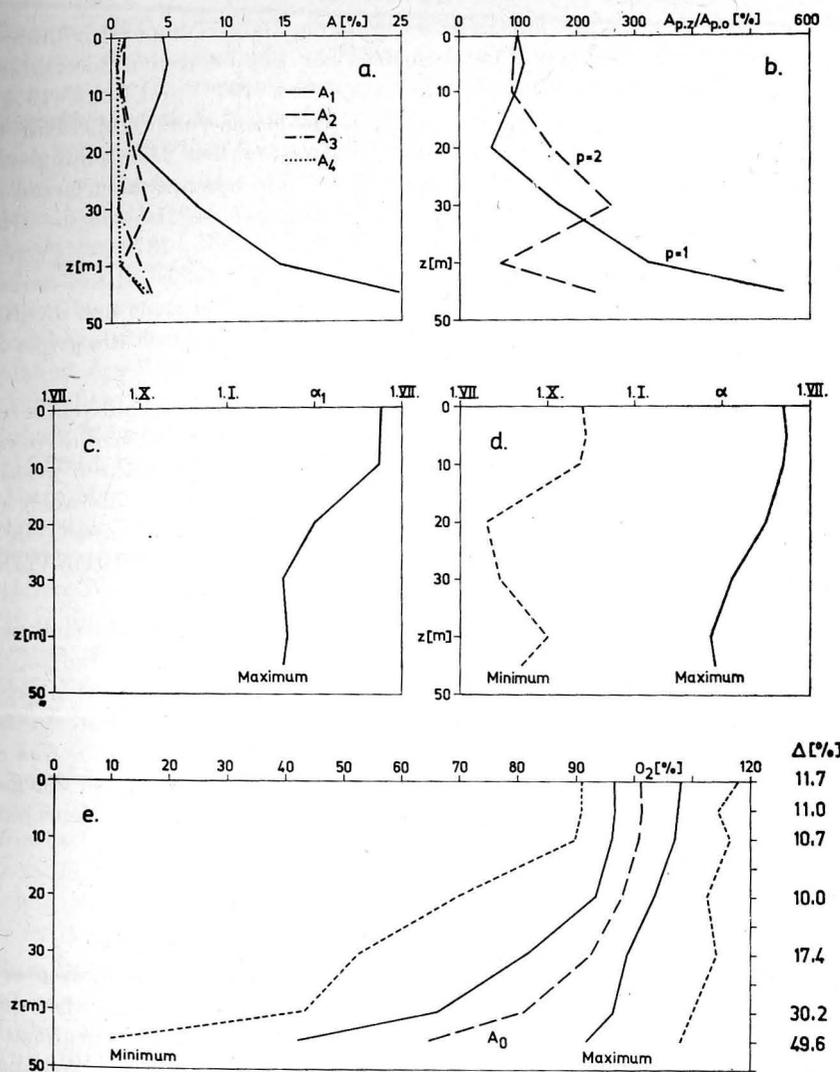


Abb. 7. Elemente des mittleren Jahresgangs der prozentualen Sauerstoffsättigung  $O_2$  [%] im Arkonatief in Abhängigkeit von der Tiefe  $z$

a) Amplituden  $A$ ; b) Prozentuale Änderung der Amplituden  $A_1$  und  $A_2$ , bezogen auf die Oberflächenwerte; c) Phasenverschiebung  $\alpha_1$  der mittleren jährlichen harmonischen Welle; d) Phasenverschiebung  $\alpha$  der Extrema des mittleren Jahresgangs; e) Extrema des mittleren Jahresgangs (ausgezogen), absolut höchste bzw. niedrigste Werte (gerissen) und mittlere Jahresschwankung  $\Delta$

4. Diskussion der Ergebnisse

Die Berechnung mittlerer Jahresgänge ozeanographischer Parameter für die Arkonasee ist bisher kaum in Angriff genommen worden. DIETRICH (1948, 1950,

1953), der sich intensiv mit mittleren Jahrgängen von Temperatur und Salzgehalt im Bereich der Nord- und Ostsee befaßt hat, ließ bei seinen Berechnungen die Arkonasee unberücksichtigt. Lediglich von LENZ (1971) und BOCK (1971) ist der Versuch bekannt geworden, einen jährlichen Gang von Temperatur bzw. Salzgehalt in der westlichen Arkonasee zu entwerfen. Die Darstellungen von LENZ, die sich auf die Oberfläche, 20 und 40 m Tiefe beschränken, lassen aber nur wenige qualitative Aussagen über den Jahrgang zu. Da sich die Untersuchungen auf das Eingradfeld  $54^{\circ} 30' - 55^{\circ} 30' \text{ N}$ ,  $12^{\circ} 30' - 13^{\circ} 30' \text{ E}$  beziehen, kann das herangezogene Datenmaterial weder zeitlich noch örtlich homogen sein. Darüber hinaus wurden aus Gründen der Vergleichbarkeit nur die Beobachtungen aus den Jahren 1902–1956 berücksichtigt, wodurch die große Zahl von Messungen nach 1960 fehlt.

In die hier vorliegenden Untersuchungen sind 7–8 Tiefenhorizonte einbezogen worden. Örtliche Homogenität des Datenmaterials wurde durch die Auswahl einer festen Station erreicht. Das angewandte Ausgleichsverfahren gestattet quantitative Aussagen sowohl über den mittleren Jahrgang als auch über dessen Elemente. Auf Grund des relativ kleinen Areals der tieferen Teile der Arkonasee dürften die an der Station BY 2 A gefundenen mittleren Verhältnisse für das gesamte Arkonabecken repräsentativ sein.

Mittelwertdarstellungen der Temperatur und des Sauerstoffgehalts sind wegen der vielfältigen Wechselwirkungen zwischen physikalischen (horizontaler sowie vertikaler Austausch und Vermischung), chemischen (Oxydation organischer und anorganischer Substanz) und biologischen Vorgängen (Photosynthese, Atmung), insbesondere in der Arkonasee, schwierig zu interpretieren. Aus dem Verlauf der mittleren Jahrgänge (Abb. 2, 4, 6) lassen sich jedoch fast das ganze Jahr hindurch zwei grundlegende Schichten mit unterschiedlichen Eigenschaften in Temperatur und Sauerstoffgehalt ablesen (vgl. auch Abb. 8).

#### 4.1. Der Jahrgang in der Deckschicht

Die Deckschicht besteht aus dem salzarmen Oberwasser, das im Winter bis an die Obergrenze der Salzgehaltssprungschicht reicht, im Sommer aber durch die thermische Sprungschicht in 20–25 m zu größeren Tiefen hin abgegrenzt ist. Bei im allgemeinen nur geringen Windwirklängen im Bereich der Arkonasee (SAGER, 1972) ergeben sich für die untersuchte Position größere Werte lediglich bei Winden aus einem schmalen Sektor aus nordöstlicher bzw. südwestlicher Richtung und bei Winden aus dem Quadranten Ost bis Süd. Die vorherrschenden Windrichtungen sind von Mai bis November Nord bis Nordwest und von Dezember bis April Südwest (MARKGRAF, BINTIG, 1954). Die größten mittleren Windstärken treten jedoch bei Westwinden auf (Handbuch Ostsee, 1969).

Von Anfang November bis Ende Februar ist die Deckschicht bis in 20 m Tiefe im Mittel annähernd homogen in Temperatur und Sauerstoffgehalt. Sowohl die vertikalen Temperaturunterschiede (vgl. Abb. 2 und 8a) als auch die vertikalen Unterschiede im mittleren Sauerstoffgehalt dieser Schicht (Abb. 4 und 8b) sind

mit weniger als 0,5 Grad bzw. 0,1 ml/l nur gering. Im gleichen Zeitraum geht die Temperatur der Deckschicht im Mittel von etwa  $10,5^{\circ} \text{ C}$  auf  $1,5^{\circ} \text{ C}$  zurück, und der Sauerstoffgehalt nimmt von rund 7,25 auf 9,25 ml/l zu. Die prozentuale Sauerstoffsättigung liegt durchweg unter 100% (vgl. Abb. 6 und 8c).

Nach MARKGRAF und BINTIG (1954) treten die größten mittleren Windstärken des Zweigradfeldes  $54-56^{\circ} \text{ N}$ ,  $14-16^{\circ} \text{ E}$  zwischen November (4,7 Bft) und Februar (4,1 Bft) auf. Von November bis Januar entfallen rund 20% aller Beobachtungen auf Windstärken zwischen 6 und 7 Bft und etwa 5–10% auf Windstärken zwischen 8 und 12 Bft. Im Spätherbst und Winter wird also der weitaus überwiegende Teil des Sauerstoffs der Deckschicht unmittelbar aus der Atmosphäre stammen. Mit abnehmender Temperatur nimmt die Sauerstofflöslichkeit des Wassers zu, und die seegangsbedingte Durchmischung sorgt für den schnellen Anstieg des Sauerstoffgehaltes in der gesamten Wassersäule.

Anfang März beginnt eine schwache Differenzierung im Sauerstoffgehalt der oberen 20 m. In der 30 m starken Deckschicht bleibt die Temperatur, die Anfang bis Mitte März minimale Werte erreicht, noch bis Mitte April (ca.  $2,8^{\circ} \text{ C}$ ) einheitlich. Der Sauerstoffgehalt erreicht in 20 m bereits Mitte März, in 0–10 m Ende März/Anfang April maximale Werte von 9,3 bis 9,6 ml/l. Bei abnehmenden mittleren Windstärken (März: 3,7 Bft; April: 3,4 Bft) werden Mitte März in 0–10 m und Anfang April in 20 m die Sättigungswerte überschritten. In diesem Zeitraum entfallen nur noch etwa 12–14% aller Beobachtungen auf Windstärken von 6 Bft und mehr.

Der Zeitpunkt des Maximums im mittleren Sauerstoffgehalt deckt sich gut mit den Zeiten der Massenentwicklung des Phytoplanktons in der Arkonasee, die beispielsweise 1969 im April, 1970 bereits Anfang bis Mitte März (KAISER, SCHULZ, 1973a) und 1971 Ende März/Anfang April (KAISER, SCHULZ, 1973b) beobachtet wurden. Auf einen Einfluß der Planktonblüte auf das Sauerstoffmaximum im mittleren Jahrgang deutet auch der Umstand hin, daß das mittlere Maximum in 5 m auftritt, gerade in dem Tiefenbereich, in dem das Maximum der Assimilation (2,5–5 m) zu erwarten ist.

Eine Erhöhung im Sauerstoffgehalt des Wassers durch die Photosynthese des Phytoplanktons zur Blütezeit läßt sich aus dem mittleren Jahrgang im Arkonatief aber weniger deutlich vermuten als aus demjenigen im Gotlandtief (MATTHÄUS, 1974, 1975). Das ist vielleicht damit zu erklären, daß die Planktonblüte im Arkonatief im Mittel zeitlich etwa mit dem Temperaturminimum und dem Löslichkeitsmaximum des Sauerstoffs zusammenfällt. Der Anteil des gelösten Sauerstoffs aus der Assimilation des Phytoplanktons kann nur zu einer Erhöhung des bereits aus den Löslichkeitsverhältnissen zu erwartenden Maximums beitragen. Im Gotlandtief tritt das Temperaturminimum bzw. Löslichkeitsmaximum auch etwa Mitte März ein, das Sauerstoffmaximum und die Phytoplanktonblüte aber erst Ende April/Anfang Mai. Dadurch bildet sich gegenüber dem relativ schmalen Löslichkeitsmaximum im März ein sich von März bis Anfang Mai erstreckender Bereich hoher Sauerstoffkonzentration in Oberflächennähe, und das Maximum im Sauerstoffgehalt tritt noch zu einem

Zeitpunkt auf, zu dem die Temperatur bereits um 2 Grad über dem Minimum liegt, die Sauerstofflöslichkeit also entsprechend zurückgegangen ist.

Mit dem Einsetzen windschwacher Wetterlagen bei vorherrschend nördlichen bis nordwestlichen Windrichtungen beginnt im Mittel im Mai die Ausbildung der thermischen Schichtung in den oberen 20 m der Arkonasee. Nach einem raschen Temperaturanstieg von etwa 5 Grad pro Monat wird in 0–10 m Anfang August das Maximum von 16,9 bzw. 16,5 °C erreicht. Obwohl der Sauerstoffgehalt von Anfang Mai bis Ende Juni um rund 1,8 ml/l zurückgeht, tritt Ende Mai/Anfang Juni mit 107–108% das Maximum der prozentualen Sauerstoffsättigung in den oberen 10 m auf.

Von Mai bis Juli treten mittlere Windstärken von 3,1 Bft auf. Weit über 60% aller Beobachtungen entfallen auf Windstärken bis zu 3 Bft (MARKGRAF, BINTIG, 1954). Der Sauerstoffrückgang und das Maximum der prozentualen Sättigung läßt für diesen Zeitraum auf eine teilweise Abgabe von Sauerstoff an die Atmosphäre schließen. Ein Teil der Sauerstoffabnahme kann aber auch dem Verbrauch durch die Organismen zugeschrieben werden.

Nach Überschreiten des Temperaturmaximums und mit dem Auftreten größerer mittlerer Windstärken in dem betrachteten Zweigradfeld ab August (August: 3,5 Bft; September: 3,7 Bft; Oktober: 4,1 Bft) beginnt der Abbau der starken sommerlichen Temperaturschichtung. Die seegangsbedingte Durchmischung dürfte zusammen mit der Konvektion den überwiegenden Anteil am Wärmeaustausch mit den tieferen Schichten haben, und das Temperaturmaximum wird mit der Tiefe weiter in den Herbst verschoben (10 m: 6. August; 20 m: 5. September; 30 m: 8. Oktober) Im Mittel tritt das Sauerstoffminimum in den oberen 20 m mit rund 6,6 ml/l etwa gleichzeitig mit dem Temperaturmaximum der entsprechenden Tiefen auf.

Die Temperaturen gehen nach Erreichen des Maximums schnell zurück. Bereits Anfang Oktober ist das Wasser bis in 20 m und Ende Oktober bis in 30 m Tiefe wieder annähernd homotherm. Der Sauerstoffgehalt nimmt von Mitte August bis Ende Oktober in den oberen 20 m relativ einheitlich um etwa 0,6 ml/l zu, und bereits Ende September werden 100% Sättigung unterschritten.

Nach Auflösung der thermischen Schichtung können Nährstoffe aus den tieferen Wasserschichten in Oberflächennähe gelangen, womit bei ausreichenden Lichtverhältnissen eine herbstliche Planktonblüte, wie sie beispielsweise im Oktober 1969 beobachtet wurde (KAISER, SCHULZ, 1973a), möglich wird. Der mittlere Jahresgang im Sauerstoffgehalt gibt jedoch keine deutlichen Anhaltspunkte dafür, daß eine regelmäßige bedeutende Herbstblüte des Phytoplanktons einen merklichen Beitrag zum Sauerstoffgehalt liefert. Anfang November ist die Deckschicht wieder homogen in Temperatur und Sauerstoffgehalt.

#### 4.2. Der Jahresgang im Tiefenwasser

Unter Tiefenwasser soll die Wassermasse unterhalb der halinen Sprungschicht verstanden werden (40–45 m). Aus der knappen Darstellung der komplizierten Schichtungsverhältnisse in der Arkonasee unter 2. geht bereits hervor, daß diese Wassermasse sowohl im Winter als auch im Sommer im wesentlichen durch

advective Vorgänge mittelbar einer Beeinflussung durch den Jahresgang von Temperatur und Sauerstoff in Oberflächennähe ausgesetzt ist. Trotzdem zeigen die mittleren Verteilungen von Temperatur (Abb. 2), Sauerstoffgehalt (Abb. 4) und prozentualer Sauerstoffsättigung (Abb. 6) einen ausgeprägten Jahresgang, der zwar – außer bei der Temperatur – größere Streuungen der Meßwerte aufweist (vgl. Tab. 1–3), dessen Amplituden aber bei der Temperatur größer als in 30 m, im Sauerstoffgehalt weitaus größer als in allen anderen betrachteten Tiefenhorizonten und bei der prozentualen Sättigung ein Vielfaches derjenigen in geringeren Tiefen sind (vgl. Abb. 3, 5, 7).

Vertikale Austauschprozesse könnten lediglich um die Zeit des Minimums der Temperatur und des Maximums in Sauerstoffgehalt und Sättigung von Mitte Februar bis Mitte April einen merklichen Einfluß auf den Jahresgang im Tiefenwasser ausüben. Dabei dürfte auch nur der seegangsbedingten Durchmischung größere Bedeutung zukommen. Die lokale extreme Abkühlung von baltischem Oberwasser (KRAUSE, 1969) kann infolge ihres räumlich begrenzten Einflusses kaum eine Rolle für den mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts spielen. Die Isoplethendarstellungen der betrachteten Parameter in Abb. 8 zeigen zu diesem Zeitpunkt lediglich für die Temperatur annähernd homogene Verhältnisse bis in 45 m. Im Sauerstoffgehalt ist im Mittel das ganze Jahr hindurch eine Sprungschicht vorhanden. Darüber hinaus müßte dann das sauerstoffreiche Tiefenwasser im Winter und Frühjahr mit niedrigen Salzgehalten verbunden sein. Die einzelnen Salzgehaltsserien zeigen in den Monaten Februar bis April eine homohaline Deckschicht im allgemeinen bis in 20 m, selten bis in 30 m Tiefe. In 40 m bilden sich zum Teil recht starke Gradienten aus, so daß auch in dieser Jahreszeit in der Regel eine haline Sprungschicht erhalten bleibt. Ein mittlerer Jahresgang im Salzgehalt konnte weder in 40 noch in 45 m gefunden werden.

Es ist daher eher anzunehmen, daß der ausgeprägte Jahresgang in Temperatur und Sauerstoff im wesentlichen durch advective Vorgänge verbunden mit dem chemisch-biologischen Abbau des Sauerstoffs hervorgerufen wird. Im Zeitraum von 1950 bis 1968 wurden von WOLF (1972) zwar nur 20 Salzwasser-einbrüche gefunden, die alle zwischen Ende September und Ende März stattfanden, Intrusionen salzreicherer Wassers sind aber das ganze Jahr hindurch zu erwarten und treten möglicherweise weitaus häufiger auf. Die Auswirkungen dieses horizontalen Wasseraustausches über die Darßer Schwelle machen sich im Tiefenwasser des Arkonabeckens unmittelbar bemerkbar. Das winterliche Wasser in der Beltsee ist wegen der guten Durchmischung auch gut durchlüftet und besitzt bei relativ niedrigen Temperaturen einen hohen Sauerstoffgehalt. Salzwassereintrüche und -intrusionen in dieser Jahreszeit, in der besonders günstige Voraussetzungen für den Einstrom dichterem Wassers gegeben sind (KRAUSE, 1969; WOLF, 1972), werden also sauerstoffreiches Beltseewasser in die bodennahen Schichten des Arkonabeckens transportieren. Mittlere Temperaturminima und Sauerstoffmaxima werden etwa Mitte März mit 1,5 °C, 8,9 ml/l und 96% Sättigung in 40 m und mit 2,1 °C, 8,0 ml/l und 92% Sättigung in 45 m Tiefe erreicht.

Nach Überschreiten der Extrema nimmt die Temperatur sehr schnell zu, Sauerstoffgehalt und Sättigung gehen aber außerordentlich stark zurück. Das Temperaturmaximum wird Anfang Oktober mit  $12,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  in 40 m und  $12,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  in 45 m erreicht. Sauerstoffgehalt und Sättigung erreichen im Herbst minimale mittlere Werte von  $4,3\text{ ml/l}$  bzw.  $66\%$  in 40 m und  $2,9\text{ ml/l}$  bzw.  $42\%$  in 45 m Tiefe. Dieser Rückgang könnte zum großen Teil auf biologische Zehrung und chemischen Abbau zurückzuführen sein. Der vertikale Austausch ist durch die starke thermohaline Schichtung weitgehend unterbunden. Intrusionen von Beltseewasser in der warmen Jahreszeit (WÜST, BROGMUS, 1955; WÜST, 1957; HELA, KRAUSS, 1959) dürften kaum zur Erhöhung im Sauerstoffgehalt des Tiefenwassers führen. Häufig erreichen die Wassermassen wegen ihrer höheren Temperaturen nicht die Dichte, um sich im Tiefenwasser einschichten zu können. Zum anderen ist der Sauerstoffgehalt dieses Wassers bei höheren Temperaturen ohnehin geringer und wird schon während des Transports einem weiteren Abbau unterliegen. Nach Überschreiten der herbstlichen Extrema geht die Temperatur schnell zurück und der Sauerstoffgehalt nimmt um ca.  $2,5\text{ ml/l}$  in 40 m und um etwa  $3,5\text{ ml/l}$  in 45 m bis zum Jahresende zu.

#### 4.3. Mittlerer Jahresgang und thermische Schichtungsverhältnisse

In Abb. 8 ist eine Isoplethendarstellung der mittleren Jahresgänge von Temperatur, Sauerstoff und Sauerstoffsättigung gegeben. Sie zeigt die im Mittel relativ einfache winterliche Schichtung und die dagegen komplizierten sommerlichen Verhältnisse sowie ihre Übergangsformen. Aus den mittleren Verhältnissen kann natürlich nicht die Vielfalt und die Variabilität der Schichtung abgelesen werden. Auf Grund der vorwiegend durch advektive Prozesse geprägten Verteilung der meereskundlichen Parameter unterhalb der Temperatursprungschicht kann die Darstellung nur das mittlere Verhalten einer Tiefenschicht zu einem Zeitpunkt wiedergeben, wobei im Einzelfall, wie insbesondere im Bereich des Zwischenwassers, warme und kalte Wasserkörper in kurzer Zeit abwechseln können (HELA, KRAUSS, 1959). Deshalb sind quantitative Aussagen über die Temperatur und den Sauerstoffgehalt der einzelnen Wasserkörper aus dieser Darstellung nicht möglich, die allgemeinen thermischen Eigenschaften der grundlegenden Wasserarten kommen jedoch zum Ausdruck.

Im Februar/März erreicht das kalte baltische Oberwasser (Winterwasser) seine größte vertikale Ausdehnung. Die hier nicht dargestellten Salzgehaltswerte weisen auf eine im Mittel vorhandene haline Schichtung hin. Die Temperatur des Tiefenwassers unterscheidet sich aber kaum wesentlich von den Werten in der Deckschicht. Der Sauerstoffgehalt erreicht sein Maximum, dessen Niveau im Tiefenwasser aber im Mittel ca.  $1\text{ ml/l}$  niedriger liegt.

Mit der Erwärmung der oberflächennahen Schichten im Frühjahr (warmes baltisches Oberwasser) bildet sich das baltische Zwischenwasser aus, dessen mittleres Vorhandensein bis zur Auflösung der thermischen Schichtung in einem intermediären Temperaturminimum in Abb. 8a dokumentiert wird. Das mittlere Auftreten baltischen Zwischenwassers repräsentiert sich im Sauerstoffgehalt

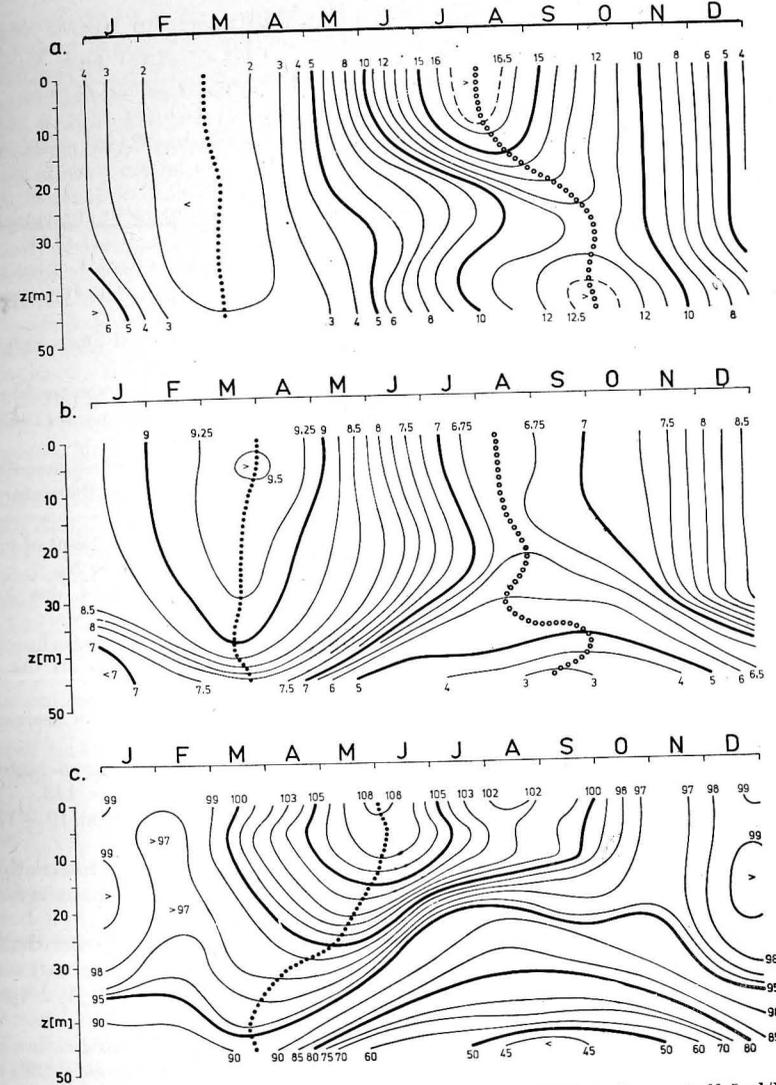


Abb. 8. Mittlere jährliche Verteilung von Temperatur [ $^{\circ}\text{C}$ ] (a), Sauerstoff [ $\text{ml/l}$ ] (b) und prozentualer Sauerstoffsättigung [%] (c) im Arkonatief (Punkte bzw. Kreise kennzeichnen den Verlauf der Extrema mit der Tiefe)

bis über das Temperaturmaximum im Oberwasser hinaus durch ein intermediäres Maximum (vgl. Abb. 8b). Die Warmwasserintrusionen im Sommer führen im Mittel zu einem intermediären Temperaturmaximum im Bereich der halinen Sprungschicht in ca. 40 m. Unter diesem Mischwasser lagert das im Sommer im Mittel kühlere Tiefenwasser. Der Sauerstoffgehalt geht unterhalb des Zwischenwassers mit zunehmender Tiefe stark zurück. Mit fortschreitender Abkühlung

des Wassers und dem zunehmenden vertikalen Austausch im Herbst vermischt sich das Zwischenwasser mit dem Oberwasser, und es stellt sich wieder die winterliche Schichtung ein.

### 5. Literatur

- [1] BOCK, K.-H., Monatskarten des Salzgehaltes der Ostsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Dt. Hydrogr. Z., Erg.-H. B, No. 12, Hamburg (1971) 147 S.
- [2] DIETRICH, G., Der jährliche Gang der Temperatur- und Salzgehaltsschichtung in den britischen Randmeeren und in der Nord- und Ostsee. Wiss. Ber., Dt. Hydrogr. Inst., Hamburg (1948) 80 S.
- [3] DIETRICH, G., Die natürlichen Regionen von Nord- und Ostsee auf hydrographischer Grundlage. Kieler Meeresforsch. 7 (1950) H. 2, S. 35—69.
- [4] DIETRICH, G., Die Elemente des jährlichen Ganges der Oberflächentemperatur in der Nord- und Ostsee und den angrenzenden Gewässern. Dt. Hydrogr. Z. 6 (1953) S. 49 bis 64.
- [5] DIETRICH, G., Eine Forschungsfahrt zur Untersuchung der kurzfristigen Schwankungen in der Schichtung und Bewegung der Ostsee im Sommer 1960. Kieler Meeresforsch. 17 (1961) S. 135—136.
- [6] EHLIN, U., I. MATTISSON and ZACHRISSON, G., Computer based calculations of volumes of the Baltic area. 9th Conf. Baltic Oceanographers, Kiel (1974) Paper No. 7.
- [7] FRANCK, H., Zu kurzzeitigen Temperaturänderungen am Südwestrand, des Arkona-beckens Beitr. Meereskunde. H. 37 (1976) (im Druck).
- [8] FRANCK, H. und MATTHÄUS, W., Vergleich zweier Methoden zur Berechnung von Jahrgängen aus nichtäquidistanten Meßwerten. Beitr. Meereskunde, H. 34 (1974) S. 47—60.
- [9] GREEN, E. J. and CARRITT, D. E., New tables for oxygen saturation of seawater. J. Mar. Res. 25 (1967) S. 140—147.
- [10] HELA, I. und KRAUSS, W., Zum Problem der starken Veränderlichkeit der Schichtungsverhältnisse im Arkona-Becken. Kieler Meeresforsch. 15 (1959), S. 125—143.
- [11] HUPFER, P., Ein ozeanologischer Längsschnitt durch die Ostsee vom 10.—13. Juli 1957. Beitr. Meereskunde, H. 2/3 (1961), S. 60—86.
- [12] KAISER, W. und SCHULZ, S., Biologische Untersuchungen während des Internationalen Ostseejahres (International Baltic Year, IBY) 1969/70. II. Untersuchungen zur Primärproduktion. Beitr. Meereskunde, H. 32 (1973a), S. 9—31.
- [13] KAISER, W. und SCHULZ, S., Produktionsbiologische Untersuchungen der Ostsee im Jahre 1971. Fischerei-Forsch. 11 (1973b), S. 27—30.
- [14] KALLE, K., Zur Frage der inneren thermischen Unruhe des Meeres. Dt. Hydrogr. Z. 6 (1953), S. 145—170.
- [15] KIELMANN, J., KRAUSS, W. and KEUNECKE, K.-H., Currents and stratification in the Belt Sea and the Arkona Basin during 1962—1968. Kieler Meeresforsch. 29 (1973), S. 90—111.
- [16] KRAUSE, G., Ein Beitrag zum Problem der Erneuerung des Tiefenwassers im Arkona-Becken. Kieler Meeresforsch. 25 (1969), S. 268—271.
- [17] KRAUSS, W. und MAGAARD, L., Zum Spektrum der internen Wellen der Ostsee. Kieler Meeresforsch. 17 (1961), S. 137—147.
- [18] LENZ, W., Monatskarten der Temperatur der Ostsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Dt. Hydrogr. Z., Erg.-H. B, No. 11, Hamburg (1971) 148 S.
- [19] MARKGRAF, H. und BINTIG, P., Klimatologie der Nordwesteuropäischen Gewässer. Teil 2: Windverhältnisse. Dt. Wetterdienst, Seewetteramt, Einzelveröff. No. 4, Hamburg 1954.
- [20] MATTHÄUS, W., Die Anwendung von Ausgleichsverfahren zur Ermittlung von Jahrgängen ozeanographischer Parameter. Mber. Dt. Akad. Wiss. 13 (1971), S. 116—121.

- [21] MATTHÄUS, W., Zur Hydrographie der Gotlandsee II. Der mittlere Jahresgang der Temperatur in Oberflächennähe. Beitr. Meereskunde, H. 32 (1973), S. 105—114.
- [22] MATTHÄUS, W., Zur Hydrographie der Gotlandsee IV. Zum mittleren Jahresgang des Sauerstoffgehalts im Oberflächenbereich des Gotlandtiefs. Beitr. Meereskunde, H. 33 (1974), S. 141—151.
- [23] MATTHÄUS, W., Mean annual variations of the oxygen content of the near-surface region of the Gotland and Arkona Seas. Proc. 3rd Baltic Symp. Mar. Biol., Helsinki 1973. Merentutk. Julk., No. 239 (1975) S. 248—256.
- [24] MATTHÄUS, W., SAGER, G. und SAMMLER, R., Vergleichende Betrachtungen von Methoden zur Ermittlung von Jahrgängen ozeanographischer Parameter. Beitr. Meereskunde, H. 33 (1974), S. 153—160.
- [25] SAGER, G., Windwirkklängen in der Ostsee. Beitr. Meereskunde, H. 29 (1972), S. 53—66.
- [26] Seehydrographischer Dienst der DDR, Handbuch der Ostsee, Allgemeiner Teil. Rostock 1969.
- [27] SIEDLER, G., Über die kurzfristige Veränderlichkeit von Temperatur- und Salzgehaltsschichtung in der östlichen und mittleren Ostsee im Sommer 1960. Kieler Meeresforsch. 17 (1961), S. 148—153.
- [28] TOMCZAK, M., Über interne Trägheitsbewegungen in der westlichen Ostsee. Dt. Hydrogr. Z. 22 (1969), S. 158—162.
- [29] WATTENBERG, H., Der hydrographisch-chemische Zustand der Ostsee im Sommer 1939. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. 68 (1940), S. 185—194.
- [30] WATTENBERG, H., Entwurf einer natürlichen Einteilung der Ostsee (mit ergänzenden Bemerkungen von G. Wüst). Kieler Meeresforsch. 6 (1949), S. 10—17.
- [31] WOLF, G., Salzwassereinbrüche im Gebiet der westlichen Ostsee. Beitr. Meereskunde, H. 29 (1972), S. 67—77.
- [32] WÜST, G. und BROGMUS, W., Ozeanographische Ergebnisse einer Untersuchungsfahrt mit Forschungskutter „Südfall“ durch die Ostsee Juni/Juli 1954 (anlässlich der totalen Sonnenfinsternis auf Öland). Kieler Meeresforsch. 11 (1955), S. 3—21.
- [33] WÜST, G., Ergebnisse eines hydrographisch-produktionsbiologischen Längsschnitts durch die Ostsee im Sommer 1956. I. Die Verteilung von Temperatur, Salzgehalt und Dichte. Kieler Meeresforsch. 13 (1957), S. 163—185.

### Untersuchungsmaterial

Conseil Permanent International pour l'Exploration de la Mer:

- (a) Bulletin Trimestriel des Résultats acquis pendant les Croisières périodiques et dans les Périodes intermédiaires, 1905—1908, Copenhague.
  - (b) Bulletin Hydrographique, 1908—1956, Copenhague.
  - (c) ICES Oceanographic Data Lists, 1957—1964, Copenhague.
- Institut für Meereskunde, Warnemünde: Archivmaterial 1958—1973.  
 International Baltic Year Data: Finland, FRG, GDR, Poland, Sweden, 1969/70.  
 Meddelande från Havsfiskelaboratoriet Lysekil, Hydrografiska avdelningen No. 38, 41, 52, 63, 70, 80, 82, 83, 84, 85, 93, 104, 112, 116, 132, 135, 137, 143, Göteborg 1963—1972.  
 Merentutkimuslaitoksen Julkaisu No. 193, 197, 204, Helsinki.  
 SCHULZ, B., Hydrographische Beobachtungen insbesondere über die Kohlensäure in der Nord- und Ostsee im Sommer 1921. Arch. Dt. Seewarte, 40 (1922) H. 2, S. 1—44.  
 SCHULZ, B., Hydrographische Untersuchungen in der Ostsee 1925 bis 1938 mit dem Reichsforschungsdampfer „Poseidon“. Dt. Hydrogr. Z., Erg.-H. B, No. 1, Hamburg (1956) 87 S.

Abschluß der Arbeit: 15. 3. 1974

Anschrift des Verfassers:

Dr. W. MATTHÄUS  
 Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Zur Bestimmung der Streuung von Meßwerten bei mittleren Jahregängen ozeanologischer Parameter

Von HERBERT FRANCK

*Zusammenfassung:* Die Streuung langjähriger Temperaturmeßwerte um mittlere durch Ausgleichsrechnung gewonnene Jahregänge wird mittels Standardabweichung  $s$  und ausgewählten Quantilen  $x_p$  untersucht, wobei die Frage der Verteilung der Abweichungen entscheidende Bedeutung hat. Für beide Streuungsmaße werden die Anwendungsvoraussetzungen und die Beziehungen bei GAUSS'scher Normalverteilung dargelegt. Die Überprüfung der Verteilungsform der ganzjährig zusammengefaßten Temperaturabweichungen  $\Delta T$  erfolgt mit dem  $\chi^2$ -Verfahren. Für  $\Delta T$ -Kollektive aus 10 verschiedenen Tiefen einer Station der Bornholmsee kann eine Normalverteilung der Grundgesamtheit nachgewiesen werden, wobei besondere Schwierigkeiten in dem Sprungschichtniveau auftreten. Die Vor- und Nachteile der damit möglichen Benutzung beider Streuungsparameter werden mitgeteilt. Die Problematik eines Jahresstreuungswertes wird diskutiert und informationssteigernde Streuungsangaben vorgeschlagen. Hinweise für die Verwendung der Streuungsmaße werden gegeben.

### 1. Einleitung

Neben der aktuellen Arbeitsrichtung, der Schaffung von Modellen für ozeanologische Prozesse behält die Bestimmung durchschnittlicher oder mittlerer Werte für die im Meer vor sich gehenden Abläufe ihre Berechtigung, da Modelle bisher nicht in der Lage sind, den komplexen Charakter ozeanologischer Prozesse ausreichend zu erfassen. Zu derartigen mittleren Werten gehören auch die langjährigen mittleren Jahregänge ozeanologischer Parameter, die unter anderem zur Charakteristik örtlicher Schichtungsverhältnisse (z. B. DIETRICH, 1948, 1950; MATTHÄUS, 1973) und zur Erfassung von Anomalien (z. B. PANSTW. INST. HYD.-MET., 1969, 1970 usw.) verwendet werden sowie bei der Betrachtung säkularer Veränderungen (z. B. HUPFER, 1962) von Nutzen sein können.

Die Aussagekraft eines langjährigen mittleren Jahresganges ist jedoch ebenso wie die eines einzelnen Mittelwertes sehr begrenzt, wenn keine genügenden Auskünfte über die vorkommenden Abweichungen gegeben werden können. Es soll deshalb die Aufgabe dieser Untersuchung sein, anhand von Beispielen die Verteilung der Abweichungen um die mittlere Jahreskurve mit zwei verschiedenen Streuungsmaßen zu charakterisieren und die Verwendbarkeit der Streuungsparameter zu werten.

2. Methode

Zur Bestimmung definierter Abweichungen ist es wünschenswert, den mittleren Jahresgang als funktionale Beziehung  $\bar{y} = \bar{y}(t)$  zu kennen. Diese erhält man aus genügend umfangreichem Meßmaterial mit Verfahren der Ausgleichsrechnung. Besonders geeignet ist eine Methode der Linearkombination trigonometrischer Funktionen (HULTZSCH, 1966; MATTHÄUS, 1971), aber auch die Harmonische Analyse kann durch Herabsetzung der Anzahl der Koeffizienten im Sinne der Ausgleichsrechnung angewendet werden (JACOBSEN, 1908; KNUDSEN, 1909; GRANQUIST, 1938, 1952; DIETRICH, 1953). Beide Verfahren ergeben für den Jahresgang eine Funktion in Form einer trigonometrischen Summe.

$$\bar{y} = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \quad (1)$$

mit  $2m + 1 < N$ ,

wobei  $m$  den Ausgleichsgrad und  $N$  die Anzahl der Meßwerte darstellt. Da ein ozeanologischer Parameter durch derartig gefaßte mittlere Jahresgänge für jeden Zeitpunkt  $t$  des Jahres bestimmt ist, kann eine definierte Berechnung aller Abweichungen erfolgen.

Zur Beurteilung der Abweichungen (Differenz zwischen dem Meßwert und dem zeitlich zugeordneten Mittelwert:  $\Delta y_i = y_i - \bar{y}_i$ ) wird als erstes Streuungsmaß die sogenannte Standardabweichung

$$s = \pm \sqrt{\frac{1}{N - (2m + 1)} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (2)$$

herangezogen, deren Quadrat bei sehr großem  $N$  der Varianz  $\sigma^2$  entspricht. In Übereinstimmung mit HULTZSCH (1966) erfolgt innerhalb der Wurzel nur die Division durch die Anzahl der überschüssigen Meßwerte, indem  $N$  um die Anzahl der für den Jahresgang (1) bestimmten Anzahl der Koeffizienten  $2m + 1$  vermindert wird. Da in den folgenden Untersuchungen  $N$  wesentlich größer als  $2m + 1$  ist, spielt diese Korrektur nur eine untergeordnete Rolle.

Als Grundlage für das zweite Streuungsmaß dienen ausgewählte Quantile (TAUBENHEIM, 1969), die als charakteristische Punkte innerhalb der der Größe nach geordneten Folge der Differenzen  $\Delta y_i$  bestimmt werden. Sie sind allgemein in folgender Weise definiert. Unter Voraussetzung einer kontinuierlichen auf 1 normierten Verteilungsfunktion  $F(x)$  ist das  $p$ -Quantil  $x_p$  derjenige Wert  $x_p$ , bei dem  $F(x_p) = p$  wird, d. h. das Quantil  $x_p$  muß von 100  $p$  % aller Werte unterschritten werden. Liegen diskrete Werte vor, wie hier die Differenzen, gilt letzteres ebenfalls. Da aber die Verteilungsfunktion  $F(x)$  hierbei die Gestalt einer Treppenfunktion hat, ist einem  $p$  nicht immer eindeutig ein  $x_p$  zuzuordnen (Abb. 1 b), so daß über die Bestimmung des  $p$ -Quantils bei vorgegebenem  $p$  eine Vereinbarung getroffen werden muß.

Bei einer mit dem Index  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  der Größe nach geordneten Folge von Werten ist das  $p$ -Quantil (folgend unabhängig von der Benennung der

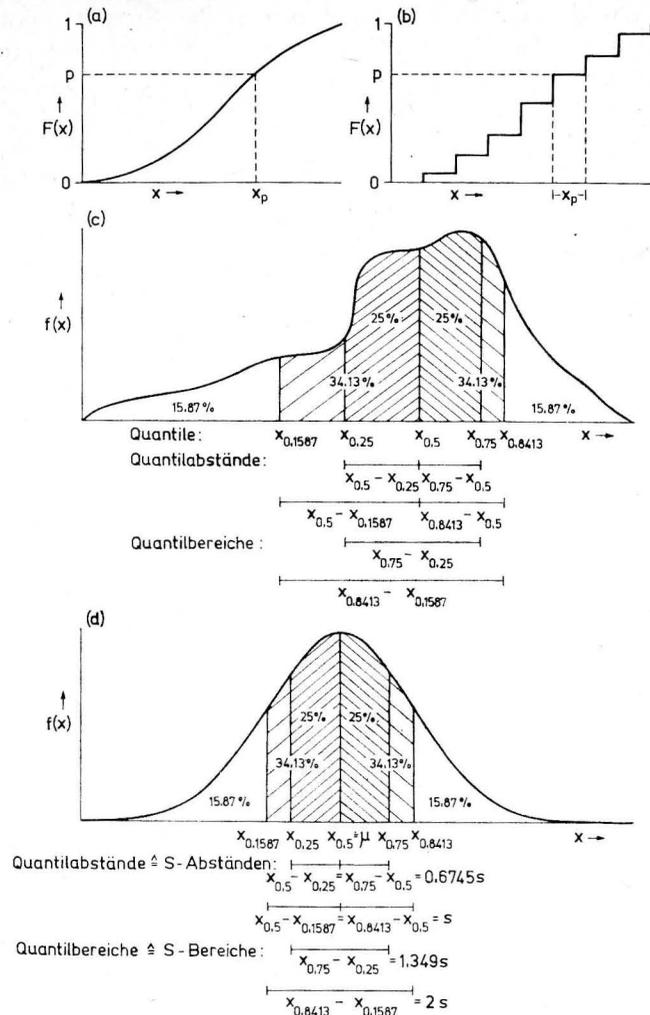


Abb. 1. Verteilungsfunktion einer stetigen (a) und einer diskreten Zufallsgröße (b) sowie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen einer beliebigen Verteilung (c) und einer GAUSSschen Normalverteilung (d) mit kennzeichnenden Quantilgrößen.

diskreten Werte der Folge immer als  $x_p$  bezeichnet) der  $i = (N \cdot p + p)$ te Wert. Ist  $i$  eine ganze Zahl, ergeben sich keine Schwierigkeiten, denn  $x_p$  ist dann ein Wert der Folge der  $\Delta y_i$ , andernfalls liegt  $x_p$  zwischen zwei Werten der Folge. Da in diesem Fall jeder beliebige Zwischenwert, der  $x_p$  zugewiesen wird, der erforderlichen Unterschreitungsbedingung genügt, wird festgesetzt, daß  $x_p$  dann (unabhängig von den bei  $i$  hinter dem Komma auftretenden Dezimalen) als Mittelwert der beiden umgebenden Werte der Folge bestimmt wird.

Aus den Quantilen ergeben sich die als eigentliches Streuungsmaß dienenden Quantilabstände und Quantilbereiche (TAUBENHEIM, 1969). Erstere stellen die Differenzen einzelner Quantile gegenüber dem Median (Quantil  $x_{0,5}$ ) dar. Quantilbereiche werden als Differenz zwischen Quantilen gebildet, die an der oberen und unteren Seite einer Folge jeweils die gleiche Anzahl an Werten abtrennen. Zur weiteren Erläuterung vgl. Abb. 1c, die verschiedene Quantilgrößen einer beliebigen, kontinuierlichen Verteilung enthält.

Die Verwendung der Standardabweichung  $s$  als Streuungsmaß ist streng genommen nur dann statthaft, wenn über die zu einer Stichprobe an Werten gehörige Grundgesamtheit ausgesagt werden kann, daß sie einer GAUSSschen Normalverteilung entspricht. Denn nur bei Vorliegen einer Normalverteilung kann  $s$  als günstigster Schätzwert der Wurzel der Varianz  $\sigma$  gemeinsam mit dem Schätzwert für den Mittelwert  $\mu$  (arithmetisches Mittel  $\bar{\Delta y}$ ) diese Verteilung über die bekannte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der GAUSS-Verteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

ausreichend beschreiben. Kann keine Normalverteilung vorausgesetzt werden, so ist die formale Berechnung von  $s$  zwar auch möglich, doch der Informationsgehalt ist um so geringer, je stärker die gegebene Verteilung von einer GAUSS-Verteilung abweicht.

Im Gegensatz zu diesem verteilungsgebundenen Streuungsmaß kann die Bestimmung der Quantilabstände und -bereiche als Streuungsparameter völlig unabhängig von der Form der Verteilung vorgenommen werden.

Um beide Streuungsparameter gleichberechtigt anwenden zu können, muß der Nachweis normalverteilter Grundgesamtheiten erfolgen. Dies geschieht mit Hilfe des  $\chi^2$ -Verfahrens (vgl. KOLLER, 1969; WEBER, 1972), das auf einem Vergleich zwischen den gegebenen Häufigkeitsverteilungen (Stichproben) und den entsprechend (3) bestimmten Normalverteilungen beruht.

Die Anwendung beider Streuungsparameter bezweckt eine genäherte Beschreibung der Grundgesamtheit. Diese Beschreibung erfolgt seitens der Quantile durch eine Analyse der Stichprobe und seitens der Standardabweichung durch die mit Hilfe von  $s$  berechnete Normalverteilung. Ein Vergleich beider Streuungsparameter beinhaltet somit den detaillierten Vergleich zwischen Stichprobe (gegebene Verteilung) und dazu gehöriger Normalverteilung (theoretische Verteilung).

Die Ausführung dieses Vergleichs erfolgt durch Gegenüberstellung der Quantile, Quantilabstände und -bereiche der gegebenen und der theoretischen Verteilungen, wobei sich die Quantilgrößen der theoretischen Verteilung als Ausdrücke von Standardabweichung und Mittelwert darstellen, da im Fall einer Normalverteilung folgende feste Beziehungen zwischen ihnen bestehen.

Quantile entsprechen bei Normalverteilung festen Teilflächen  $F(x)$  unterhalb der GAUSSschen Glockenkurve, so daß sich die Beziehungen zwischen ihnen und der Standardabweichung ( $s = \sigma$ ) aus der Verteilungsfunktion der Normal-

verteilung

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du \quad (4)$$

ergeben. Durch Umformung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma^2 = 1$  resultiert die bekannte Funktion

$$\Phi(\lambda) = 2 \int_0^\lambda \varphi(u) du = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\lambda e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (5)$$

die tabelliert vorliegt (z. B. BRONSTEIN-SEMENDJAJEW, 1968) und bei Vorgabe von  $\Phi(\lambda)$  direkt die Bestimmung eines  $\lambda = b$  zuläßt, welches den gewünschten Beziehungen der Quantilabstände und -bereiche

$$x_p - x_{0,5} = b \cdot s \quad \text{und} \quad x_p - x_{p'} = 2b \cdot s \quad (6)$$

genügt, wobei  $x_{p'}$  das zugehörige Quantil zu  $x_p$  ist (vgl. Abb. 1d); umgekehrt kann bei gegebenem  $b = \lambda$  über  $\Phi(\lambda)$  der entsprechende Quantilabstand bzw. -bereich bestimmt werden.

### 3. Material und Durchführung der Berechnungen

Zur Bearbeitung werden 336 zeitlich unterschiedlich verteilte Temperaturmeßserien des Bornholmbeckens (Station östlich von Christiansö; mittlere Position:  $55^\circ 19' N$ ,  $15^\circ 14' E$ ) aus den Jahren 1933–1970 benutzt, die die Meßtiefen 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 100 m umfassen. Durch Fehl- oder nicht ganz hinabgehende Messungen reduziert sich die Zahl der in den einzelnen Tiefen vorliegenden Meßwerte geringfügig, abgesehen von einer stärkeren Verminderung in 100 m Tiefe (Tab. 1). Nach dem genannten Verfahren der Linear-kombination trigonometrischer Funktionen, das sich entsprechend früherer Untersuchungen (FRANCK u. MATTHÄUS, 1974) für nicht äquidistante Werte gegenüber der Harmonischen Analyse als günstiger erweist, erfolgt die Bestimmung der Jahresgänge für alle Tiefenhorizonte mit dem für diese Werteverteilung als optimal erkannten Ausgleichungsgrad  $m = 4$ .

Als Ausgangswerte für die weitere Bearbeitung werden die Ordinatenabweichungen  $\Delta T$  der Basisdaten der Temperatur von den mittleren Jahresgängen  $\bar{T} = \bar{T}(t)$  berechnet (vgl. Abb. 2).

Durch ganzjährige Zusammenfassung der  $\Delta T$ -Werte in den einzelnen Tiefen ergeben sich entsprechend der Zahl der Tiefenhorizonte 10  $\Delta T$ -Verteilungen, für die zunächst formal die Standardabweichung  $s$  und das arithmetische Mittel  $\bar{\Delta T}$  bestimmt werden. Nach Berechnung der zugehörigen theoretischen Verteilungen (GAUSSsche Normalverteilungen) gemäß (3) und der Erstellung von Häufigkeitsverteilungen (Klassenbreite 0,5 grad) erfolgt durch den  $\chi^2$ -Test die

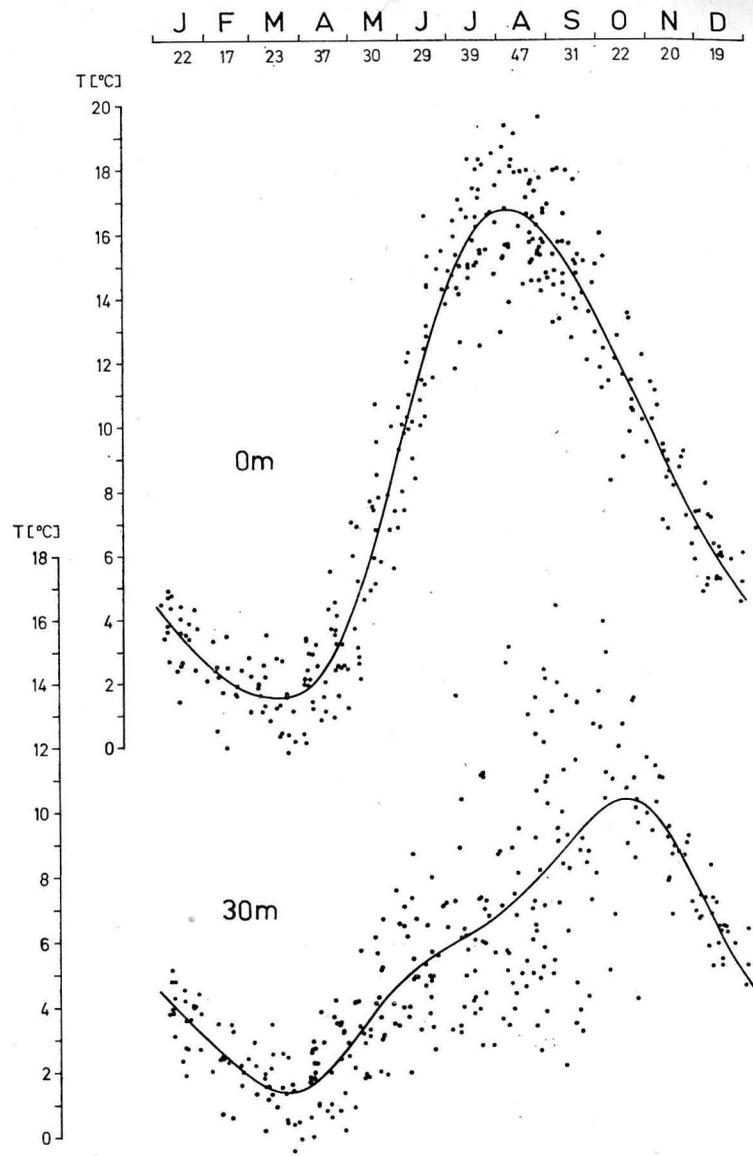


Abb. 2. Streuung der Meßwerte um die durch Ausgleich ( $m = 4$ ) gewonnenen mittleren Jahrgänge der Temperatur (0 und 30 m) des Christiansø-Tiefs (die Zahlen am oberen Bildrand stellen die Anzahl der monatlich zur Verfügung stehenden Meßserien dar).

Prüfung, ob die Abweichung der gegebenen von der theoretischen Verteilung signifikant ist oder nicht. Die Signifikanzschranken sollen durch die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,001$  bestimmt sein. Der Test wird an den absoluten

Besetzungszahlen der Klassen vorgenommen, wobei in den randlichen Klassen auf eine Mindestbesetzung von 5 Werten geachtet wird.

Erweist sich die Abweichung von der theoretischen Verteilung als nicht signifikant, wird dadurch indirekt die Normalverteilung der Grundgesamtheit bestätigt, so daß beide Streuungsparameter angewendet und verglichen werden können. Für den Vergleich werden neben dem Median  $x_{0,5}$  folgende 8 Quantile ermittelt.

Quantile	Abgetrennter Werteumfang (unten bzw. oben) %	Werteumfang im Quantilbereich %
$x_{0,25}; x_{0,75}$	25,00	50,00
$x_{0,1587}; x_{0,8413}$	15,87	68,26
$x_{0,1}; x_{0,9}$	10,00	80,00
$x_{0,0228}; x_{0,9772}$	2,28	95,44

Je zwei Quantile sind einander zugeordnet, d. h. sie trennen am oberen und unteren Ende der Folge die gleiche Anzahl an Werten ab.

Die Auswahl dieser Quantile, die bezüglich ihrer Anzahl für diese Betrachtungen als ausreichend angesehen werden, resultierte aus folgenden Überlegungen. Die Quantile  $x_{0,25}$  und  $x_{0,75}$  sind die bekannten Quartile, deren Quartilabstände früher als wahrscheinliche Abweichung zur Beurteilung der Streuung herangezogen wurden; häufiger angewendet werden auch die Quantile  $x_{0,1}$  und  $x_{0,9}$ , die bereits einen sehr umfangreichen Teil der Folge berücksichtigen. Die vier durch stark gebrochene  $p$ -Zahlen gekennzeichneten Quantile liefern Quantilabstände, die bei Vorliegen einer GAUSSSchen Normalverteilung der einfachen und doppelten Standardabweichung entsprechen. Alle acht Quantile sind etwa gleichmäßig über die äußeren Teile der Wertefolge verteilt, was für eine Einschätzung der Verteilungen günstig ist. Quantile, die dem Median näher als  $x_{0,25}$  und  $x_{0,75}$  liegen, sind nicht so geeignet, da eine Streuung, die weniger als 50% aller Werte erfaßt, von geringerem Interesse ist.

Die Bestimmung dieser Quantile sowie der dazugehörigen Quantilabstände und -bereiche für die gegebenen Verteilungen wurde bereits erläutert. Für die theoretischen Verteilungen müssen diese Quantilabstände und -bereiche mittels (5) und (6) in Ausdrücke von  $s$  umgeformt werden, um sie für die Normalverteilungen in den einzelnen Tiefen bestimmen zu können.

Setzt man in (5) für die Quantilabstände  $x_{0,5} - x_{0,25}$  und  $x_{0,5} - x_{0,1}$  den Wert  $\Phi(\lambda) = 0,5$  bzw.  $0,8$  (auf 1 normierte Teilfläche des jeweiligen Quantilbereichs) ein, erhält man

$\lambda = b = 0,6745$  bzw.  $1,2816$ . Umgekehrt ergeben sich mit

$x = \sigma = s$  bzw. gleich  $2\sigma = 2s$  und dementsprechend

$b = \lambda = (x - \mu)/\sigma = 1$  bzw.  $2$  bei  $\mu = 0$  gemäß (5) die Teilflächen der Quantilbereiche  $\Phi(\lambda) = 0,6826$  bzw.  $0,9544$ , die durch die Quantile  $x_{0,1587}$  und  $x_{0,8413}$

bzw.  $x_{0,0228}$  und  $x_{0,9772}$  begrenzt sind. Eingesetzt in (6) lauten die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} x_{0,75} - x_{0,5} &= x_{0,5} - x_{0,25} = 0,6745 s \\ x_{0,8413} - x_{0,5} &= x_{0,5} - x_{0,1587} = s \\ x_{0,9} - x_{0,5} &= x_{0,5} - x_{0,1} = 1,2816 s \\ x_{0,9772} - x_{0,5} &= x_{0,5} - x_{0,0228} = 2s \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Aus diesen Quantilabständen der Normalverteilung folgt für die entsprechenden Quantilbereiche

$$\left. \begin{aligned} x_{0,75} - x_{0,25} &= 1,3490 s \\ x_{0,8413} - x_{0,1587} &= 2s \\ x_{0,9} - x_{0,1} &= 2,5632s \\ x_{0,9772} - x_{0,0228} &= 4s \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Die Quantilabstände und -bereiche der Normalverteilung, deren Größe durch den jeweils rechten Term der Gleichungen gekennzeichnet ist, werden im Unterschied zu denjenigen der gegebenen  $\Delta T$ -Verteilungen folgend als  $S$ -Abstände ( $S_A = b \cdot s$ ) und  $S$ -Bereiche ( $S_B = 2b \cdot s$ ) bezeichnet.

Der Vergleich beider Streuungsparameter wird als Lage- und Größenvergleich dieser Quantile, Quantilabstände und -bereiche in den gegebenen und in den theoretischen  $\Delta T$ -Verteilungen durchgeführt; d. h. der Vergleich ist identisch mit der detaillierten Gegenüberstellung der Stichprobenverteilung und der zugehörigen Normalverteilung. Eine weitere Vergleichsmöglichkeit auf der Grundlage der Quantilabstandsverhältnisse unterbleibt, da die zusätzliche Information gering ist.

#### 4. Ergebnisse

Die ermittelten statistischen Grundgrößen der  $\Delta T$ -Verteilungen aller Tiefenhorizonte sind in Tab. 1 zusammengefaßt. Es zeigt sich zunächst, daß in den verschiedenen Tiefen die verwendeten  $\Delta T$ -Werte und damit die Temperaturmessungen selbst die erhebliche Gesamtstreuung von etwa 8,5 bis 14,5 grd aufweisen. Dieser Schwankungsbereich entspricht etwa der Größenordnung der mittleren Jahresschwankung der Temperatur. Obwohl diese Streubreite nur in bestimmten Jahreszeiten erreicht wird, unterstreicht dieser Sachverhalt die Notwendigkeit einer genaueren Untersuchung der Abweichungen vom mittleren Jahresgang.

Die Überprüfung der in den einzelnen Tiefenhorizonten gegebenen  $\Delta T$ -Verteilungen auf zugrunde liegende Normalverteilungen mittels des  $\chi^2$ -Tests liefert folgendes Resultat.

$z$ [m]	0	10	20	30	40	50	60	70	80	100
$\chi^2$	8,4	7,1	25,7	63,8	13,3	24,0	10,9	16,8	6,9	4,3
$f$	12	10	11	18	10	9	9	12	9	8
$\alpha$	0,7	0,7	0,001	<0,001	0,1	0,001	0,1	0,1	0,5	0,7

Tabelle 1  
Statistische Grundgrößen der gegebenen  $\Delta T$ -Wertfolgen (Verteilungen) in den betrachteten Tiefenhorizonten

Tiefe [m]	Anzahl der $\Delta T$ -Werte	Gesamt- streu- breite [grd]	Standard- abweichung $s$ [grd]	Arith. Mittel $\overline{\Delta T}$ [grd]	Median $x_{0,5}$ [grd]	Quantile	
						$x_{0,25}$ [grd]	$x_{0,75}$ [grd]
0	335	8,61	$\pm 1,42$	0,00	+0,04	-0,96	+0,96
10	325	9,72	$\pm 1,32$	0,00	-0,03	-0,78	+0,86
20	330	14,21	$\pm 2,17$	0,00	+0,16	-0,95	+1,27
30	329	14,64	$\pm 2,24$	0,00	-0,06	-1,15	+1,03
40	331	9,35	$\pm 1,44$	0,00	-0,02	-0,97	+0,83
50	333	9,66	$\pm 1,63$	0,00	-0,22	-1,19	+1,06
60	331	10,78	$\pm 1,82$	0,00	-0,09	-1,18	+1,12
70	328	12,68	$\pm 1,86$	0,00	-0,15	-1,16	+0,91
80	321	8,48	$\pm 1,57$	0,00	-0,12	-1,01	+1,02
100	258	10,90	$\pm 1,54$	0,00	-0,11	-1,10	+1,04

Tiefe [m]	Quantile					
	$x_{0,1587}$ [grd]	$x_{0,8413}$ [grd]	$x_{0,1}$ [grd]	$x_{0,9}$ [grd]	$x_{0,0228}$ [grd]	$x_{0,9772}$ [grd]
0	-1,22	+1,46	-1,78	+1,78	-2,82	+2,96
10	-1,35	+1,37	-1,70	+1,65	-2,70	+2,42
20	-1,64	+1,83	-2,32	+2,40	-6,18	+3,68
30	-1,78	+1,60	-2,50	+2,45	-5,12	+5,67
40	-1,34	+1,26	-1,66	+1,84	-2,57	+3,26
50	-1,54	+1,58	-1,92	+2,30	-2,72	+3,62
60	-1,60	+1,68	-2,16	+2,25	-3,62	+4,14
70	-1,68	+1,76	-2,28	+2,46	-3,36	+4,11
80	-1,52	+1,54	-2,00	+2,06	-2,78	+3,21
100	-1,50	+1,56	-1,94	+1,80	-2,70	+3,36

Nur in 30 m Tiefe (Sprungschichtnähe) erweist sich die Abweichung der gegebenen von der theoretischen Verteilung auf dem 0,1% Niveau (Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,001$ ) als gesichert, d. h. in dieser Tiefe ist die Grundgesamtheit der  $\Delta T$ -Werte nicht normalverteilt. In allen anderen Tiefen liefern die  $\chi^2$ -Werte bei der allerdings sehr niedrig vereinbarten, begrenzenden Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,001$  das Ergebnis, daß die Grundgesamtheiten als normalverteilt angesehen werden können.

Die in den verschiedenen Tiefen genannten unterschiedlichen  $\alpha$ -Werte kennzeichnen die Irrtumswahrscheinlichkeit, die, wenn sie als Grenze vereinbart wird, bei den  $\chi^2$ -Werten und der Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  in den einzelnen Tiefen gerade noch keinen signifikanten Unterschied zwischen gegebener und theoretischer Verteilung bestätigt. Z. B. bedeutet  $\alpha = 0,7$  in 0 m Tiefe, daß die Wahrscheinlichkeit eines Irrtums bei Ablehnung der Nullhypothese (der gegebenen Verteilung liegt die theoretische Verteilung zugrunde) an der Oberfläche noch etwas größer als 70% bzw. 0,7 ist. Im Gleichklang damit steht, daß sich in höheren  $\alpha$ -Werten eine geringere Abweichung zwischen gegebener und

theoretischer Verteilung widerspiegelt. Dementsprechend sind in der oberen 10-m-Schicht und in 60–100 m Tiefe die  $\Delta T$ -Verteilungen den zugehörigen Normalverteilungen ähnlicher als in 20–50 m Tiefe (vgl. Abb. 5), wo mit Ausnahme von 40 m derartig große Abweichungen vorkommen, daß bei etwas höher vereinbarter, begrenzender Irrtumswahrscheinlichkeit auch die  $\Delta T$ -Verteilungen in 20 und 50 m Tiefe nicht mehr als normalverteilt angesehen werden könnten.

Die Ergebnisse des  $\chi^2$ -Tests bestätigen generell die Anwendbarkeit der Standardabweichung. Auch in 30 m Tiefe werden die Untersuchungen mit  $s$  weitergeführt, um die Größe des auftretenden Informationsverlustes zu kennzeichnen. Im Einzelnen ergibt der Vergleich der beiden Streuungsparameter bzw. der genauere Vergleich der gegebenen und der theoretischen Verteilungen folgendes.

Zwischen dem arithmetischen Mittelwert  $\overline{\Delta T}$  und dem Median  $x_{0,5}$ , die bei Normalverteilung übereinstimmen, bestehen in allen Tiefen nur geringe Abweichungen. Der Unterschied, der maximal etwa 0,2 grad beträgt, ist bei den auftretenden Streubreiten als geringfügig anzusehen. Erwähnenswert ist, daß das arithmetische Mittel in allen Tiefen den Wert Null hat; dies spricht unter anderem für eine gute Lage der mittleren Jahregänge innerhalb der Punktwolke der Temperaturmessungen (vgl. Abb. 1).

Eine Grundgegebenheit der verwendeten theoretischen Verteilungen ist ihre Symmetrie (vgl. (7)). Inwieweit die gegebenen Verteilungen davon abweichen, zeigt sich näherungsweise im Vergleich der einander zugeordneten Quantile (Tab. 1), da der Median praktisch gleich Null ist und damit die Quantile etwa den Quantilabständen entsprechen. Genauer sind Abweichungen von der Symmetrie aus der Ungleichheit der berechneten Quantilabstände (Tab. 2) zu entnehmen. Die Differenzen einander zugeordneter Quantilabstände sind als anschauliches Maß für die unterschiedliche Asymmetrie in der Abb. 3 dargestellt.

Es zeigt sich, daß die Differenz der Quantilabstände in 20, 30, 50, 60, 70 und 80 m Tiefe von den kleineren zu den größeren Quantilabstandsparametern wächst. Besonders klar ist dies in 50 m Tiefe erkennbar, wo die Differenz der Quantil-

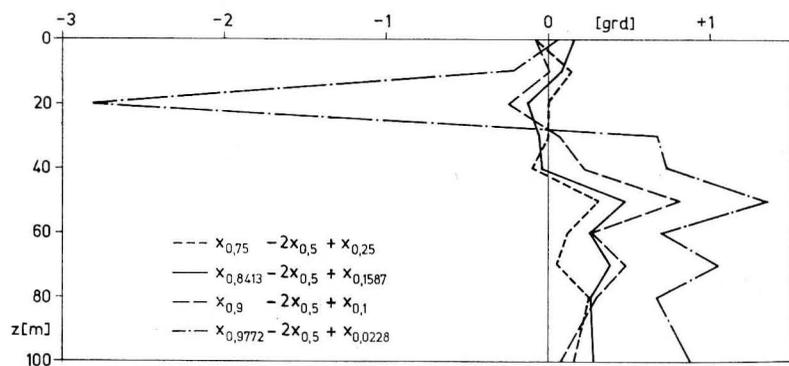


Abb. 3. Differenz einander zugeordneter Quantilabstände der  $\Delta T$ -Verteilungen (Asymmetrie der Quantile) in den verschiedenen Tiefenhorizonten

Tabelle 2

Quantilabstände der gegebenen  $\Delta T$ -Wertfolgen (a, b) im Vergleich mit den analogen  $S$ -Abständen der theoretischen  $\Delta T$ -Verteilungen (c) in den betrachteten Tiefenhorizonten ( $S$ -Abstände in 30 m Tiefe in Klammern sind mit gesondertem  $s = 1,69$  grad berechnet).

Tiefe [m]	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
	$x_{0,5} - x_{0,25}$ [grad]	$x_{0,75} - x_{0,5}$ [grad]	$S_A = 0,6745 s$ [grad]	$x_{0,5} - x_{0,1587}$ [grad]	$x_{0,8413} - x_{0,5}$ [grad]	$S_A = s$ [grad]
0	1,00	0,92	0,96	1,26	1,42	1,42
10	0,75	0,89	0,89	1,32	1,40	1,32
20	1,11	1,11	1,46	1,80	1,67	2,17
30	1,09	1,09	1,51 (1,14)	1,72	1,66	2,24 (1,69)
40	0,95	0,85	0,97	1,32	1,28	1,44
50	0,97	1,28	1,10	1,32	1,80	1,63
60	1,09	1,21	1,23	1,51	1,77	1,82
70	1,01	1,06	1,25	1,53	1,91	1,86
80	0,89	1,14	1,06	1,40	1,66	1,57
100	0,99	1,15	1,04	1,39	1,67	1,54

Tiefe [m]	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
	$x_{0,5} - x_{0,1}$ [grad]	$x_{0,9} - x_{0,5}$ [grad]	$S_A = 1,2816 s$ [grad]	$x_{0,5} - x_{0,0228}$ [grad]	$x_{0,9772} - x_{0,5}$ [grad]	$S_A = 2s$ [grad]
0	1,82	1,74	1,82	2,86	2,92	2,85
10	1,67	1,68	1,70	2,67	2,45	2,65
20	2,48	2,24	2,78	6,34	3,52	4,33
30	2,44	2,51	2,87 (2,17)	5,06	5,73	4,49 (3,38)
40	1,64	1,86	1,84	2,55	3,28	2,88
50	1,70	2,52	2,09	2,50	3,84	3,27
60	2,07	2,34	2,33	3,53	4,23	3,63
70	2,13	2,61	2,38	3,21	4,26	3,72
80	1,88	2,18	2,01	2,66	3,33	3,13
100	1,83	1,91	1,97	2,59	3,47	3,08

abstände von 0,3 grad bei kleinen Quantilabständen ( $x_{0,75} - x_{0,5}$ ;  $x_{0,5} - x_{0,25}$ ) durchgehend auf etwa 1,3 grad bei hohen Quantilabständen ( $x_{0,9772} - x_{0,5}$ ;  $x_{0,5} - x_{0,0228}$ ) ansteigt. Das besagt, daß die Quantile mit wachsender Entfernung vom Median zunehmend asymmetrisch liegen oder auf die  $\Delta T$ -Verteilungen bezogen, daß diese im Zentrum noch eine genäherte Symmetrie aufweisen, die nach außen abnimmt. In den anderen Tiefen (10, 40, 100 m), abgesehen von der Oberfläche, fehlt zwar die durchgehende Zunahme der Asymmetrie der Quantile nach den Außenseiten der Verteilung, aber auch hier werden die größten Asymmetriewerte der Quantile in Randnähe der Verteilungen festgestellt, d. h. die  $\Delta T$ -Verteilungen dieser Tiefen sind grundsätzlich ebenfalls an den Außenseiten stärker asymmetrisch als in den mittleren Teilen. Dieser Tatbestand hat seine Ursache in der geringeren Stabilität der Quantile an den Außenseiten der Verteilungen, die durch herabgesetzte Wertedichte hervorgerufen wird.

Die Größe der Asymmetrie bleibt für die  $\Delta T$ -Verteilungen fast aller Tiefen, sofern man die mittleren Teile der Verteilungen bis zu einem Werteanteil von 80% (begrenzende Quantile:  $x_{0,9}$ ;  $x_{0,1}$ ) betrachtet, mit einer Ausnahme kleiner

als 0,5 grd (Abb. 3). Erst bei Hinzunahme der randlichen Teile bis zu 95% des Wertumfangs ergeben sich in den einzelnen Tiefen Asymmetrien von mehr als 1 grd. Als Unterschiede in der Tiefenerstreckung sind vorwiegend geringe, um Null schwankende Asymmetriewerte in 0–30 m Tiefe und größere positive Asymmetrien in 40–100 m Tiefe hervorzuheben (Abb. 3); letztere weisen darauf hin, daß unterhalb der Temperatursprungschicht die positiven Temperaturabweichungen einen breiteren Streubereich als die negativen Abweichungen einnehmen.

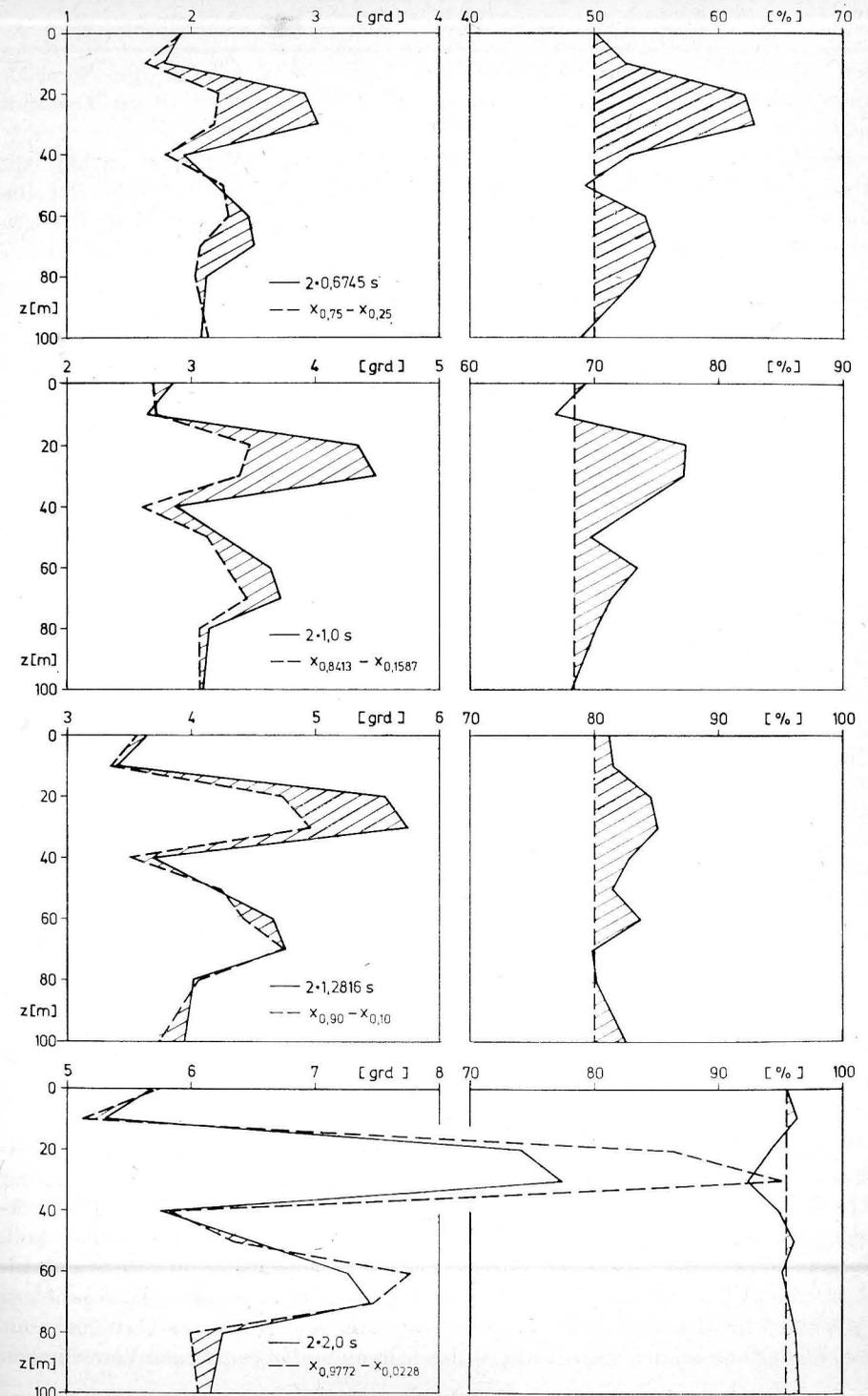
Da die Symmetrie nur eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die hier zugrunde liegende Normalverteilung darstellt, beginnt der eigentliche Vergleich der Verteilungen, abgesehen von der Gegenüberstellung Mittelwert-Median, erst mit dem Vergleich der Quantilabstände der gegebenen Verteilungen und der entsprechend (7) ermittelten  $S$ -Abstände der zugehörigen Normalverteilungen (Tab. 2).

Bei den drei kleineren Quantilabstandspaaren betragen die mittleren Unterschiede zwischen Quantil- und  $S$ -Abständen 0,1–0,15 grd, wenn man die stark herausfallenden Werte aus 20 und 30 m Tiefe nicht berücksichtigt. Hier treten Abweichungen bis über 0,5 grd auf, während sonst kaum 0,35 grd erreicht werden. Generell zeigt sich, daß die Quantilabstände meistens kleiner sind als die  $S$ -Abstände. Für den Fall, daß von zwei einander zugeordneten Quantilabständen einer größer und der andere kleiner als der zugehörige  $S$ -Abstand ist, wie es besonders bei den Quantilen  $x_{0,9}$  und  $x_{0,1}$  zum Ausdruck kommt, beinhaltet die Angabe des  $S$ -Abstandes einen Ausgleich, der nur bei nachgewiesener Normalverteilung der Grundgesamtheit berechtigt ist.

Die Quantilabstände des größten Quantilabstandspaars, gebildet durch  $x_{0,9772}$  und  $x_{0,0228}$ , weichen im Mittel um 0,35 grd von den  $S$ -Abständen ab, wenn die Tiefen 20 und 30 m ausgeklammert werden. Im einzelnen treten Abweichungen bis zu 0,6 grd, in den Tiefen 20, 30 und 50 m 0,6–2,0 grd auf. In den zahlenmäßig etwa gleich umfangreichen negativen und positiven Abweichungen ist in 40–100 m Tiefe eine deutliche Ordnung bemerkbar. Alle linksseitigen Quantilabstände (negative  $\Delta T$ -Werte) sind kleiner, alle rechtsseitigen Quantilabstände (positive  $\Delta T$ -Werte) sind größer als die zugehörigen  $S$ -Abstände. Dies findet man abgeschwächt bereits in den kleineren Quantilabstandspaaren. Hier kommt eine gewisse Schiefe der gegebenen Verteilungen zum Ausdruck, die sich auch in den durchgehend einseitigen Asymmetrien der Verteilungen dieser Tiefen widerspiegelt.

Bei dem Vergleich der Quantil- und  $S$ -Bereiche spielen die asymmetrischen Merkmale der gegebenen Verteilungen praktisch keine Rolle; vielmehr werden durch die Summierung der Abstände die Unterschiede der Bereiche gegenüber

Abb. 4 (S. 41). Größe der Quantilbereiche der gegebenen  $\Delta T$ -Verteilungen (-----) und der ihnen entsprechenden  $S$ -Bereiche der zugehörigen Normalverteilungen (—), links, sowie der vom Quantilbereich (-----) und vom entsprechenden  $S$ -Bereich (—) eingeschlossene Anteil vom Gesamtumfang der Werte [%], rechts, in den verschiedenen Tiefenhorizonten.



den Abstandsunterschieden vermindert. Andererseits werden die Bereichsunterschiede vergrößert, wenn die einander zugeordneten Quantilabstände beide kleiner bzw. größer als der zugehörige  $S$ -Abstand sind.

Die Ergebnisse des Vergleichs der Quantil- und  $S$ -Bereiche enthält die Abb. 4. Die Darstellungen auf der linken Seite beinhalten die Größe der einander zugeordneten Quantil- (gerissen) und  $S$ -Bereiche (durchgezogen). Die zwischen den Linien befindliche weiße (Quantilb.  $>$   $S$ -Bereiche) bzw. schraffierte ( $S$ -Bereich  $>$  Quantilb.) Fläche kennzeichnet die Unterschiede. Diese sind, abgesehen von 20 und 30 m Tiefe, mit mittleren Werten von 0,1–0,2 grad in den vier betrachteten Bereichen einheitlich niedrig. Im Einzelfall treten Unterschiede bis zu 0,5 grad auf. Sehr hohe Abweichungen von 0,7–1,8 grad werden in 20 und 30 m Tiefe beobachtet. Allgemein wird das Bild durch ein leichtes, in 20 und 30 m Tiefe durch ein starkes Überwiegen des  $S$ -Abstandes gekennzeichnet.

Überträgt man die Grenzen der  $S$ -Bereiche auf die gegebenen  $\Delta T$ -Verteilungen und bestimmt den Anteil an den  $\Delta T$ -Werten, den sie umschließen, so resultieren die Ergebnisse der Abb. 4 (rechts). Die durchgezogene Linie kennzeichnet den variablen Anteil an Werten, den der jeweils links genannte  $S$ -Bereich in den verschiedenen Tiefen beinhaltet. Der Prozentsatz an Werten, der innerhalb der Quantilbereiche liegt, ist durch Definition fixiert und deshalb unabhängig von der Verteilung und damit für alle Tiefen konstant (gerissene Linie); gleichzeitig entspricht dieser Wert dem Sollwert des jeweiligen  $S$ -Bereiches.

Sofern die  $S$ -Bereiche größer als die Quantilbereiche sind, umschließen sie notwendig einen größeren Anteil am Wertekollektiv als definitionsgemäß festliegt. Dies trifft für die vier betrachteten Bereiche in den meisten Tiefenhorizonten zu. Der  $S$ -Bereich, der der doppelten Standardabweichung entspricht ( $S_B = 2s$ ), umfaßt bis zu 73,5% des Wertebereichs (Sollwert: 68,26%) und in den Tiefen 20 und 30 m sogar bis zu 77%; nur in 10 m Tiefe bleibt der Wertebereich mit 66,7% unter dem Sollwert. Ähnliche Ergebnisse sind der Abb. 4 für die anderen Bereiche zu entnehmen. Generell ergibt sich, daß der Wertebereich der Quantilbereiche und der  $S$ -Bereiche, soweit nur der Kern der  $\Delta T$ -Verteilungen erfaßt wird (50%;  $x_{0,75} - x_{0,25}$ ), große Unterschiede aufweist, die bei Hinzunahme weiterer Werte, d. h. bei Betrachtung größerer Bereiche, infolge der nach außen abnehmenden Wertedichte kleiner werden.

## 5. Diskussion

Das positive Ergebnis des  $\chi^2$ -Tests, das die Anwendbarkeit der Standardabweichung neben den Quantilen bestätigt, erhält durch die Herauslösung der  $\Delta T$ -Verteilung (30 m) aus den sonst durchgehend normalverteilten  $\Delta T$ -Werten eine negative Seite, die einer Überprüfung unterzogen werden soll. Ausgehend von dem Gedanken, daß die aus der Stichprobe ermittelte Standardabweichung nicht notwendig die optimal angepaßte Normalverteilung liefern muß, wird für die Verteilung in 30 m Tiefe eine zweite Normalverteilung mit  $s = 1,69$  grad errechnet. Diese Zahl ist den sich mehr den gegebenen Verteilungen

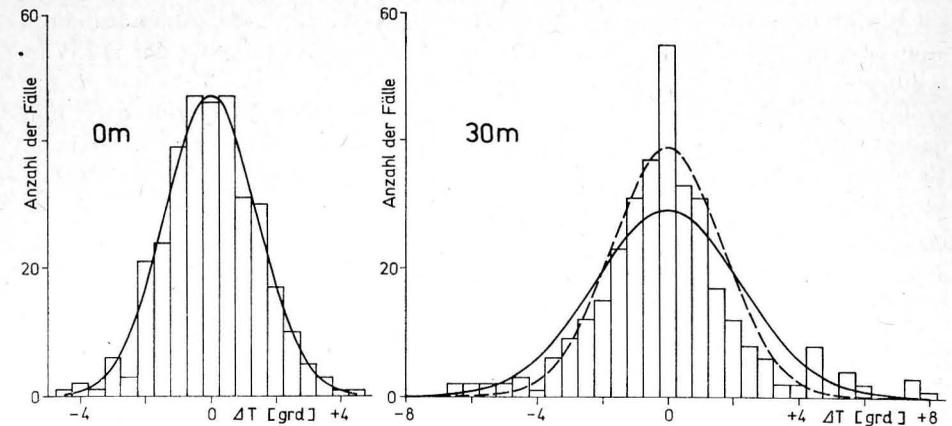


Abb. 5. Histogramme der  $\Delta T$ -Verteilungen in 0 und 30 m Tiefe im Vergleich mit den zugehörigen GAUSSSchen Normalverteilungen ( $s_0 = \pm 1,42$  grad;  $s_{30} = \pm 2,24$  grad sowie eine weitere Normalverteilung mit  $s_{30} = \pm 1,69$  grad (---).

angleichenden Quantilen entnommen; sie ist gleich dem halben Quantilbereich  $x_{0,8413} - x_{0,1587}$ , der theoretisch dem  $S$ -Bereich  $S_B = 2s$  entspricht. Die so gewonnene Normalverteilung zeigt in den wichtigeren mittleren Teilen eine bessere Übereinstimmung, was jedoch automatisch zu geringerer Übereinstimmung in den Randgebieten führt (Abb. 5). Der  $\chi^2$ -Test ergibt, daß bei randlicher Zusammenfassung der Klassen bis zu einer Mindesthäufigkeit von 10 die Ablehnung einer zugrunde liegenden Normalverteilung nicht mehr auf dem 0,1% Niveau gesichert werden kann ( $\chi^2 = 24,98$ ;  $f = 9$ ;  $\alpha = 0,001$ ); d. h. die  $\Delta T$ -Verteilung in 30 m Tiefe ist auch als normalverteilt anzusehen. Die festgesetzte Mindesthäufigkeit von 10 Werten pro Klasse, die dieses Ergebnis ermöglicht hat, erscheint gerechtfertigt, da andernfalls extreme Werte diesen Test zu stark beeinflusst hätten.

Dieses Resultat bestätigt einerseits den Ausgangsgedanken, daß eine Normalverteilung, die mit der aus der Stichprobe ermittelten Standardabweichung bestimmt wird, nicht die der Stichprobe optimal angepaßte Normalverteilung zu sein braucht oder deutlicher ausgedrückt, die mit  $s$  berechnete Normalverteilung entspricht nur selten der optimal angepaßten Normalverteilung. Daraus folgt, daß negative Ergebnisse des  $\chi^2$ -Tests bezüglich zugrunde liegender Normalverteilungen erst bei wiederholten negativen Resultaten mit verschiedenen geeigneten Normalverteilungen zur Ablehnung einer normalverteilten Grundgesamtheit führen sollten.

Andererseits bestätigt das Ergebnis des  $\chi^2$ -Tests, daß nunmehr die Standardabweichung  $s$  durchgehend für alle Tiefen verwendet werden kann, was für praktische Belange von erheblicher Wichtigkeit ist. Dabei muß jedoch bedacht werden, daß die Standardabweichungswerte und mit ihnen die zugehörigen Normalverteilungen die gegebenen Verteilungen in sehr unterschiedlicher Quali-

tät beschreiben. Ein allgemeines Maß liefern die  $\alpha$ -Werte; hohe Zahlen bedeuten eine bessere und niedrige Zahlen eine ungünstigere Wiedergabe der  $\Delta T$ -Verteilungen. In den sehr niedrigen  $\alpha$ -Werten in 20, 30 und 50 m Tiefe kommt der größere Unterschied zwischen gegebenen und theoretischen Verteilungen und damit eine mangelhaftere Beschreibung der  $\Delta T$ -Verteilungen zum Ausdruck. Es bleibt dabei offen, ob diese geringere Qualität ihre Ursache in der Nichterfassung der optimalen Normalverteilung oder in nicht ausreichendem Material hat, oder ob keine bessere Beschreibung möglich ist, weil in den  $\Delta T$ -Verteilungen geringe systematische Abweichungen von der Normalverteilungsform auftreten.

Geht man nunmehr davon aus, daß die Grundgesamtheit der  $\Delta T$ -Werte näherungsweise am besten erfaßt wird, wenn die Unterschiede zwischen gegebenen und theoretischen Verteilungen am geringsten sind, so lassen sich anhand der dargelegten Ergebnisse folgende Aussagen über die verwendeten Streuungsparameter machen.

Die Standardabweichung ist grundsätzlich zur Streuungsbestimmung der  $\Delta T$ -Werte anwendbar; aber sie charakterisiert die  $\Delta T$ -Verteilungen, selbst wenn sie, wie hier, Stichproben normalverteilter Grundgesamtheiten darstellen, mit unterschiedlichem Informationsgehalt. Dieser Mangel äußert sich in den sehr unterschiedlichen Differenzen zwischen den mittels Standardabweichung berechneten  $S$ -Bereichen und den Quantilbereichen. Eine gewisse Ordnung besteht insofern, als die  $S$ -Bereiche in den meisten Fällen etwas größer als die Quantilbereiche sind (Abb. 4 links). Da dieser Sachverhalt auf die  $\Delta T$ -Verteilungen aller Tiefen zutrifft, folgt daraus, daß die gegebenen Verteilungen häufig etwas steiler als die zugehörigen Normalverteilungen sind (vgl. Abb. 5 rechts). Für die Standardabweichung bedeutet das, daß die durch sie erzielte Streuungsangabe in der Regel etwas zu hoch ist. Das hat zur Folge, daß der  $S$ -Bereich  $S_B = 2s$  ebenso wie die anderen  $S$ -Bereiche oft einen etwas größeren Werteanteil umschließen als definitionsgemäß erforderlich ist (Abb. 4 rechts). Dieser Informationsverlust tritt in Übereinstimmung mit den niedrigsten  $\alpha$ -Werten besonders deutlich in 20 und 30 m Tiefe zutage, wo einer etwa um 0,5 grad zu hohen Standardabweichung bei den beiden kleineren  $S$ -Bereichen ein rd. 9–12% zu großer Werteanteil entspricht. Erwähnt sei noch, daß der ebenfalls niedrige  $\alpha$ -Wert in 50 m Tiefe nicht mit derartig großen Fehlern der Standardabweichung gekoppelt ist.

Die Ursache dieses Informationsverlustes muß darin gesehen werden, daß die Standardabweichung bei der Bestimmung nach (2) durch ungewöhnliche Häufigkeiten extremer  $\Delta T$ -Werte in der Weise verfälscht werden kann, daß die  $s$ -Werte zu hoch ausfallen. Dies ist besonders deutlich in der Gegenüberstellung der gegebenen und der theoretischen Verteilung in 30 m Tiefe erkennbar, wo größere Häufigkeiten extremer  $\Delta T$ -Werte zu einem sichtlich überhöhten  $s$ -Wert führten, der die zu breite Normalverteilung lieferte (Abb. 5 rechts), die ihrerseits den  $\chi^2$ -Test nicht bestand. Da der Betrag extremer  $\Delta T$ -Werte auf die Quantile weniger einwirkt, konnte auf diese Weise der kleinere realere  $s$ -Wert gewonnen werden,

der noch eine Absicherung der Normalverteilungsform erlaubte. Die gerade in diesem Sachverhalt zum Ausdruck kommenden Konsequenzen des Informationsverlustes von  $s$  führen zu der Fragestellung, ob ein derartig großer Informationsverlust der gewöhnlichen Standardabweichung nicht trotz des noch möglichen Nachweises einer zugrunde liegenden Normalverteilung auf bereits erwähnte, geringe Abweichungen von der Normalverteilungsform hindeutet, die vielleicht in einer überhöhten Häufigkeit extrem oder nahe Null liegender  $\Delta T$ -Werte bestehen. Unabhängig davon, ob es sich hierbei um Stichprobeneffekte handelt oder nicht, sind die dadurch entstehenden Informationsverluste in allen Tiefen mit Ausnahme von 20 und 30 m als noch tragbar anzusehen.

Bei Verwendung der Standardabweichung zur Berechnung mehrerer Streubereiche in Form der verschiedenen  $S$ -Bereiche macht sich der Informationsverlust allgemein in der Weise bemerkbar, daß kleine  $S$ -Bereiche (z. B. Quartilbereiche) bezüglich ihrer Größe geringere Fehler, bezüglich ihres Werteanteils große Fehler aufweisen können, während es bei den größeren  $S$ -Bereichen ( $S_B > 2s$ ) eher umgekehrt ist. Dies wird sofort verständlich auf dem Hintergrund großer Wertedichte in den zentralen und geringer werdender Dichte in den randnahen Teilen der Verteilung.

Im Vergleich mit der Standardabweichung ergeben sich bei den Quantilen folgende Nachteile. Stehen im Hintergrund der hier untersuchten Stichproben normalverteilte Grundgesamtheiten, wie es der  $\chi^2$ -Test bestätigte, so liefern die Quantile unvollständigere und möglicherweise fehlerhafte Beschreibungen der Verteilungen und damit auch der Streuungen. Die Unvollständigkeit besteht darin, daß bei einer Normalverteilung die von  $s$  gelieferte Information nicht einmal durch eine größere Anzahl an Quantilen voll ersetzt werden kann, denn selbst wenn die gleiche Aussagekraft vorhanden wäre, würde sich als Mangel der Quantile die geringere Informationskonzentration bemerkbar machen. Fehlerhafte Beschreibungen sind möglich, wenn beispielsweise zufällige Asymmetrien der Stichproben echte Asymmetrien in den Grundverteilungen der Meßgrößen vortäuschen. Umgekehrt läßt sich jedoch der Standardabweichung nachsagen, daß geringe Asymmetrien, die nicht mehr als Stichprobeneffekt zu deuten sind, wie möglicherweise die durchgehend positive Asymmetrie in allen Tiefen unterhalb von 40 m (breitere Streuung der positiven  $\Delta T$ -Werte), durch die Standardabweichung nivelliert werden.

Weiterhin erweist sich die geringe Stabilität der Quantile und der daraus abgeleiteten Quantilabstände und -bereiche als nachteilig, die sich bereits bei Hinzufügung bzw. Wegnahme weniger Glieder der Stichprobe bemerkbar macht. Besondere Instabilität weisen naturgemäß die Quantile auf, die in den weniger dicht besetzten randnahen Teilen der Folge liegen; z. B. verändert sich das Quantil  $x_{0,0225}$  in 20 m Tiefe bei Wegnahme von 3 Werten am unteren Ende der  $\Delta T$ -Wertfolge von  $-6,18$  auf  $-5,36$  grad (Tab. 1).

Diese Instabilität, die um so größer ist je größer die Abstände der Glieder der Folge sind, wirkt sich besonders beim Vergleich verschiedener Verteilungen als Nachteil aus.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß unter Berücksichtigung der spezifischen Schwierigkeiten beide Streuungsparameter für die Beschreibung der  $\Delta T$ -Verteilungen benutzt werden können, wobei jeweils der eine oder der andere entsprechend der gegebenen Verteilung bestimmte Vorteile mit sich bringt.

Unabhängig davon, welches der beiden Streuungsmaße verwendet wird, sollte man noch einige ergänzende Überlegungen über den Inhalt der gewonnenen Information anstellen. Die hier betrachtete Streuungsangabe dient zur Beschreibung der ganzjährigen Abweichungen der Temperatur von einem mittleren Jahresgang, also zur Beschreibung der gegebenen  $\Delta T$ -Verteilungen. Dabei blieb bisher unberücksichtigt, daß  $\Delta T$  keine einfache Zufallsgröße darstellt, sondern als eine von der Zeit abhängige Größe durch den stochastischen Prozeß  $\Delta T(t)$  charakterisiert ist, d. h. für jeden Zeitpunkt des Jahres besteht eine spezifische  $\Delta T$ -Verteilung. Nur in dem Fall, wenn diese  $\Delta T$ -Verteilungen zu jedem Zeitpunkt des Jahres gleich sind, wird die Zeitabhängigkeit gewissermaßen aufgehoben und nur dann ist eigentlich eine Zusammenfassung der  $\Delta T$ -Werte der verschiedenen Zeiten des Jahres zu einer Verteilung statthaft. Dieser Fall existiert jedoch nicht, wie ein Blick auf die jahreszeitlich unterschiedlich abweichenden Temperaturmessungen zeigt (Abb. 2). Da jedoch  $\Delta T$ -Verteilungen einzelner Zeitpunkte — ganz abgesehen von einer größeren Anzahl an Zeitpunkten — für die offene See in der Regel wegen Materialmangel nicht aufstellbar sind, sieht man sich zunächst zu der hier vorgenommenen Zusammenfassung der  $\Delta T$ -Werte des ganzen Jahres zu einer Verteilung gezwungen. Der sich dafür ergebende Streuungswert ist infolge der Unvollkommenheit dieser Verteilung in seiner Aussagekraft von vornherein begrenzt. Der Informationsgehalt wird um so geringer, je unterschiedlicher die unbekanntes zeitpunktgebundenen  $\Delta T$ -Verteilungen im Jahresverlauf zu erwarten sind, d. h. je stärker die Streuung in der Jahresperiode variiert. Hinzu kommt, daß dieser mittlere Jahresstreuungswert bei größeren Streuungsunterschieden innerhalb des Jahres (vgl. 30 m Tiefe in Abb. 2) sehr von der zeitlichen Verteilung der  $\Delta T$ -Werte in der Jahresperiode beeinflusst werden kann; liegen die benutzten  $\Delta T$ -Werte z. B. vorwiegend in einer durch breitere Streuung gekennzeichneten Jahreszeit (Sommer), so wird der mittlere Jahresstreuungswert zu groß ausfallen, während er andernfalls zu klein werden kann. Die mittlere jährliche Streuungsangabe sollte deshalb nur zu groben Vergleichen zwischen verschiedenen  $\Delta T$ -Verteilungen verwendet werden, wobei es von Vorteil ist, wenn diese ganzjährigen  $\Delta T$ -Verteilungen von der gleichen Station stammen, da dann in der Regel der negative Einfluß unterschiedlicher zeitlicher Verteilung der  $\Delta T$ -Werte entfällt, der sich beim Vergleich von  $\Delta T$ -Verteilungen verschiedener Seegebiete bemerkbar machen kann.

Für detaillierte Fragestellungen ist dieser ganzjährige Streuungswert nicht ausreichend. Die Zeitabhängigkeit der  $\Delta T$ -Werte und damit auch der Streuung muß in gewissen Grenzen berücksichtigt werden. Die Untersuchung von  $\Delta T$ -Verteilungen fester Zeitpunkte ist, wie erwähnt, wegen Materialmangel nicht

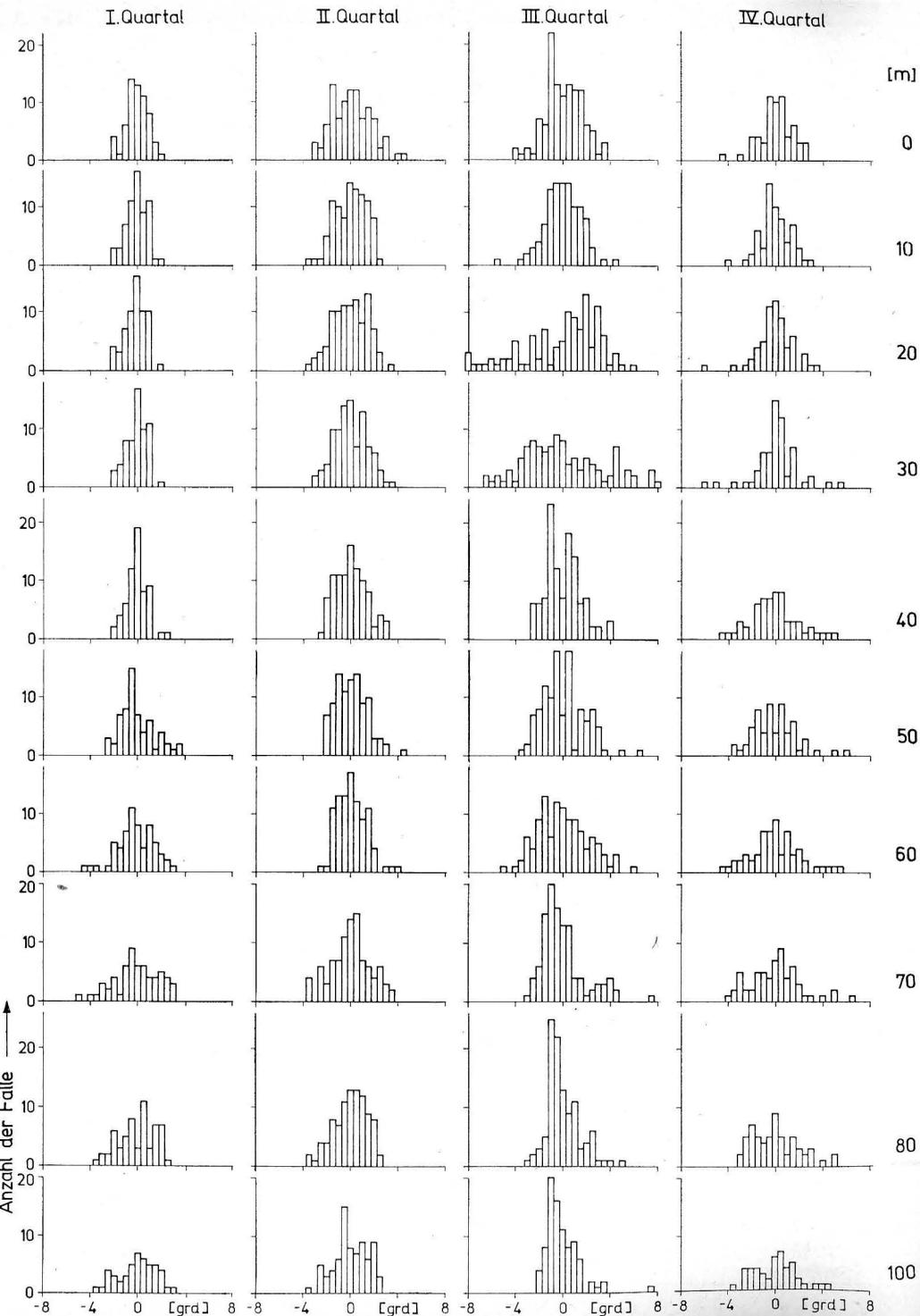
möglich, aber auch nicht erforderlich. Es genügt, die  $\Delta T$ -Werte bestimmter Zeitintervalle (Monat, Quartal) zu  $\Delta T$ -Verteilungen zusammenzufassen, wobei die kürzeren Zeitintervalle — vorausgesetzt die Wertezahl ist ausreichend — die besseren Informationen liefern. Die Notwendigkeit der damit möglichen Bestimmung verschiedener Streuwerte im Jahresverlauf wird offensichtlich, wenn man die Unterschiede der  $\Delta T$ -Verteilungen verschiedener Zeitintervalle betrachtet. Zu diesem Zweck wurden aus den hier verwendeten  $\Delta T$ -Werten der einzelnen Tiefenstufen die  $\Delta T$ -Verteilungen der vier Quartale ermittelt und als Histogramme mit einer Klassenbreite von 0,5 grad in Abb. 6 dargestellt; eine Wiedergabe monatlicher  $\Delta T$ -Verteilungen unterblieb, da die für Histogramme wünschenswerte Mindestzahl von 50 Elementen nicht gegeben ist. Faßt man zur Einschätzung der Verteilungen die Streubreite ins Auge, so ist der markanteste Unterschied im Jahresverlauf in den Sprungschichttiefen 20 und 30 m zu erkennen; einer geringen Streubreite im I. Quartal (4,5 grad) steht eine ausgesprochen große Streubreite im III. Quartal (ca. 14,5 grad) gegenüber. Abgeschwächt gilt dies für die gesamte obere 50-m-Schicht; nach einem Minimum der Streuung im Winter erfolgt ein Anstieg der Streuung im II. Quartal, der zu dem Maximum im III. Quartal führt. In den Tiefen 60–100 m sind die Streubreitenunterschiede mit einem Minimum im II. Quartal (6,5–7,5 grad) und dem Maximum im III. Quartal (8,5–11,5 grad) im allgemeinen etwas geringer. Bereits diese Zahlen zeigen, daß ein mittlerer Jahresstreuungswert keine genügende Information über die tatsächliche Streuung liefert und deshalb durch Streuungsangaben, die an kürzere Zeiträume gebunden sind, ergänzt werden muß.

Zwecks Anwendung des geeigneten Streuungsmaßes stellt sich nunmehr auch für die  $\Delta T$ -Verteilungen der Zeitintervalle die Frage nach der Verteilungsform. Hierauf läßt sich bezüglich der benutzten Quartalsverteilungen keine befriedigende Antwort geben, da der Umfang der jeweils zugrunde liegenden  $\Delta T$ -Werte zu gering ist; letzteres bedingt wahrscheinlich auch das teilweise starke Abweichen der Histogramme der Quartalsverteilungen von GAUSSScher Normalverteilungsform. Es kann jedoch vermutet werden, daß die  $\Delta T$ -Verteilungen der Zeitintervalle grundsätzlich etwa GAUSSSchen Normalverteilungen entsprechen.

## 6. Schlußbetrachtungen

Im Hinblick auf die praktische Nutzung sollen abschließend einige zusammenfassende Bemerkungen zur Bearbeitung von Streuungen gemacht werden.

1. Für die Bestimmung der Streuung ist die Verteilungsform der Grundgesamtheit der verwendeten Stichprobe von erheblicher Wichtigkeit, da die Standardabweichung  $s$  nur bei GAUSSScher Normalverteilung ohne entscheidenden Informationsverlust anwendbar ist. Im Gegensatz dazu können Quantile  $x_p$  bei beliebiger Verteilung als Streuungsparameter benutzt werden.



2. Für die Überprüfung der Verteilungsform eignet sich das  $\chi^2$ -Verfahren, wobei als begrenzende Irrtumswahrscheinlichkeit wenigstens  $\alpha = 0,01$  und nur in Ausnahmefällen  $\alpha = 0,001$  benutzt werden sollte. Die Ablehnung einer normalverteilten Grundgesamtheit erfolgt erst nach negativem Ergebnis des Vergleichs der Stichprobenverteilung mit mehreren Normalverteilungen, die mit geeignet variierten  $s$ -Werten bestimmt werden.
3. Ganzjährig zusammengefaßte Temperaturabweichungen von mittleren Jahresgängen erweisen sich in der Regel als normalverteilt, wobei geringe signifikante Unterschiede zur Normalverteilungsform nicht vollkommen auszuschließen sind.
4. Bei Nachweis normalverteilter Grundgesamtheit sollte die Standardabweichung  $s$  bevorzugte Verwendung erfahren, da sie im Unterschied zu den Quantilen die Information konzentriert und vollständig in einer einzigen Kennziffer liefert, was bei Vergleichen von erheblicher Bedeutung ist.
5. Auf Stichprobenmängel (geringer Umfang, überhöhte Häufigkeit von Extremwerten usw.) reagieren beide Streuungsparameter unterschiedlich. Quantile können nicht vorhandene Asymmetrien vortäuschen; sie zeigen große Instabilität bereits bei geringer Änderung des Wertebereichs der Stichprobe, die sich besonders bei großen Werteabständen bemerkbar macht. Gegenüber negativen Einflüssen extremer Werte sind Quantile unempfindlich. Die Standardabweichung erweist sich als leicht verfälscht durch eine zu hohe Zahl extremer Werte. Sie nivelliert bei Vorhandensein einer Normalverteilung berechtigterweise asymmetrische Verhältnisse der Stichprobe.
6. Da die Standardabweichung bereits bei geringfügig übernormaler Anzahl extremer Werte zu groß ausfällt, muß bei  $\Delta T$ -Verteilungen, die den hier behandelten ähnlich sind, in den meisten Tiefenhorizonten mit einer leicht überhöhten, in den Sprungschichttiefen mit einer stärker überhöhten Standardabweichung gerechnet werden, d. h. im Bereich  $\pm s$  sind in der Regel mehr Meßwerte enthalten als laut Definition (68,3%) erforderlich sind.
7. Bei Berechnung anderer Streubereiche mittels der Standardabweichung sollte beachtet werden, daß kleine Streubereiche (z. B. Quartilbereich = 1,349  $s$ ) in der Größe geringe und im Werteanteil größere Fehler aufweisen, während große Streubereiche (Quartilbereich  $> 2 s$ ) sich in der Regel umgekehrt verhalten.
8. Bei Verwendung von Quantilen als Streuungsparameter erweisen sich die Quantilabstände  $x_{0,9} - x_{0,5}$ ,  $x_{0,8413} - x_{0,5}$ ,  $x_{0,75} - x_{0,5}$  sowie die ihnen entsprechenden Abstände als günstig, während kleinere Quantilabstände wegen zu geringer Aussagekraft weniger geeignet sind.
9. Eine Streuungsbetrachtung ganzjährig zusammengefaßter Temperaturabweichungen vom mittleren Jahresgang ist unabhängig vom verwendeten

Abb. 6 (S. 48). Histogramme der  $\Delta T$ -Verteilungen der Quartale in den betrachteten Tiefenstufen.

Streuungsmaß für allgemeine Vergleiche ausreichend, dagegen für detaillierte Betrachtungen unzureichend.

Der Informationsgehalt eines Jahresstreuungswertes sinkt

- a) mit zunehmend ungleichmäßiger zeitlicher Verteilung der Abweichungen im Jahresverlauf und
  - b) mit wachsenden Streuungsunterschieden innerhalb des Jahres.
10. Notwendige Ergänzungswerte zur Jahresstreuung sind Streuungsangaben für bestimmte Teilintervalle des Jahres. Die Länge der Teilintervalle sollte in Abhängigkeit vom Umfang des Materials, von dessen zeitlicher Verteilung und von der Größe der jährlichen Streuungsunterschiede festgelegt werden. In der Regel dürften die Zeiträume Quartal und Monat geeignet sein.

Abschließend dankt der Verfasser den Herren Dr. habil. SAGER und Dr. MATTHÄUS für zahlreiche Hinweise und Diskussionen.

### Literatur

- [1] BRONSTEIN, I. N. und SEMENDJAJEW, K. A., Taschenbuch der Mathematik. Leipzig 1968.
- [2] DIETRICH, G., Der jährliche Gang der Temperatur- und Salzgehaltsschichtung in den britischen Randmeeren und in der Nord- und Ostsee. Unveröff. Wiss. Ber., Dtsch. Hydr. Inst., Hamburg 1948.
- [3] DIETRICH, G., Die natürlichen Regionen von Nord- und Ostsee auf hydrographischer Grundlage. Kiel. Meeresforsch. 7 (1950) 2, S. 35—69.
- [4] DIETRICH, G., Die Elemente des jährlichen Ganges der Oberflächentemperatur in der Nord- und Ostsee und den angrenzenden Gewässern. Dtsch. Hydr. Zeitschr. 6 (1953) 2, S. 49—64.
- [5] FRANCK, H. und MATTHÄUS, W., Vergleich zweier Methoden zur Berechnung von Jahresgängen aus nichtäquidistanten Meßwerten. Beitr. Meeresk. H. 34 (1974), S. 47—60.
- [6] GRANQVIST, G., Zur Kenntnis der Temperatur und des Salzgehaltes des Baltischen Meeres an den Küsten Finnlands. Merentutk. Julk. No. 122, Helsinki 1938.
- [7] GRANQVIST, G., Harmonic analysis of temperature and salinity in the sea off Finland and changes in salinity. Merentutk. Julk. No 152, Helsinki 1952.
- [8] HULTZSCH, E., Ausgleichsrechnung mit Anwendungen in der Physik unter besonderer Berücksichtigung der Meßtechnik. Leipzig 1966.
- [9] HUPFER, F., Meeresklimatische Veränderungen im Gebiet der Beltsee seit 1900. Veröff. geophys. Inst. Univ. Leipzig 17 (1962) 4, S. 355—512.
- [10] JACOBSEN, J. P., Mittelwerte von Temperatur und Salzgehalt bearbeitet nach hydrographischen Beobachtungen in dänischen Gewässern 1880—1907. Medd. f. Komm. f. Havunders., Serie Hydrogr., 1, Nr. 10, Kopenhagen 1908.
- [11] KNUDSEN, M., Short general review of hydrographical conditions in the seas investigated by the International Council; with 23 plates representing mean values of salinity and temperatures in the North Sea. Bull. Trim. 1906—1907. Part. Supplement., Kopenhagen 1909.
- [12] KOLLER, S., Neue graphische Tafeln zur Beurteilung statistischer Zahlen. 4. Aufl. Darmstadt 1969.
- [13] MATTHÄUS, W., Die Anwendung von Ausgleichsverfahren zur Ermittlung von Jahresgängen ozeanographischer Parameter. Mber. Dtsch. Akad. Wiss., 13 (1971), S. 116 bis 121.

- [14] MATTHÄUS, W., Zur Hydrographie der Gotlandsee II. Der mittlere Jahresgang der Temperatur in Oberflächennähe. Beitr. Meeresk. H. 32 (1973), S. 105—114.
- [15] PANSTWOWY INSTYTUT HYDROLOGICZNO-METEOROLOGICZNY, Rocznik Hydrograficzny Morza Bałtyckiego. 1969, 1970 ff.
- [16] TAUBENHEIM, J., Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten. Leipzig 1969.
- [17] WEBER, E., Grundriß der biologischen Statistik. 7. Aufl., Jena 1972.

Abschluß der Arbeit: 30. 6. 1974

Anschrift des Verfassers:

Dipl.-Met. H. FRANCK  
 Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

Zur Bündelung von Wellenstrahlen bei  $c = c(z)$ 

VON GÜNTHER SAGER und HERBERT FRANCK

*Zusammenfassung:* Als Sonderfall der Anwendung der in Heft 33 der Beiträge zur Meereskunde gemachten Ausführungen zu den Tabellen zum Refraktionsgesetz in der Atmosphäre und im Meer werden Grenzstrahlen für vollständige und ausschnittsweise Bündelung bestimmt und ihre Grenzgeschwindigkeiten auf einfache Weise tabellarisch berechnet. Für eine gleichmäßige Bündelung werden das Geschwindigkeitsprofil und die Wellenstrahlen ermittelt.

Unter Benutzung der Tabellen zum Refraktionsgesetz in der Atmosphäre und im Meer lassen sich eine Reihe von Verteilungen der Wellengeschwindigkeit  $c = c(z)$  behandeln. Von besonderem Interesse ist dabei die Ausbreitung von Wellenstrahlen bei Auftreten eines Geschwindigkeitsminimums. Es entsteht dann eine Bündelungszone, deren Grenzen, Breite und spezielle Beziehungen zum Wellengeschwindigkeitsprofil im folgenden — ausgehend von konkret begrenzten Medien — untersucht werden soll.

Gegeben sei zunächst ein vertikales Geschwindigkeitsprofil, das sich aus  $n = p + q + 1$  Schichten mit jeweils linearer Verteilung der Wellengeschwindigkeit zusammensetzt. Die Emissionsquelle  $Q$  sei in der Schicht  $a$  gelegen, die durch eine konstante und gleichzeitig geringste Wellengeschwindigkeit  $c_0$  gekennzeichnet ist. Beiderseits von  $a$  nehme die Wellengeschwindigkeit in der oberen Schichtenfolge  $a_1, a_2, \dots, a_p$  und in der unteren Folge  $a_{-1}, a_{-2}, \dots, a_{-q}$  zu und erreiche an den äußeren Grenzen von  $a_p$  und  $a_{-q}$  einen Höchstwert. Ober- bzw. unterhalb dieses Schichtenpakets soll die Wellengeschwindigkeit konstant bleiben bzw. abnehmen.

Die Emissionswinkel der Wellenstrahlen ( $\alpha_o, \alpha_u$ ) werden ober- und unterhalb von  $Q$  jeweils von der Vertikalen aus gemessen. Alle nicht senkrecht zu den Schichtgrenzen emittierten Wellenstrahlen werden auf Grund des vorgegebenen Geschwindigkeitsprofils von der Vertikalen abgelenkt. Dabei gilt das Snellius-Gesetz

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} = \frac{c_1}{c_0}. \quad (1)$$

Wellenstrahlen mit kleinen Emissionswinkeln  $\alpha_o$  und  $\alpha_u$  unterliegen einer geringen Refraktion und verlassen direkt den Einflußbereich des definierten Geschwindigkeitsprofils. Erst flacher abgehende Wellenstrahlen (große Emis-

sionswinkel) erfahren durch die Summe der Brechungen in den einzelnen Schichten eine vollständige Rücklenkung.

Zwischen den die Zone geringer Geschwindigkeiten verlassenden und den in sie zurückkehrenden Wellenstrahlen gibt es beiderseits jeweils einen Grenzstrahl, der seinen Scheitelpunkt gerade an der äußeren Grenze der oberen bzw. unteren Schichtenfolge erreicht. Die Emissionswinkel  $\alpha_o^*$  und  $\alpha_u^*$  dieser Grenzstrahlen lassen sich durch Anwendung von (1) auf jede einzelne Schicht ermitteln.

Aus der Folge der Gleichungen

$$\sin \alpha_o^* = \frac{c_0}{c_1} \sin \alpha_1^*,$$

$$\sin \alpha_1^* = \frac{c_1}{c_2} \sin \alpha_2^*,$$

.....

$$\sin \alpha_p^* = \frac{c_p}{c_{p+1}} \sin \alpha_{p+1}^*$$

läßt sich unter Benutzung des Winkels  $\alpha_{p+1}^*$ , der infolge der Scheitelpunktsbedingung an der äußeren Grenze der Schicht  $a_p$  den Wert von  $90^\circ$  annimmt, für den Emissionswinkel des oberen Grenzstrahls die Beziehung

$$\sin \alpha_o^* = \frac{c_o}{c_{p+1}} \tag{2}$$

etablieren.

Sinngemäß folgt für den Abstrahlwinkel des unteren Grenzstrahls

$$\sin \alpha_u^* = \frac{c_o}{c_{-(q+1)}} \tag{3}$$

Beide Grenzstrahlen durchlaufen nach ihrer Kulmination aus Symmetriegründen mit den gleichen Winkeln das Schichtenpaket und treffen deshalb mit den Winkeln  $\alpha_o^*$  und  $\alpha_u^*$  auf die Schichtenfolge der anderen Seite des Geschwindigkeitsprofils auf. Da jedoch alle Wellenstrahlen mit  $\alpha < \alpha_o^*$  und  $\alpha < \alpha_u^*$  das Geschwindigkeitsprofil auf der oberen bzw. unteren Seite verlassen, kann — abgesehen von dem Ausnahmefall  $\alpha_o^* = \alpha_u^*$  — nur einer der beiden Grenzstrahlen auf der Gegenseite zur Mitte des Geschwindigkeitsprofils zurückkehren, während der andere auf der Gegenseite das Schichtenpaket verläßt.

Da eine Bündelung nur durch zurückkehrende Wellenstrahlen erfolgen kann, wird derjenige Grenzstrahl, der auf der Gegenseite ebenfalls zurückgebogen wird, die Bündelungsbreite bestimmen, denn dieser Grenzstrahl hat unter allen anderen das Bündel bildenden Wellenstrahlen in seinem Verlauf die größte Amplitude.

Der bestimmende Grenzstrahl ist damit der Grenzstrahl mit dem größeren Emissionswinkel  $\alpha^*$ , also der begrenzende Wellenstrahl der refraktionschwächeren Seite. Dieses Kriterium kann man unter Verwendung von (2) und (3) in

bekanntem Wellengeschwindigkeiten ausdrücken. Ist  $c_{p+1} \leq c_{-(q+1)}$ , so bestimmt im ersten Fall der obere, im zweiten Fall der untere Grenzstrahl die Bündelungsbreite. Bezeichnet man die geringere dieser beiden Wellengeschwindigkeiten mit  $c_K$ , so ergibt sich dafür aus dem Geschwindigkeitsprofil die Größe  $z_{c_K}$ , die bereits die Lage einer Grenze der Bündelungszone kennzeichnet.

Die andere Grenze ergibt sich aus einer einfachen Überlegung. Ist  $\alpha_K^*$  der Emissionswinkel des bestimmenden Grenzstrahls, so muß entsprechend (2, 3)

$$\sin \alpha_K^* = \frac{c_o}{c_K}$$

gelten. Da dieser Wellenstrahl mit dem gleichen Winkel in die Gegenseite des Geschwindigkeitsprofils eintritt, gilt für die Grenzgeschwindigkeit  $c_K$  auf der Gegenseite  $c_K = c_K$ . Damit ergibt sich die zweite Grenze der Bündelungszone aus dem Geschwindigkeitsprofil zu  $z_{c_K}$ . Für die Breite  $B$  der Bündelungszone resultiert daraus

$$B = z_{c_K} - z_{c_o} \tag{4}$$

Innerhalb der Bündelungszone verbleiben alle emittierten Wellenstrahlen, deren Winkel  $\alpha_o$  und  $\alpha_u$  die Bedingung  $\alpha_K^* \leq \alpha_o, \alpha_u \leq \pi/2$  erfüllen.

Die Scharungsdichte dieser Wellenstrahlen kann jedoch in Abhängigkeit von der Art des Geschwindigkeitsprofils sehr unterschiedlich sein. In der Regel dürfte gelten, daß eine größere Scharungsdichte in den zentralen und eine kleinere Scharungsdichte in den randnahen Teilen der Bündelungszone vorhanden ist. Zur Charakterisierung der intensiveren Teile der Bündelungszone eignet sich ein festzulegender Prozentsatz  $p$  der in dieser Zone verbleibenden Wellenstrahlen.

Der Grenzwinkel der gesamten Bündelungszone — gemessen gegen die Horizontale — sei  $\beta_K^*$ . Von allen Wellenstrahlen mit  $\beta \leq \beta_K^*$  werden zur Bestimmung der inneren Bündelungszone nur  $p$  Prozent genutzt. Der daraus resultierende neue Grenzwinkel  $\beta_A < \beta_K^*$  entspricht damit der Beziehung

$$\frac{p}{100} = \frac{\beta_A}{\beta_K^*} = \frac{90^\circ - \alpha_A}{90^\circ - \alpha_K^*} \tag{5}$$

Ersetzt man die Winkel gegen die Vertikale entsprechend (2), so ergibt sich

$$\frac{p}{100} = \frac{\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{c_o}{c_A}}{\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{c_o}{c_K}} = \frac{\arccos \frac{c_o}{c_A}}{\arccos \frac{c_o}{c_K}}$$

Hieraus folgt für die Grenzgeschwindigkeit der inneren Bündelungszone

$$c_A = \frac{c_o}{\cos \left( \frac{p}{100} \arccos \frac{c_o}{c_K} \right)} \tag{6}$$

Die Grenzen der inneren Bündelungszone ergeben sich wie oben erwähnt mit  $c_A$  und  $c_A = c_A$  aus dem Geschwindigkeitsprofil zu  $z_{c_A}$  und  $z_{c_A}$ . Die Breite ergibt sich dann aus der Differenz dieser beiden Ordinaten.

Weiterhin ist von Interesse, wie sich die Einengung der Bündelungszone mit Hilfe der Winkel auf das Verhältnis der Wellengeschwindigkeitsdifferenzen auswirkt. Dazu ist die Untersuchung der Beziehung von

$$p = \frac{\beta_A}{\beta_K^*} \cdot 100 \quad \text{zu} \quad s = \frac{c_A - c_o}{c_K - c_o} \cdot 100$$

erforderlich. Aus (6) geht hervor, daß bei gegebenem  $p$  die Wellengeschwindigkeiten  $c_K$  und  $c_o$  und damit auch  $c_A$  so variieren können, daß einem bestimmten  $p$  nicht ein bestimmtes  $s$  zuzuordnen ist, d. h. zu einem festen  $p$  gehört eine Wertegruppe mit einem  $s_{\max}$  und einem  $s_{\min}$ . Zur Berechnung dieser Werte wird folgender Weg beschritten:

In dem Ausdruck für  $s$  wird  $c_A$  durch (6) eliminiert, woraus

$$s = \frac{1 - \cos\left(\frac{p}{100} \arccos \frac{c_o}{c_K}\right) \cdot \frac{c_o}{c_K}}{\cos\left(\frac{p}{100} \arccos \frac{c_o}{c_K}\right) \cdot 1 - \frac{c_o}{c_K}} \cdot 100 \quad (7)$$

folgt. Führt man in diesem Ausdruck die Abkürzungen

$$u = \frac{c_o}{c_K} \quad \text{und} \quad A = A(u, p) = \cos\left(\frac{p}{100} \arccos \frac{c_o}{c_K}\right)$$

ein, so hat man

$$s(u, p) = \frac{[1 - A(u, p)] u}{(1 - u) A(u, p)} \cdot 100 \quad (8)$$

Die Gleichung (7) bzw. (8) liefert einen Grenzwert, wenn  $c_o \rightarrow c_K$  geht, d. h.  $u \rightarrow 1$  wird. In diesem Fall ergibt sich für  $s$  der unbestimmte Wert  $0/0$ . Da die Regel von L'Hospital bei der Bestimmung dieses Wertes versagt, wird folgender Weg beschritten:

Man setzt für den nahe 1 gelegenen Wert

$$u = 1 - \Delta u \quad (9)$$

und hat

$$\arccos u = \arcsin \sqrt{2\Delta u - \Delta u^2} \quad (10)$$

Wegen der geringen Größe von  $\Delta u$  ist weiter

$$\arccos u \approx \arcsin \sqrt{2\Delta u} \quad (11)$$

und in Reihe entwickelt

$$\arccos u \approx \sqrt{2\Delta u} + \frac{\Delta u}{3} \sqrt{2\Delta u} + \dots \quad (12)$$

Damit ergibt sich

$$\frac{p}{100} \arccos u \approx \frac{p}{100} \sqrt{2\Delta u} \left(1 + \frac{1}{3} \Delta u + \dots\right) \quad (13)$$

Mit der für kleine  $x$  geltenden Relation

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} \approx \sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{1}{2} x^2 \quad (14)$$

kann man den aus (13) hervorgehenden Ausdruck

$$\cos\left(\frac{p}{100} \arccos u\right) \approx \cos\left[\frac{p}{100} \sqrt{2\Delta u} \left(1 + \frac{1}{3} \Delta u + \dots\right)\right]$$

unter weiterer Vernachlässigung in der Form

$$\cos\left(\frac{p}{100} \arccos u\right) \approx 1 - \left(\frac{p}{100}\right)^2 \Delta u \quad (15)$$

schreiben. Eingesetzt in (8) folgt für kleine  $\Delta u$

$$s(u, p) \approx \frac{\left(\frac{p}{100}\right)^2 (1 - \Delta u)}{1 - \left(\frac{p}{100}\right)^2 \Delta u} \cdot 100 \quad (16)$$

Läßt man nunmehr  $\Delta u \rightarrow 0$  und damit  $u \rightarrow 1$  gehen, so ergibt sich

$$s_{\max}(p) = \frac{p^2}{100} \quad (17)$$

womit die obere Grenze des Prozentsatzes der Wellengeschwindigkeitsdifferenzen zu einem bestimmten Winkelprozentatz  $p$  ermittelt ist.

Der zu einem gegebenen  $p$  mögliche geringste Prozentsatz der Wellengeschwindigkeitsdifferenzen  $s_{\min}$  folgt aus dem größten Unterschied zwischen  $c_o$  und  $c_K$ , der jeweils in Abhängigkeit von der Art der Wellenstrahlen in einem konkreten Medium möglich ist, denn  $s(u, p = \text{const})$  wird mit abnehmendem Quotienten  $u = c_o/c_K$  geringer.

Die Größe  $u_{\min}$  ist in der Regel nur wenig kleiner als 1. Besonders die hohen Wellengeschwindigkeiten wie z. B. die Lichtgeschwindigkeit ergeben Werte von  $u_{\min}$ , die über 0,99 liegen. Daraus folgt, daß sich die reale Beziehung zwischen Winkelprozentatz und dem Prozentsatz der Wellengeschwindigkeitsdifferenzen nur wenig von dem Verhältnis von  $p$  zu  $p^2/100$  unterscheidet. Um einen Überblick über die möglichen Abweichungen zu geben, kann man aus Tab. 1 die Mindestwerte  $s_{\min}$  in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsquotienten  $u_{\min}$  und dem vorgegebenen Winkelprozentatz  $p$  entnehmen.

Umgekehrt gestattet die Tabelle 1 über die Relation

$$c_A = c_o + (c_K - c_o) \cdot \frac{s}{100} \quad (18)$$

Tabelle 1

Prozentsatz der Wellengeschwindigkeitsdifferenzen  $s$  in Abhängigkeit von  $u$  und  $p$ 

$u$	$P$									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0,900	0,92	3,67	8,30	14,85	23,38	33,99	46,80	61,94	79,60	100,00
905	0,92	3,69	8,34	14,91	23,46	34,10	46,91	62,05	79,68	100,00
910	0,92	3,71	8,37	14,97	23,55	34,20	47,03	62,16	79,76	100,00
915	0,93	3,72	8,41	15,02	23,63	34,30	47,14	62,27	79,83	100,00
920	0,93	3,74	8,44	15,08	23,71	34,41	47,26	62,38	79,90	100,00
925	0,94	3,76	8,48	15,14	23,80	34,51	47,37	62,48	79,98	100,00
930	0,94	3,77	8,51	15,20	23,88	34,61	47,48	62,59	80,05	100,00
935	0,95	3,79	8,55	15,26	23,96	34,72	47,60	62,70	80,12	100,00
940	0,95	3,81	8,58	15,32	24,04	34,82	47,71	62,80	80,19	100,00
945	0,95	3,82	8,62	15,37	24,12	34,92	47,82	62,90	80,26	100,00
950	0,96	3,84	8,65	15,43	24,20	35,02	47,93	63,01	80,33	100,00
955	0,96	3,85	8,69	15,49	24,29	35,12	48,04	63,11	80,40	100,00
960	0,97	3,87	8,72	15,55	24,37	35,22	48,15	63,21	80,47	100,00
965	0,97	3,89	8,76	15,60	24,45	35,32	48,26	63,31	80,54	100,00
970	0,98	3,90	8,79	15,66	24,53	35,42	48,36	63,41	80,61	100,00
975	0,98	3,92	8,83	15,72	24,61	35,51	48,47	63,51	80,67	100,00
980	0,98	3,94	8,86	15,77	24,69	35,61	48,58	63,61	80,74	100,00
982	0,99	3,94	8,88	15,80	24,72	35,65	48,62	63,65	80,77	100,00
984	0,99	3,95	8,89	15,82	24,75	35,69	48,66	63,69	80,79	100,00
986	0,99	3,96	8,90	15,84	24,78	35,73	48,71	63,73	80,82	100,00
988	0,99	3,96	8,92	15,87	24,81	35,77	48,75	63,77	80,84	100,00
990	0,99	3,97	8,93	15,89	24,84	35,81	48,79	63,81	80,87	100,00
991	0,99	3,97	8,94	15,90	24,86	35,83	48,81	63,83	80,88	100,00
992	0,99	3,97	8,95	15,91	24,87	35,85	48,83	63,85	80,90	100,00
993	0,99	3,98	8,95	15,92	24,89	35,87	48,85	63,86	80,91	100,00
994	0,99	3,98	8,96	15,93	24,91	35,88	48,87	63,88	80,92	100,00
995	1,00	3,98	8,97	15,94	24,92	35,90	48,90	63,90	80,94	100,00
996	1,00	3,99	8,97	15,96	24,94	35,92	48,92	63,92	80,95	100,00
997	1,00	3,99	8,98	15,97	24,95	35,94	48,94	63,94	80,96	100,00
998	1,00	3,99	8,99	15,98	24,97	35,96	48,96	63,96	80,97	100,00
999	1,00	4,00	8,99	15,99	24,99	35,98	48,98	63,98	80,99	100,00
1,000	1,00	4,00	9,00	16,00	25,00	36,00	49,00	64,00	81,00	100,00

in einfacher Weise die Berechnung der Grenzgeschwindigkeit für die eingengte Bündelungszone. Treten dabei  $u$ -Werte auf, die größer als 0,999 sind, so ist der Ausdruck (7) wegen des Versagens der Tafelwerte des  $\arccos$  nicht mehr anwendbar. In diesem Fall errechnet man  $s$  mit ausreichender Genauigkeit aus der Formel (16).

Die hier aufgeworfenen Fragen der Einengung der Bündelungszone beruhen auf der Annahme ungleicher und schwierig zu charakterisierender Verteilungsdichte der Wellenstrahlen. Obwohl dies in der Regel zutreffen wird, soll im folgenden ein Geschwindigkeitsprofil  $c = c(z)$  gefunden werden, dessen Wellenstrahlverlauf einem bestimmten Ordnungsprinzip unterliegt. Es wird festgesetzt, daß die Scheitelpunkte aller in der Bündelungszone verbleibenden Wellen-

strahlen  $\beta_o$  und  $\beta_u$  gleichmäßig über die ganze Breite der Bündelungszone verteilt sind. Wegen der Symmetrie einer derartigen Bündelungszone genügen Betrachtungen für eine Hälfte, so daß sich die Verteilungsbedingung der Scheitelpunkte in dem Ausdruck

$$\frac{\beta_i}{\Delta z_i} = m = \text{const} \quad (19)$$

fassen läßt, wobei  $\beta_i$  der Bedingung  $0^\circ < \beta_i \leq \beta_k^*$  und entsprechend  $\alpha_i$  wegen  $\alpha_i = 90^\circ - \beta_i$  der Bedingung  $\alpha_k^* \leq \alpha_i < 90^\circ$  genügt. Die Tiefenerstreckung  $\Delta z_i$  errechnet sich nach

$$\Delta z_i = z_o - z_{S_i}, \quad (20)$$

wobei  $z_{S_i}$  die Scheitelpunktstiefe des unter dem Winkel  $\beta_i$  emittierten Wellenstrahls ist und  $z_o$  die Tiefe des Geschwindigkeitsminimums, die gleichzeitig die Tiefe der Emissionsquelle darstellt.

Bestimmt man  $\beta_i$  sinngemäß nach (2) über

$$\sin(90^\circ - \beta_i) = \sin \alpha_i = \frac{c_o}{c_{S_i}},$$

wobei  $c_{S_i}$  die Geschwindigkeit in der Scheitelpunktstiefe  $z_{S_i}$  ist, zu

$$\beta_i = \frac{180^\circ}{\pi} \arccos \frac{c_o}{c_{S_i}} \quad (21)$$

und setzt in (19) ein, so erhält man

$$m = \frac{180^\circ}{\pi(z_o - z_{S_i})} \arccos \frac{c_o}{c_{S_i}}. \quad (22)$$

Hieraus folgt unter Weglassung des Scheitelpunktsindex das gesuchte Geschwindigkeitsprofil  $c = c(z)$  zu

$$c = \frac{c_o}{\cos \left[ (z_o - z) \frac{m\pi}{180^\circ} \right]} \quad (23)$$

Die Breite der resultierenden Bündelungszone ist bei nach oben fest begrenzter Geschwindigkeit um so größer, je höher der Wert  $m$  wird.

Für die Bedingung (23) soll nun der Verlauf der Wellenstrahlen über das Wellenstrahlintegral

$$x = \sin \alpha_i \int_{z_o}^z \frac{c(z)}{\sqrt{c_o^2 - \sin^2 \alpha_i \cdot c(z)^2}} dz \quad (24)$$

gewonnen werden, das hier mit der Substitution

$$\left. \begin{aligned} \cos \left[ \frac{m\pi}{180^\circ} (z_o - z) \right] &= u, & z &= z_o - \frac{180^\circ}{m\pi} \arccos u, \\ dz &= \frac{180^\circ}{m\pi} \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

die in den Integraltafeln von GRÖBNER und HOFREITER unter Nr. 244, 8a3 verzeichnete Form

$$x = \frac{180^\circ}{m\pi} \sin \alpha_i \int_{u_0=1}^u \frac{du}{\sqrt{-(u^2 - \sin^2 \alpha_i)(u^2 - 1)}} \quad (26)$$

annimmt.

Über die Wurzelwerte 1,  $\sin \alpha_i$ ,  $-\sin \alpha_i$  und  $-1$  erhält man über Zwischenkonstanten die Parameter

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{1 - \sin \alpha_i}{1 + \sin \alpha_i} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\alpha_i}{2} \right), & \frac{\delta}{\gamma} &= \frac{1}{1 + \sin \alpha_i}, \\ \sin^2 \varphi &= \frac{(1 + \sin \alpha_i)(u - \sin \alpha_i)}{(1 - \sin \alpha_i)(u + \sin \alpha_i)}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Mit  $u_0 = 1$  wird  $\varphi_0 = \pi/2$  und damit die Lösung des elliptischen Integrals erster Gattung

$$x = \frac{360^\circ}{m\pi} \cdot \frac{\sin \alpha_i}{1 + \sin \alpha_i} \left[ F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F(\varphi, k) \right]. \quad (28)$$

Für die Scheitelpunkte als Polstellen des Integranden (26) folgen mit  $u_S = \sin \alpha_i$  über  $\varphi_S = 0^\circ$  als Abszissen

$$x_S = \frac{360^\circ}{m\pi} \cdot \frac{\sin \alpha_i}{1 + \sin \alpha_i} F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \quad (29)$$

und als Ordinaten

$$z_S = z_{o(+)} \frac{180^\circ}{m\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \arccos \alpha_i \right) = z_{o(+)} \frac{1}{m} (90^\circ - \alpha_i). \quad (30)$$

Die nach  $z$  aufgelöste Gleichung (23) stellt zusammen mit der Gleichung (28) die Parameterform der gesuchten Wellenstrahlen dar. Der gleichmäßige Scheitelpunktabstand auf der Ordinate wird durch die Identität der Gleichungen (30) und (23) bestätigt.

### Literatur

- [1] GRÖBNER, W. und HOFREITER, N., Integraltafel. Erster Teil. Unbestimmte Integrale Wien 1961.
- [2] SAGER, G., Tabellen zum Refraktionsgesetz in der Atmosphäre und im Meer. Beitr. Meereskunde, H. 33, Berlin 1974.
- [3] SAGER, G., Zur Refraktion von Licht im Meerwasser. Beitr. Meereskunde, H. 33, Berlin 1974.

Abschluß der Arbeit 17. 1. 74

Autorenanschrift:

Dr. habil. Günther SAGER u. Dipl.-Met. HERBERT FRANCK  
Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Diagramme zu Elementen der ebenen Schwerewellen

Von GÜNTHER SAGER

*Zusammenfassung:* Der Verlauf charakteristischer Parameter der Orbitalbewegung ebener Schwerewellen wird in doppelt-logarithmischen Diagrammen wiedergegeben.

### Einleitung

In früheren Aufsätzen in den „Beiträgen zur Meereskunde“ und der Zeitschrift „Seewirtschaft“ sind vom Verfasser charakteristische Elemente der ebenen fortschreitenden sowie stehenden Schwerewellen behandelt und in ihrer Relation zu praktischen Problemen betrachtet worden (1967, 1973, 1974). Einigen dieser Beiträge wurden Tabellen der einzelnen Parameter nach den Quotienten von Schichttiefe, Gesamttiefe und Wellenlänge ( $\zeta/h$  und  $h/L$ ) beigegeben, die einen Überblick zum Verhalten der Halbachsen der Orbitalbahnen sowie den maximalen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der bewegten Wasserteilchen geben sollten. Infolge des meistens recht lebhaften Verlaufs der den Tabellen zugrunde liegenden Funktionen ist bei der Anwendung jedoch eine lineare Interpolation im allgemeinen nicht ausreichend. Aus diesem Grund sind die Funktionen in diesem Beitrag doppelt-logarithmisch dargestellt, wobei praktisch alle wesentlichen Bereiche der genannten Quotienten erfaßt sind.

Bevor auf die mathematische Seite der Parameter für die Orbitalbahn eingegangen wird, seien als Anwendungsgebiete folgende Beispiele genannt: Trübung von Wassermassen, Aufwirbelung von Sedimenten, Bildung von Bodenrippeln, Umlagerung von Geröll; Pendeln und Haftvermögen von Unterwasserpflanzen, Beeinträchtigung von Tauchern bei Seegang, Trimm von Unterwasserfahrzeugen; Wellendämpfung bei Seegangs- und Wasserstandspegeln, Abschätzungen über den Wellenstoß; Ausbildung von Grundseen, SMITH-Effekt beim Stampfen des Schiffes, Trossenspannungen beim Schleppen u. a. m.

### Beschreibung der dargestellten Parameter

Im einzelnen sind in den Diagrammen die folgenden Funktionen wiedergegeben, wobei  $k = 2\pi/L$  den die Berechnungen erschwerenden Faktor  $\pi$  enthält. An

ständig wiederkehrenden Argumenten treten auf

$$kh = 2\pi \frac{h}{L} \quad \text{und} \quad k(h - \zeta) = 2\pi \frac{h}{L} \left(1 - \frac{\zeta}{h}\right).$$

Die Abbildungen 1 bis 7 enthalten im einzelnen

Abb. 1. Verhältnis der großen Halbachse der Orbitalbewegung zur Wellenamplitude (halbe Wellenhöhe)

$$\frac{A(\zeta)}{a} = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\sinh kh}$$

Abb. 2. Verhältnis der kleinen Halbachse der Orbitalbewegung zur Wellenamplitude (halbe Wellenhöhe)

$$\frac{B(\zeta)}{a} = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sinh kh}$$

Abb. 3. Verhältnis der kleinen zur großen (Halb)achse der Orbitalbewegung

$$\frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} = \tanh k(h - \zeta)$$

Abb. 4. Koeffizient  $D$  der horizontalen Maximalgeschwindigkeit im Wellenberg und Wellental

$$\dot{x}_{\max} = \sqrt{gk} a D(\zeta) \quad \text{mit} \\ D(\zeta) = \frac{A(\zeta)}{a} \sqrt{\tanh kh} = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\sqrt{\sinh kh \cosh kh}}$$

Abb. 5. Koeffizient  $E$  der vertikalen Maximalgeschwindigkeit in den Endpunkten der großen Achse der Orbitalellipse

$$\dot{z}_{\max} = -\sqrt{gk} a E(\zeta) \quad \text{mit} \\ E(\zeta) = \frac{B(\zeta)}{a} \sqrt{\tanh kh} = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sqrt{\sinh kh \cosh kh}}$$

Abb. 6. Koeffizient  $F$  der horizontalen Maximalbeschleunigung in den Endpunkten der großen Achse der Orbitalellipse

$$\ddot{x}_{\max} = gka F(\zeta) \quad \text{mit} \\ F(\zeta) = \frac{A(\zeta)}{a} \tanh kh = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\cosh kh}$$

Abb. 7. Koeffizient  $G$  der vertikalen Maximalbeschleunigung im Wellenberg und Wellental

$$\ddot{z}_{\max} = gka G(\zeta) \quad \text{mit} \\ G(\zeta) = \frac{B(\zeta)}{a} \tanh kh = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\cosh kh}$$

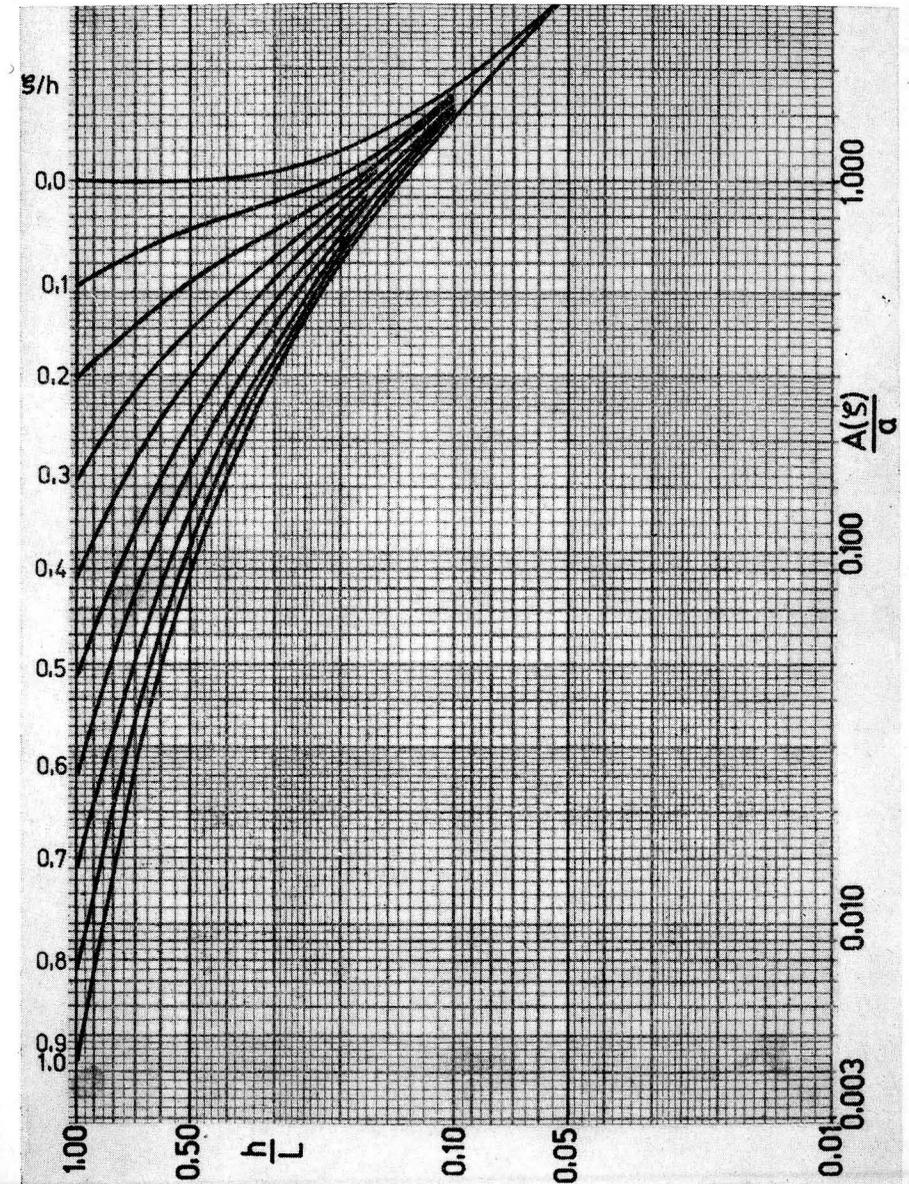


Abb. 1. Verhältnis der großen Halbachse der Orbitalbewegung zur Wellenamplitude (halbe Wellenhöhe)

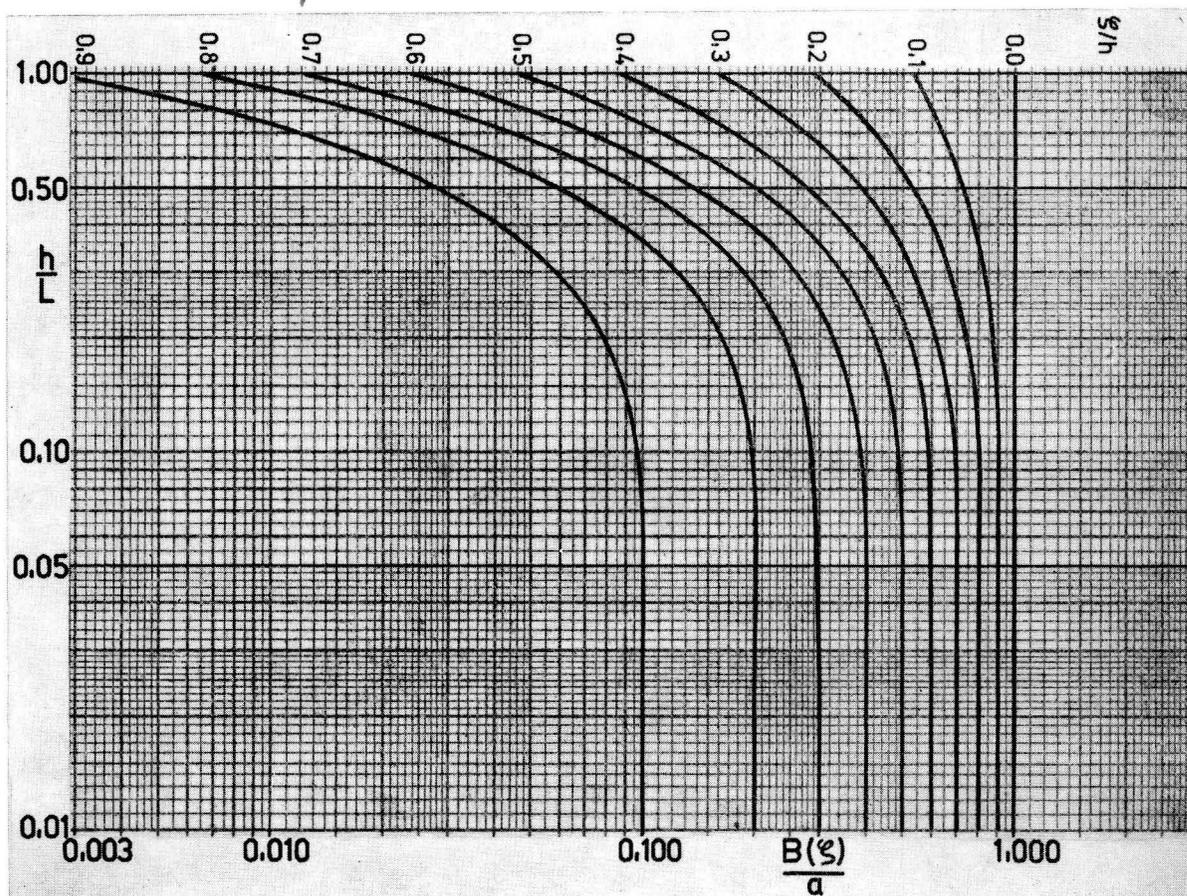


Abb. 2. Verhältnis der kleinen Halbachse der Orbitalbewegung zur Wellenamplitude (halbe Wellenhöhe)

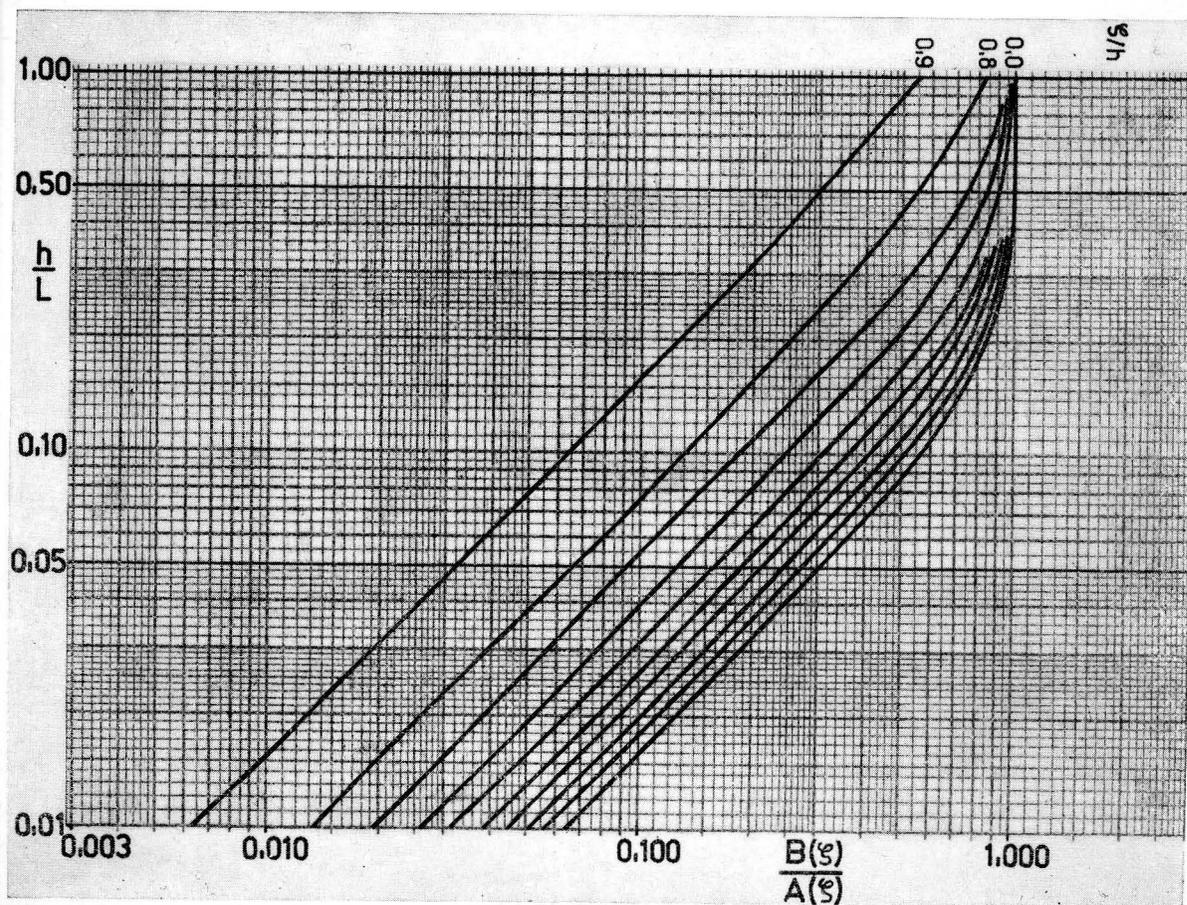


Abb. 3. Verhältnis der kleinen zur großen (Halb)achse der Orbitalbewegung

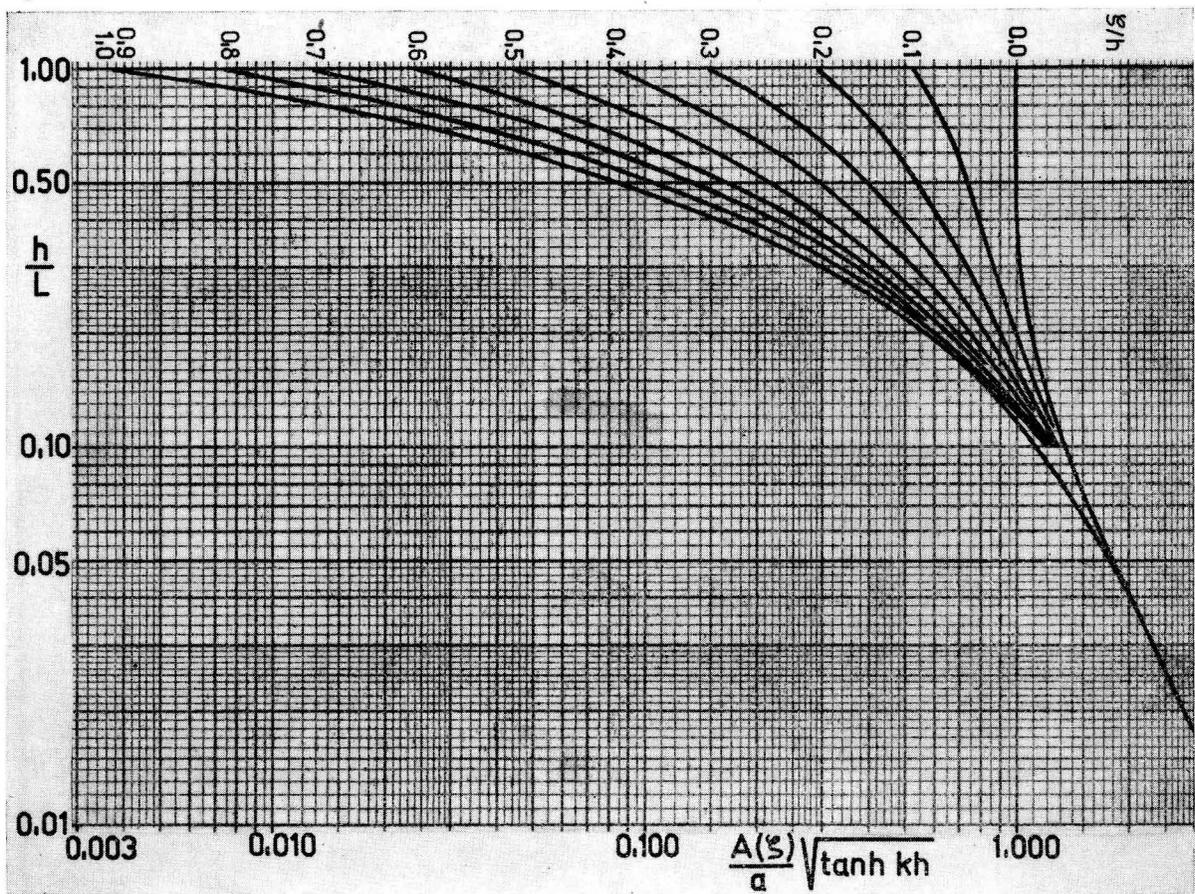


Abb. 4. Koeffizient  $D$  der horizontalen Maximalgeschwindigkeit im Wellenberg und Wellental

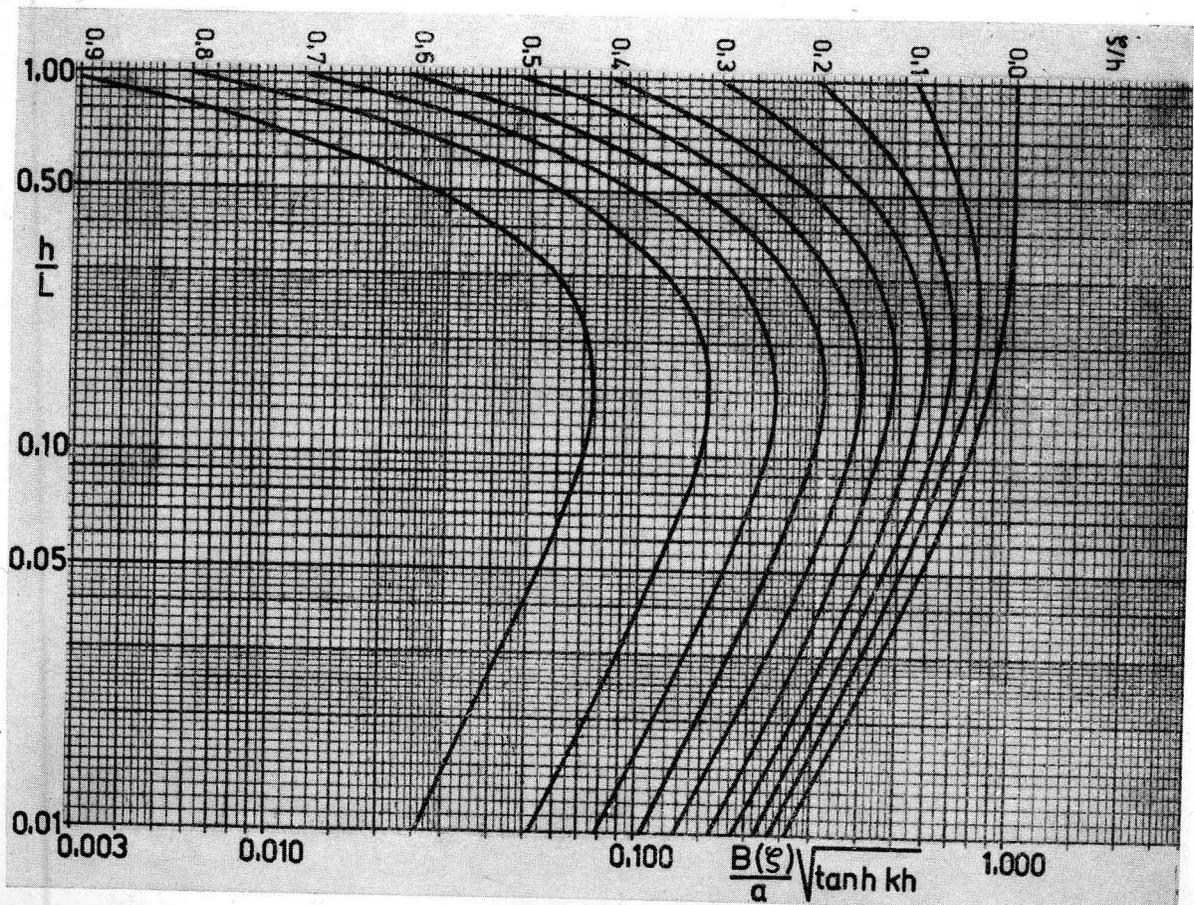


Abb. 5. Koeffizient  $E$  der vertikalen Maximalgeschwindigkeit in den Endpunkten der großen Achse der Orbitalellipse

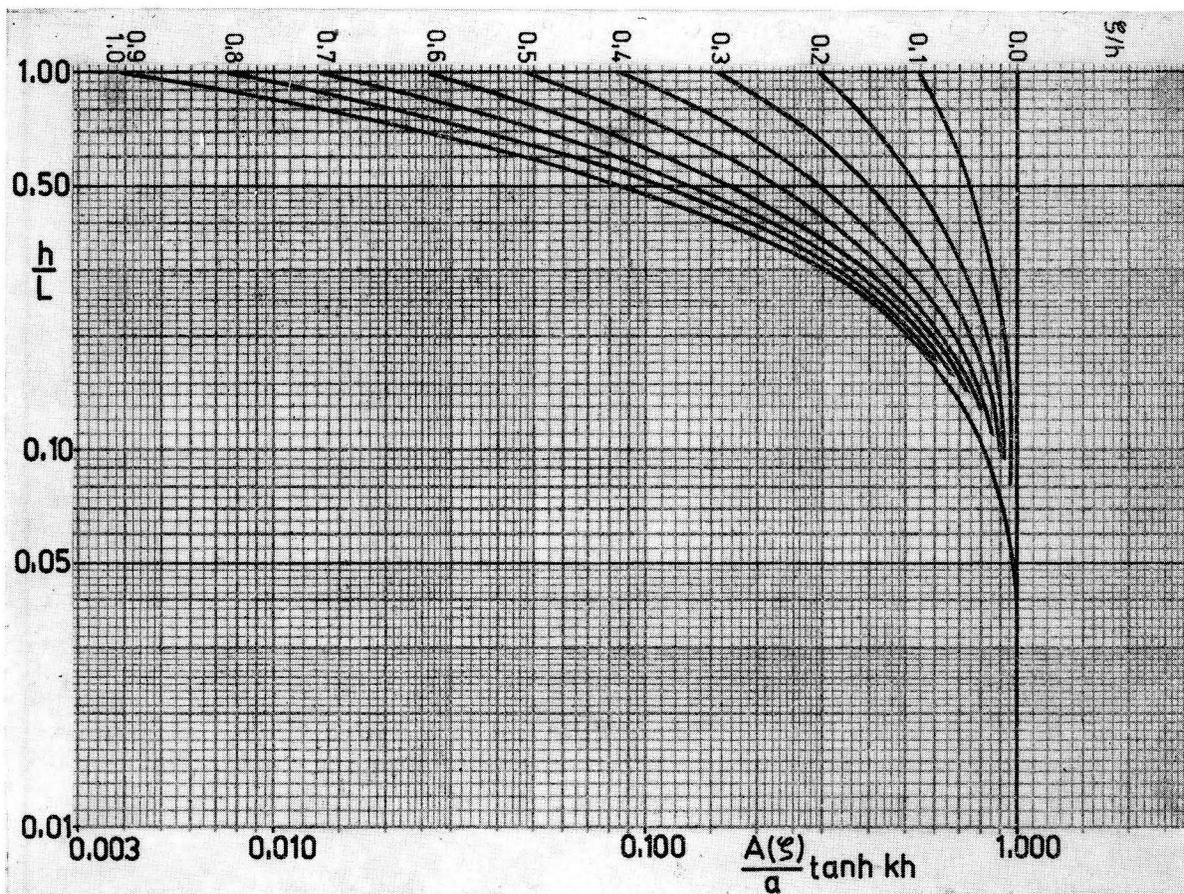


Abb. 6. Koeffizient  $F$  der horizontalen Maximalbeschleunigung in den Endpunkten der großen Achse der Orbitalellipse

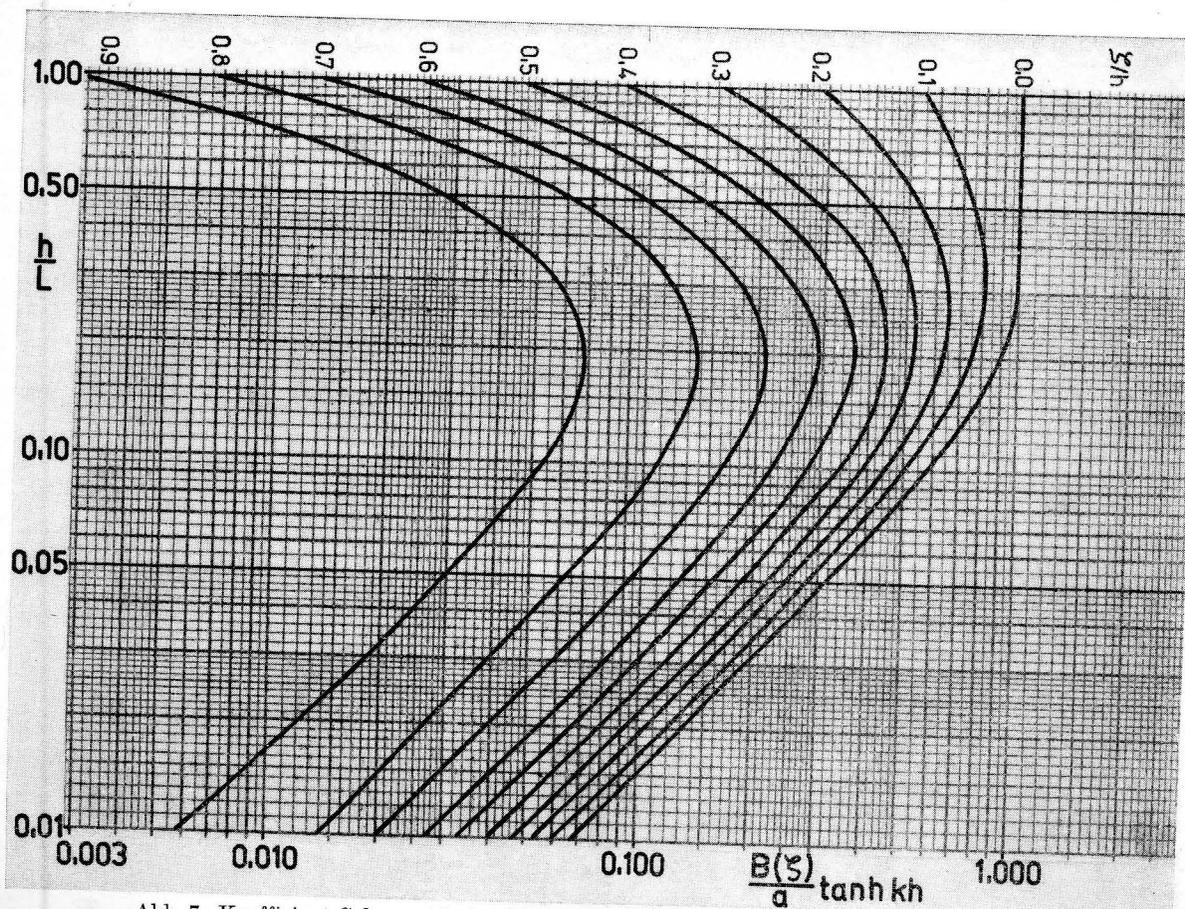


Abb. 7. Koeffizient  $G$  der vertikalen Maximalbeschleunigung im Wellenberg und Wellental

Weitere Anwendungsmöglichkeiten der Diagramme

Über die Grundbedeutung hinaus gestatten die Abbildungen die Ermittlung folgender Ausdrücke der Theorie der ebenen Schwerewellen:

$$1. A(O) = a \coth kh \quad (\text{Abb. 1})$$

Große Halbachse an der Oberfläche ( $\zeta/h = 0$ )

$$2. A(h) = \frac{a}{\sinh kh} = \frac{A(h)}{a} \cdot a \quad (\text{Abb. 1})$$

Große Halbachse am Boden ( $\zeta/h = 1$ )

$$3. \frac{B(O)}{A(O)} = \tanh kh \quad (\text{Abb. 3})$$

Verhältnis der kleinen zur großen Achse der Orbitalellipse an der Oberfläche

$$4. \frac{A(h)}{A(O)} = \frac{1}{\cosh kh} = \frac{A(h)}{a} : \frac{A(O)}{a} \quad (\text{Abb. 1})$$

Verhältnis der großen Achsen am Boden und an der Oberfläche bzw. Relation der betreffenden Druckamplituden (siehe unter 6)

$$5. \frac{B(\zeta)}{B(O)} = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sinh kh} = \frac{B(\zeta)}{a} \quad (\text{Abb. 2})$$

Verhältnis der Amplituden in der Tiefe  $\zeta$  und an der Oberfläche

$$6. \frac{A(\zeta)}{A(O)} = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\cosh kh} = \frac{p(\zeta)}{p(O)} = F(\zeta) \quad (\text{Abb. 6})$$

Verhältnis der großen Achse in der Tiefe  $\zeta$  und an der Oberfläche bzw. Verhältnis der Druckamplituden in der Tiefe  $\zeta$  und an der Oberfläche. Die Druckamplituden geben die Schwankung des Drucks um den hydrostatischen Druck beim Durchgang einer Welle (Berg und Tal) an

$$7. \frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} : \frac{B(O)}{A(O)} = \frac{\tanh k(h - \zeta)}{\tanh kh} = \frac{B(\zeta)}{A(\zeta)} \cdot \frac{A(O)}{a} \quad (\text{Abb. 3 und 1})$$

Verhältnis der Achsen in der Tiefe  $\zeta$  und an der Oberfläche

$$8. \frac{\dot{x}(h)}{\dot{x}(O)} = \frac{\ddot{x}(h)}{\ddot{x}(O)} = \frac{A(h)}{A(O)} = \frac{1}{\cosh kh} = \frac{A(h)}{a} : \frac{A(O)}{a} \quad (\text{Abb. 1})$$

Verhältnis der horizontalen Teilchengeschwindigkeit bzw. Beschleunigung zwischen Boden und Oberfläche in derselben Phase

$$9. \frac{\dot{x}(\zeta)}{\dot{x}(O)} = \frac{\ddot{x}(\zeta)}{\ddot{x}(O)} = \frac{A(\zeta)}{A(O)} = \frac{\cosh k(h - \zeta)}{\cosh kh} = F(\zeta) \quad (\text{Abb. 6})$$

Verhältnis der horizontalen Teilchengeschwindigkeit bzw. Beschleunigung zwischen der Tiefe  $\zeta$  und der Oberfläche in derselben Phase

$$10. \frac{\dot{z}(\zeta)}{\dot{z}(O)} = \frac{\ddot{z}(\zeta)}{\ddot{z}(O)} = \frac{B(\zeta)}{B(O)} = \frac{\sinh k(h - \zeta)}{\sinh kh} = \frac{B(\zeta)}{a} \quad (\text{Abb. 2})$$

Verhältnis der vertikalen Teilchengeschwindigkeit bzw. Beschleunigung zwischen der Tiefe  $\zeta$  und der Oberfläche in derselben Phase

$$11. c = \sqrt{\frac{g}{k}} \sqrt{\tanh kh} \quad \text{mit}$$

$$\sqrt{\tanh kh} = D(\zeta) : \frac{A(\zeta)}{a} \quad (\text{Abb. 4 und 1})$$

oder

$$\sqrt{\tanh kh} = E(\zeta) : \frac{B(\zeta)}{a} \quad (\text{Abb. 5 und 2})$$

Wellengeschwindigkeit, unabhängig von  $\zeta$

$$12. T = \frac{2\pi}{\sqrt{gk}} \frac{1}{\sqrt{\tanh kh}} \quad \text{mit}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\tanh kh}} = \frac{A(\zeta)}{a} : D(\zeta) = \frac{B(\zeta)}{a} : E(\zeta) \quad (\text{Abb. 4 und 1 oder 5 und 2})$$

Wellenperiode, unabhängig von  $\zeta$

$$13. \frac{L}{L_o} = \frac{c}{c_o} = \frac{h}{L_o} : \frac{h}{L} = \tanh kh = \frac{B(O)}{A(O)} \quad (\text{Abb. 3})$$

Quotienten von Wellenparametern mit und ohne Beeinflussung durch den Meeresboden.

Literatur

- [1] LACOMBE, H., Cours d'océanographie physique. Paris 1965.
- [2] LAMB, Sir H., Hydrodynamics. Dover Publications, New York 1932 und 1945.
- [3] RICHARDSON, E. G., Dynamics of real fluids. London 1959.
- [4] SAGER, G., Die charakteristischen Elemente der ebenen Schwerewellen und der SMITH-Effekt bei verschiedenen Wassertiefen. Schiffbautechnik, 11, H. 1. Berlin 1961.
- [5] SAGER, G., Die Übergangsformen von ebenen Schwerewellen. Beitr. Meereskd., H. 21 Berlin 1967.
- [6] SAGER, G., Orbitalbewegung und Schifffahrt. Seewirtschaft, 5, H. 11. Berlin 1973.
- [7] SAGER, G., Die charakteristischen Elemente stehender, ebener Schwerewellen. Beitr. Meereskunde, H. 33. Berlin 1974.
- [8] WIEGEL, R. L., Oceanographical Engineering. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1964.

Abschluß der Arbeit: 14. 2. 1974

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. GÜNTHER SAGER,  
Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Feininterpolation bei Gezeitenströmen

Von GÜNTHER SAGER

*Zusammenfassung:* In der nautischen Praxis wird die Interpolation zwischen den stündlichen Werten der Stärke und Richtung des Gezeitenstroms entweder vermieden oder linear abgewickelt. Es wird gezeigt, daß ein lineares Einschalten vor allem bei schlankeren Gezeitenstromellipsen zu Fehlern führt, wie sie in den meisten Gebieten der Nordsee, des Kanals, der Irischen See und vor den Küsten Schottlands vorkommen. Zur Überwindung dieses Mangels wird ein Satz Schablonen von Gezeitenstromellipsen entwickelt und seine Anwendung für die Zwecke der Interpolation gezeigt.

*Summary:* In nautical praxis interpolation between the hourly strength and direction of tidal streams is either ignored or done linearly. It is shown that linear interpolation can give erroneous values when the tidal ellipses become rather slender as is the case in most areas of the North Sea, English Channel, Irish Sea and off the coasts of Scotland. For amendment a set of model tidal ellipses is prepared and its application to interpolation purposes illustrated.

### Problemstellung

Bei der Aufgabe, die Richtung der Gezeitenströme zu einem vorgegebenen Zeitpunkt aus einem Atlas der Gezeitenströme zu bestimmen, begnügt man sich meistens mit einer linearen Interpolation zwischen zwei sogenannten Stundenwerten, d. h. Werten der Gezeitenströme nach Stärke und Richtung in stündlichem Abstand. Dabei können die Zeiten entweder auf die Durchgangszeit des Mondes durch den Meridian von Greenwich bezogen sein wie in den Hauptkarten der Tidestromatlanten der BRD und der DDR oder für Teilkarten auf die Hochwasserzeit an einem Bezugsort, wie sie in der englischen Reihe „Pocket Tidal Stream Atlas“, dem holländischen „Stromatlas Nederland“ und dem Gezeitenstromatlas des Seehydrographischen Dienstes der DDR enthalten sind.

Hat man die Angabe der Stromstärken und Richtungen zu zwei Terminen mit stündlichem Abstand wie in dem Atlas der Gezeitenströme des Deutschen Hydrographischen Instituts mit einer Genauigkeit von Zehntelknoten, so lassen sich aus zwei Stromvektoren alle Elemente der Gezeitenstromellipse berechnen. Diese Aufgabe, deren exakte Lösung der Verfasser in den „Beiträgen zur Meereskunde“ veröffentlicht hat — wobei der Abstand der Zeitpunkte noch beliebig ist —, wird sich bei Nautikern kaum einbürgern, so daß ein ande-

rer Weg gegangen werden soll, bei dem Rechnungen weitgehend erspart werden sollen. Dabei wird die Genauigkeit auch für den Rahmen spezieller nautischer Anforderungen ausreichend sein.

Das Ziel besteht darin, vorgefertigte Gezeitenstromellipsen in Schablonenform zu entwerfen, um sie dann auf den einzelnen Positionen benutzen zu können. Das Problem der sachgerechten Interpolation ist dann praktisch gelöst. Zur Bestimmung dieser Ellipsen benötigt man die große Halbachse mit der Bedeutung der Maximalgeschwindigkeit, die Richtung des größten Stroms oder der Hauptachse, die kleine Halbachse mit der Bedeutung der Minimalgeschwindigkeit während eines Tidezyklus sowie die Eintrittszeit des stärksten Stroms. Schließlich muß noch der Umlaufsinn des Tidestroms bekannt sein. Statt des Betrages der kleinsten Geschwindigkeit des Gezeitenstroms kann auch das Achsenverhältnis  $b:a = w_{\min}:w_{\max}$  Verwendung finden, um die Elemente der Gezeitenstromellipse zu fixieren.

### Gewinnung der Ausgangsdaten

Um die genannten Größen auf einer vorgegebenen Position zu ermitteln, müßte man folgendermaßen vorgehen: Man stellt zunächst beim Durchblättern der 13 Stromkarten fest, zu welchen drei benachbarten Terminen die Stromstärke am größten ist. Sind die zugeordneten Zeiten und Stärken  $t_1, w_1; t_2, w_2; t_3, w_3$ , so findet man über die in der Gezeitenlehre öfter verwendete parabolische Interpolation für drei zeitlich äquidistante Werte

$$w_{\max} = w_2 - \frac{(w_1 - w_3)^2}{8(w_1 - 2w_2 + w_3)}, \quad t_{\max} = t_2 + \frac{w_1 - w_3}{2(w_1 - 2w_2 + w_3)}$$

Die Minimalgeschwindigkeit  $w_{\min}$  ergibt sich meistens beim Durchblättern direkt, weil sich die Stromstärke in der Umgebung des Nebenscheitels der Ellipse nur wenig ändert. Nur in einigen Fällen ist die Anwendung der analogen Formel für  $w_{\min}$  erforderlich. Damit ist nach Bedarf auch der Quotient  $w_{\min}/w_{\max}$  bestimmt.

Für die Ermittlung der Richtung des Maximalstroms gilt die Überlegung, daß sie in der Umgebung des Hauptscheitels nahezu linear mit der Zeit variiert, und zwar sowohl bei volleren als auch weitgehend schlankeren Ellipsen, wie die Abbildungen in diesem Beitrag bestätigen. Es läßt sich daher in den meisten Fällen  $\varphi_{\max}$  aus  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  bzw.  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  entsprechend den Werten für  $t_1$  und  $t_2$  bzw.  $t_2$  und  $t_3$  gewinnen, je nachdem, ob  $t_{\max}$  zwischen  $t_1$  und  $t_2$  oder zwischen  $t_2$  und  $t_3$  liegt. Im letzteren Fall hat man beispielsweise

$$\frac{\varphi_{\max} - \varphi_2}{t_{\max} - t_2} = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{t_3 - t_2},$$

woraus dann  $\varphi_{\max}$  als

$$\varphi_{\max} = \varphi_2 + (\varphi_3 - \varphi_2) \frac{t_{\max} - t_2}{t_3 - t_2}$$

folgt. Der Umlaufsinn als fünftes und letztes Element der Gezeitenstromellipse fällt schließlich beim Durchblättern der Seiten des Tidestromatlas nebenher ab.

Dennoch bliebe die Aufgabe der Bestimmung der Elemente zeitraubend und lästig, so daß sich der Verfasser 1959 entschloß, für das Gebiet der Nordsee, des Kanals, der Irischen See sowie die Gewässer um Schottland Linien gleicher Maximalgeschwindigkeit, gleicher Eintrittszeit des größten Gezeitenstroms sowie seiner Richtung und des Quotienten aus kleinster und größter Geschwindigkeit zu entwickeln, wobei der Umlaufsinn als Vorzeichen den letztgenannten Isolinien beigegeben wurde. Diese Anfang der sechziger Jahre vorgelegten Karten sind 1967 auf Grund neuerer Strombeobachtungen überarbeitet und in den Gezeitenstromatlas des Seehydrographischen Dienstes der DDR aufgenommen worden. Diese Karten bilden die Basis dieses Beitrags, aus denen die Elemente der Gezeitenstromellipse für die meisten Positionen in den genannten Seegebieten durch visuelle Interpolation unmittelbar entnommen werden können, ausgenommen Watt- und Schärengebiete, schmale Buchten und Fjorde sowie das unmittelbare Küstenvorfeld. Darüber hinaus können für die Gebiete Deutsche Bucht, Zeegat van Vlissingen, Themsemündung, Doverstraße, um die Halbinsel Portland und die Kanalinseln detaillierte Teilkarten benutzt werden, die der Verfasser 1968 und 1969 bearbeitet hat (Literaturverzeichnis).

### Zeitlicher Ablauf bei halbtägigen Tideströmen

Mit den vier Atlaskarten auf Seite 1, 2, 3 und 5 bzw. den genannten Teilkarten kann man die Gezeitenstromellipse auf Position nach Lage und Größe der Hauptachsen zeichnen, jedoch fehlt die zeitliche Zuordnung der Richtung der Tideströme beim Durchlaufen der Ellipse. Die 13 Karten mit den stündlichen Werten des Tidestroms geben nur Auskunft zu diesen auf den Meridiandurchgang des Mondes in Greenwich bezogenen Zeitpunkten, die man mit den beigegeführten Tabellen auf die Hochwasserzeit eines nach Karte Seite 6 (unten links) zugewiesenen Bezugsorts umrechnen kann. Gegenüber dem mittleren Zeitunterschied zur Mondkulmination in Greenwich, der im Ablauf von Spring- und Nippzeit schwankt, werden durch das Anschließen an einen Bezugsort die Ungleichheiten der Gezeiten einbezogen.

Bei niedrigem Verhältnis des kleinsten zum größten Gezeitenstrom erhält man sehr schmale Gezeitenstromellipsen und damit eine recht wechselhafte zeitliche Zuordnung der einzelnen Richtungswinkel. Damit wird ein Interpolieren zwischen stündlichen Werten um so ungenauer, je weiter man vom Zeitpunkt des Maximalstroms entfernt ist. Es kann dabei der Fall eintreten, daß sich die Richtungswinkel binnen einer Stunde um Beträge ändern, die zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$  liegen. Wer zwischen solchen Abweichungen zu interpolieren hat, kommt auf die oft benutzte lineare Weise nicht mehr zurecht. Hier kann nur die gründliche Kenntnis vom Wesen der Gezeitenstromellipse unter den wechselnden Bedingungen des Quotienten  $w_{\min}/w_{\max}$  zum Ziel führen.

Es kann hier an einen früheren Beitrag des Verfassers in der „Seewirtschaft“ (H. 12, 1971) angeknüpft werden, wo es darum ging, die Dauer des minimalen

Stroms bei rotierenden Tidenströmen zu berechnen. Bei dieser Gelegenheit wurde die Gleichung der Gezeitenstromellipse als

$$w = w_{\max} \sqrt{\frac{c + d \cos 2 \omega t}{2}}$$

mit

$$c = 1 + \left(\frac{w_{\min}}{w_{\max}}\right)^2, \quad d = 1 - \left(\frac{w_{\min}}{w_{\max}}\right)^2, \quad \omega = \frac{2\pi}{745 \text{ min}}$$

abgeleitet, wozu die Richtungsrelation

$$\tan \varphi = \frac{w_{\min}}{w_{\max}} \tan \omega t$$

gehört. Für eine Anzahl Quotienten  $w_{\min}/w_{\max}$  ist dort die Stärke und Richtung des Tidenstroms über das Intervall eines achtel Mondtags, also einer viertel Gezeitenstromperiode tabelliert worden. Wurden die Werte damals vorwiegend in der Umgebung des minimalen Tidenstroms verwendet, so sollen sie jetzt zur Konstruktion von Gezeitenstromellipsen benutzt werden. Dabei wird jeweils nur eine Vierteilellipse mit linksdrehendem Tidenstrom (positive Vorzeichen der Atlaskarte Seite 5) gezeichnet (Abb. 1 bis 11). Es ist dann kein Problem mehr, daraus die ganze Gezeitenstromellipse zu gewinnen. In den vier Quadranten entsprechen sich die Zuordnungen

- I:  $\varphi, t$   
 II:  $180^\circ - \varphi, 6 \text{ h } 12 \text{ min} - t$   
 III:  $180^\circ + \varphi, 6 \text{ h } 12 \text{ min} + t$   
 IV:  $360^\circ - \varphi, 12 \text{ h } 25 \text{ min} - t$ .

Für das nachfolgende Beispiel ist die Gezeitenstromellipse voll gezeichnet, um die Leistungsfähigkeit der Methode herauszustellen.

#### Durchführung eines Beispiels

*Beispiel:* Auf einer Position am Westrand der Baie de St. Brieuc mit den Koordinaten  $49^\circ 10' \text{ N}, 3^\circ 00' \text{ W}$  ist der Ablauf des Tidenstroms am 21. Januar 1973 in kurzen Zeitabständen zu bestimmen.

*Lösung:* Man entnimmt dem Atlas der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Irische See des Seehydrographischen Dienstes der DDR folgende Angaben auf Position

1. Maximalstromstärke  $w_{\max} = 4,0 \text{ kn}$  bei mittlerer Springzeit (Karte Seite 1);
2. Eintrittszeit des stärksten Stroms  $t_{\max} = 4 \text{ h } 15 \text{ min}$  nach dem Durchgang des Mondes durch den Meridian von Greenwich (Karte Seite 2) bzw. umgerechnet nach den Tabellen in den 13 Hauptkarten  $t_{\max} = 00 \text{ h } 32 \text{ min}$  nach Eintritt des Hochwassers am zugeordneten Bezugsort Brest (Karte Seite 6);
3. Richtung des maximalen Gezeitenstroms  $\varphi_{\max} = 93^\circ \text{ rw}$  (Karte Seite 3), wobei darauf zu achten ist, daß die Kartenwerte nur das Intervall vom Meridi-

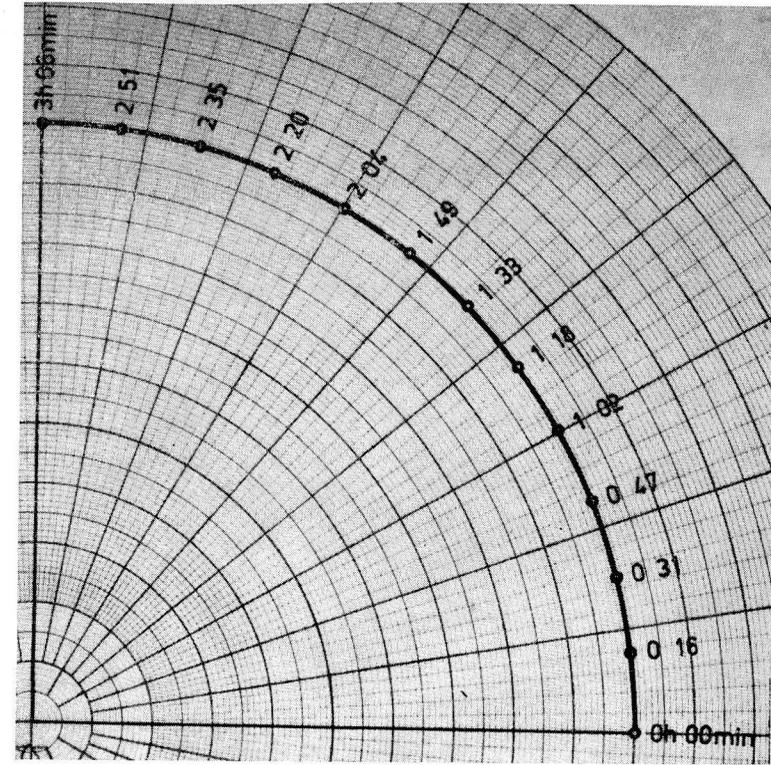


Abb. 1. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 1,0$

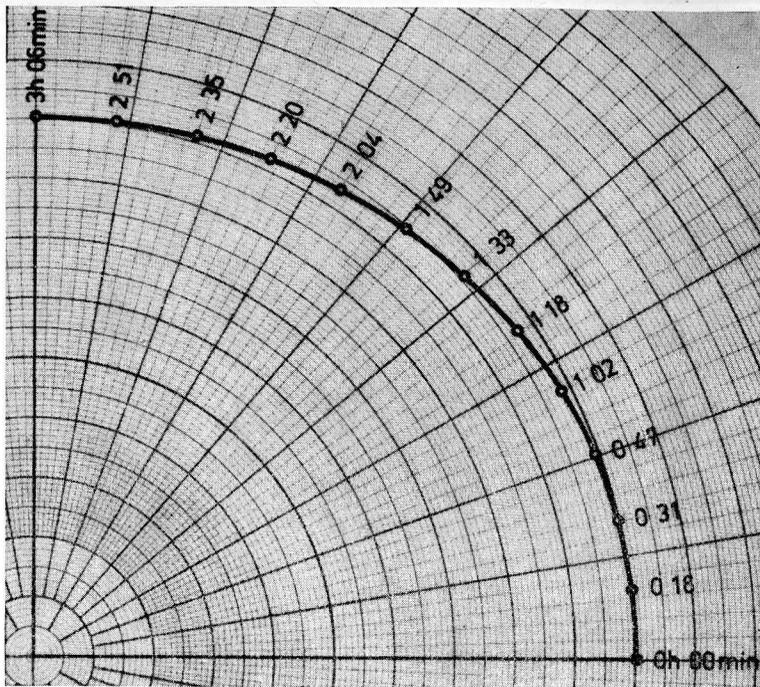
andurchgang des Mondes in Greenwich bis 6 h 12 min danach umfassen, im anderen Fall aber der Richtungswinkel um  $180^\circ$  verändert werden muß(!);

4. Verhältnis des kleinsten zum größten Gezeitenstrom  $w_{\min}/w_{\max} = +20\% = +0,20$  (Karte Seite 5);
5. Umlaufsinn linksdrehend entsprechend dem positiven Vorzeichen von  $w_{\min}/w_{\max}$  (Karte Seite 5).

Unmittelbar zu verwenden sind hiervon die letzten drei Elemente. Der Wert  $w_{\min}/w_{\max} = +0,20$  entspricht direkt der Vierteilellipse in Abb. 9, die nun auf eine ganze Ellipse erweitert werden muß. Hätte man beispielsweise als Quotient 0,25, so müßte man die Ellipsen für 0,20 und 0,30 benutzen und dann interpolieren. Für die weiteren Rechnungen benötigt man die Gezeitentafel. Es ergeben sich Brest, 21. Januar 1973

1. H.W. 06 h 36 min M.E.Z. 7,7 m
2. N.W. 12 h 54 min M.E.Z. 1,1 m
2. H.W. 18 h 56 min M.E.Z. 7,4 m .

Dem mittleren Springtidenhub in Brest von 5,9 m steht am 21. Januar 1973 ein Tidenfall von 6,6 m und ein Tidenstieg von 6,3 m gegenüber. Nun gilt in erster

Abb. 2. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,9$ 

Näherung für die maximale Stromstärke

$$w_{\max} = w_{\max} (\text{Springzeit}) \frac{\text{Tidenfall oder Tidenstieg}}{\text{Mittlerer Springtidenhub}},$$

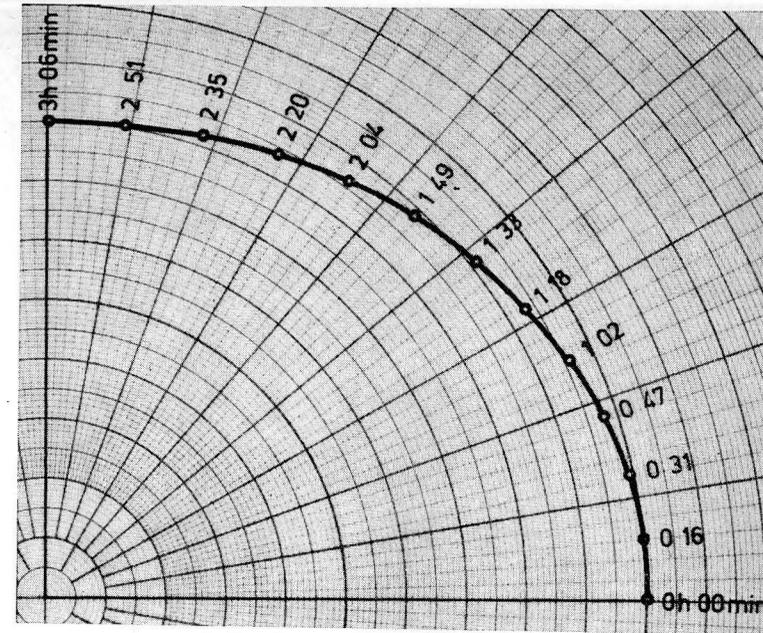
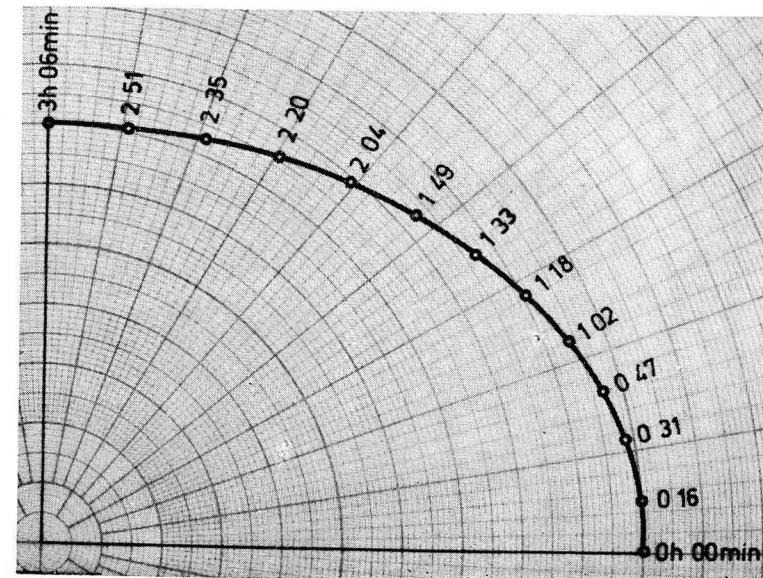
wobei die Werte des Quotienten am Bezugsort genommen werden müssen. Diese Gleichung setzt allerdings voraus, daß sich die Stärken der Tideströme im Wechsel von Spring- und Nippzeit wie die Tidenhöbe verhalten, was zwar meistens angenähert zutrifft, aber in einigen Seegebieten nicht erfüllt ist. In dem in Betracht kommenden Seeraum darf diese Formel benutzt werden und man hat für die erste Tageshälfte

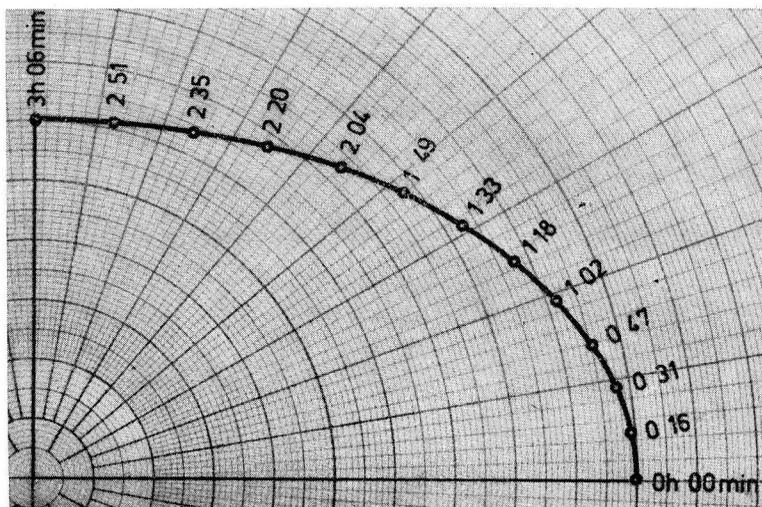
$$w_{\max} = 4,0 \text{ kn} \frac{6,6 \text{ m}}{5,9 \text{ m}} = 4,5 \text{ kn},$$

für die zweite Hälfte des 21. Januar 1973 wegen der täglichen Ungleichheiten der Gezeiten dagegen

$$w_{\max} = 4,0 \text{ kn} \frac{6,3 \text{ m}}{5,9 \text{ m}} = 4,3 \text{ kn}.$$

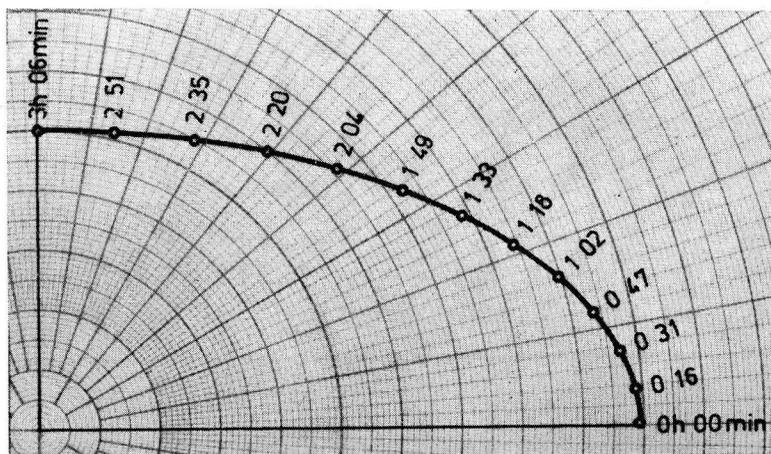
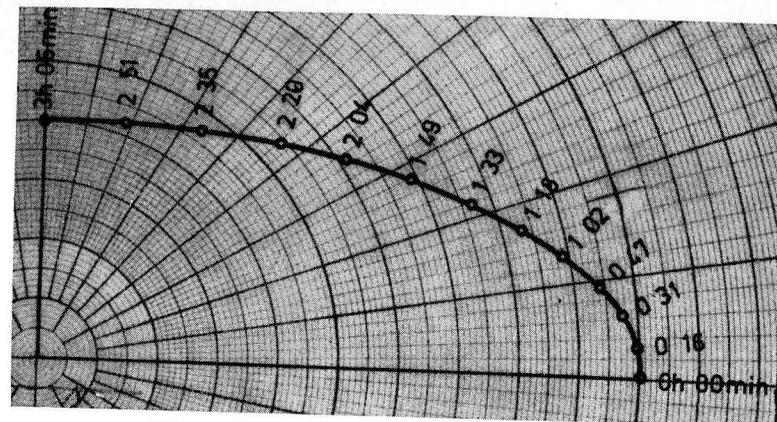
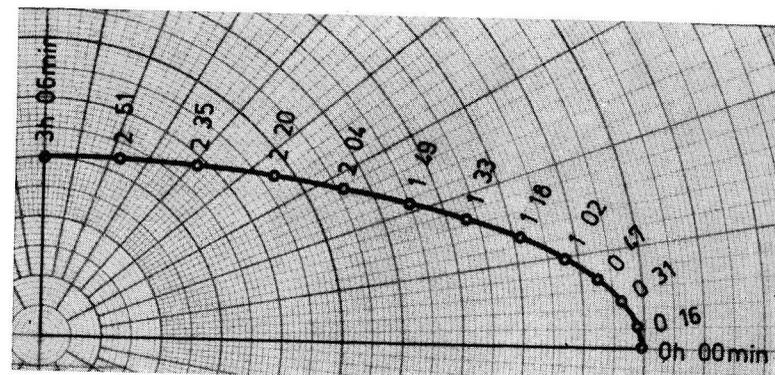
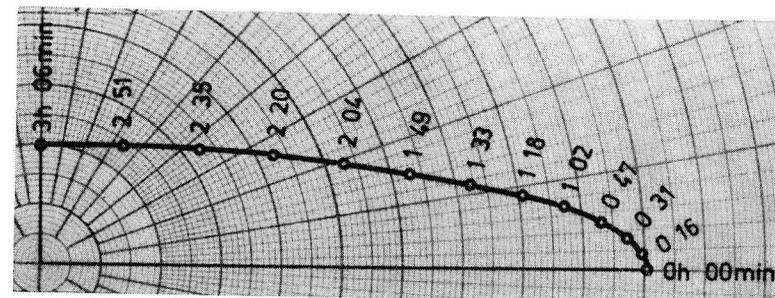
Alle Stromvektoren in Abb. 12, in dem  $w_{\max} = 100\%$  gewählt wurde, sind nach ihrer Entnahme aus der Gezeitenstromellipse vormittags mit 4,5 und nachmittags mit 4,3 zu multiplizieren, wobei in Wirklichkeit kein sprunghafter,

Abb. 3. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,8$ Abb. 4. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,7$

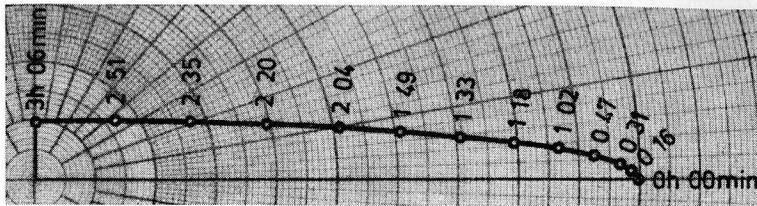
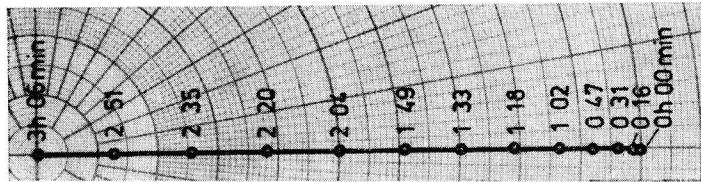
Abb. 5. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,6$ 

sondern ein gleitender Übergang vorhanden ist, den man mit etwas Einfühlung berücksichtigen kann.

Bei der zeitlichen Zuordnung entsprechen dem Zeitpunkt 0 h 00 min in Abb. 9 nunmehr 06 h 36 min M.E.Z. + 00 h 32 min = 07 h 08 min M.E.Z. Alle weiteren Zeitangaben in Abb. 9 sind um diesen Betrag zu erhöhen. Die Zeiten in den Quadranten II bis IV sind aus den Umrechnungsformeln zu bestimmen und dann ebenfalls um den Betrag 07 h 08 min zu vergrößern. Auf diese Weise entsteht die Abb. 12, mit dem man nun sehr genau im Abstand von Viertelstunden und dazwischen arbeiten kann. Hat man auf einer Position längere

Abb. 6. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,5$ Abb. 7. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,4$ Abb. 8. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,3$ Abb. 9. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,2$ 

Zeit zu bleiben, so ist es ratsam, sich eine Kurve des abwechselnden Tidenstiegs bzw. Tidenfalls zu zeichnen und die zeitliche Einstufung für die Mitte dieser Intervalle zu treffen. Für die benachbarten drei Januartage 1973 wären das

Abb. 10. Gezeitenstromellipse für  $w_{\min}/w_{\max} = 0,1$ Abb. 11. Gezeitenstromverlauf für  $w_{\min}/w_{\max} = 0$ 

folgende Zuordnungen in M.E.Z. mit den jeweiligen Umrechnungsfaktoren

21. Januar 1973:

3 h 35 min	9 h 45 min	15 h 55 min	22 h 05 min
6,5 m	6,6 m	6,3 m	6,1 m
4,4 kn	4,5 kn	4,3 kn	4,1 kn

22. Januar 1973:

4 h 15 min	10 h 25 min	16 h 34 min	22 h 44 min
6,3 m	6,3 m	5,9 m	5,6 m
4,3 kn	4,3 kn	4,0 kn	3,8 kn

23. Januar 1973:

4 h 53 min	11 h 02 min	17 h 12 min	23 h 21 min
5,7 m	5,7 m	5,2 m	4,9 m
3,9 kn	3,9 kn	3,5 kn	3,3 kn usw.

Der wechselnde Betrag des Tidenstiegs bzw. Tidenfalls spiegelt den Abfall der Tidenhöhe von der am 20. Januar 1973 eingetretenen Springzeit zu der am 27. Januar gefolgten Nippzeit wider. Da die Gezeiten jedoch nicht nur Ungleichheiten in der Höhe, sondern auch in der Eintrittszeit aufweisen, muß man die auf Abb. 12 folgende sowie alle weiteren Tidestromellipsen erneut auf die Hochwassereintrittszeit orientieren und darf nicht beliebig mit der Zeitzuordnung fortfahren. So hat man nach einem Durchlauf der Ellipse theoretisch 19 h 33 min M.E.Z., nach den Gezeitentafeln dagegen 18 h 56 min M.E.Z. + 00 h 32 min = 19 h 28 min M.E.Z. Bei einem Umlauf bleibt die Abweichung noch gering, bei mehreren kann sie jedoch beträchtlich werden.

Aus dem „Atlas der Elemente des Tidenhubs und der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Irische See“ (SAGER, 1963) entnimmt man für die Baie de St. Brieuc Abweichungen der Hochwasser-Eintrittszeiten gegenüber

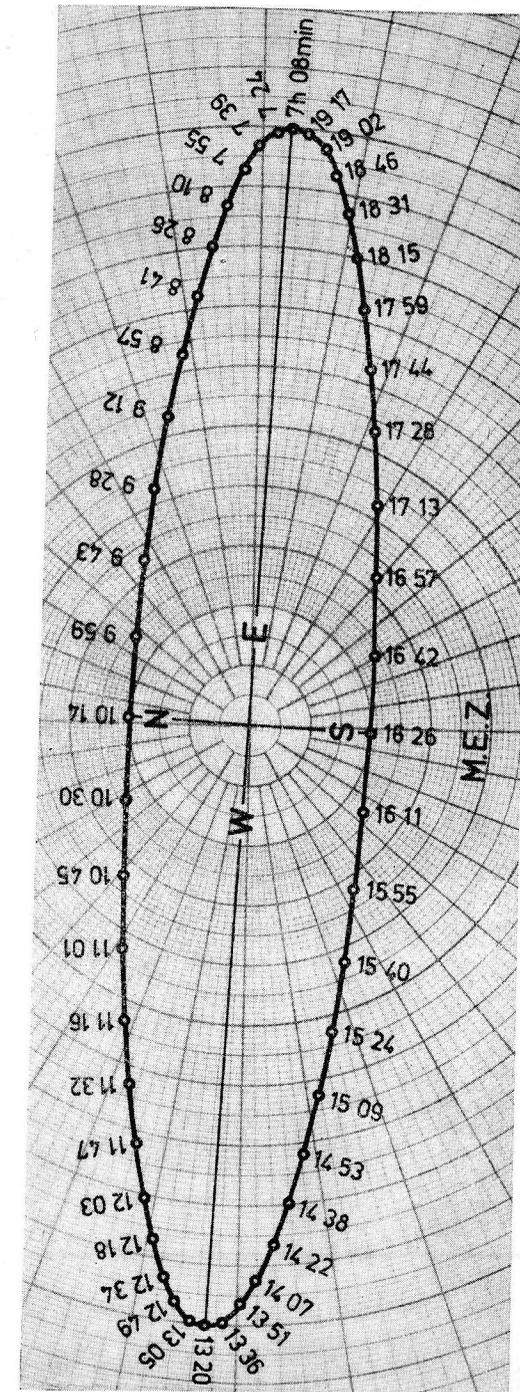


Abb. 12. Gezeitenstromellipse für das angeführte Beispiel

den mittleren Werten bis zu +45 min um die Zeit vor den Syzygien und bis -50 min um die Zeit der Quadraturen, wobei das Pluszeichen eine Verspätung und das Minuszeichen eine Verfrühung bedeutet. Diese Beträge sind Durchschnittswerte für mittlere Konstellationen zwischen Erde, Mond und Sonne und können noch extremer werden, so z. B., wenn die Springzeit in die Zeit der Äquinoktien bei gleichzeitiger Erdferne des Mondes fällt.

Anhand von Abb. 12 mit  $w_{\min}/w_{\max} = +0,20$  sollen jetzt zwei Fälle extremer Abweichungen zwischen linearer Interpolation und der Anwendung der Schablone auf der Basis der Gezeitenstromellipse herausgegriffen werden, wobei die Tidestromgeschwindigkeit der Einfachheit halber in Prozent des Maximalstroms beibehalten wird. Besteht die Aufgabe, zwischen den Werten um 9 h 15 min mit 51° und 17° rw sowie um 10 h 15 min mit 20° und 90° rw auf 9 h 45 min zu interpolieren, so folgen linear 36° und 54° rw statt richtig nach Schablone 31° und 36° rw. Soll beispielsweise zwischen 9 h 30 min mit 41° Stärke und 24° rw als Richtung und 10 h 30 min mit 24° und 122° rw auf 10 h 00 min eingeschaltet werden, so ergäbe das linear 33° und 73° rw, in Wirklichkeit dagegen 23° und 54° rw. Diese Abweichungen, die bei  $w_{\min}/w_{\max} < 0,20$  noch größer werden, unterstreichen die Bedeutung der Schablonen für Tidestromellipsen.

#### Literatur

- [1] Atlas der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Irische See. Seehydrographischer Dienst der DDR, Rostock (1968).
- [2] Gezeitentafeln für das Jahr 1973, Band I, Europäische Gewässer. Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg (1972).
- [3] SAGER, G., Atlas der Elemente des Tidenhubs und der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Irische See. Rostock 1963.
- [4] SAGER, G., Die Beträge der maximalen Gezeitenströme in der Deutschen Bucht. Seeverkehr, H. 1 (1966).
- [5] SAGER, G., Die Eintrittszeiten der maximalen Gezeitenströme in der Deutschen Bucht. Seeverkehr, H. 2 (1966).
- [6] SAGER, G., Richtungen der maximalen Gezeitenströme in der Deutschen Bucht. Seeverkehr, H. 3 (1966).
- [7] SAGER, G., Das Verhältnis des kleinsten zum größten Gezeitenstrom in der Deutschen Bucht. Seeverkehr, H. 7 (1966).
- [8] SAGER, G., Gezeitenströme um die Halbinsel Portland. Seeverkehr, H. 10 (1968).
- [9] SAGER, G., Gezeitenströme in der Dover-Straße. Seeverkehr, H. 11 (1968).
- [10] SAGER, G., Die Gezeitenströme im Zeegat van Vlissingen. Seeverkehr, H. 12 (1968).
- [11] SAGER, G., Die Gezeitenströme um die Kanalinseln. Seewirtschaft, H. 3 (1969).
- [12] SAGER, G., Gezeitenströme in der Themsemündung. Seewirtschaft, H. 4 (1969).
- [13] SAGER, G., Stärke und Richtung rotierender Tideströme mit Halbtagscharakter. Seewirtschaft, H. 12 (1971).
- [14] SAGER, G., Bestimmung der Gezeitenstromellipse aus zwei Stromvektoren. Beitr. Meereskunde, H. 34. Berlin 1974.

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. G. SAGER  
 Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Flächenhafte Interpolation bei Gezeitenströmen

Von GÜNTHER SAGER

*Zusammenfassung:* Entsprechend der Bedeutung der Gezeitenströme für die Navigation werden verschiedene Formeln zur flächenhaften Interpolation der Stärke und Richtung der Tideströme entwickelt. Die Ergebnisse werden an dem kritischen Beispiel des Seegebiets südlich von Portland Bill miteinander verglichen. Aus früheren Untersuchungen des Verfassers steht die natürliche Verteilung der Stärken und Richtungen der Tideströme in diesem Gebiet zur Verfügung, um die Formeln in diesem relativ ungünstigen Fall einschätzen zu können.

*Summary:* Arising from the importance of tidal streams for navigation different formulas for the areal interpolation of stream velocities and directions are developed. The results of different methods are compared with each other for the critical example of the area south of Portland Bill. From earlier investigations of the author the natural distribution of stream data in this region is available for the evaluation of the formulas in this rather unfavourable case.

### Einleitung

Die durch die Küstenkonfiguration und die Tiefenverteilung so mannigfaltig wechselnden Gezeitenströme sind bisher nur in ganz wenigen Gebieten des Weltmeers so engabständig erfaßt, daß man für alle Zwecke der Navigation ohne Interpolationen auskommt. Eher ist das Gegenteil der Fall, daß nämlich die Abstände zwischen den einzelnen Meßpunkten zu groß sind, um die Berechnung von Zwischenwerten noch einigermaßen zu garantieren.

Im günstigsten Fall des Gezeitenstromatlas des Deutschen Hydrographischen Instituts Hamburg beträgt der Abstand der Punkte mit Gezeitenstromangaben in den Hauptkarten 20 Breiten- bzw. Längengradminuten. Das sind 37 km in der Nord-Süd-Richtung und 25 km in der West-Ost-Richtung auf 48° N sowie 18 km auf 61° N. Für ein so variables ozeanographisches Element wie den Tidestrom ist das oft noch ein zu großer Abstand, wenn man genauere Werte auf einer Position benötigt, wie das bei Spezialaufgaben der Fall ist. Selbst die Teilkarten der Serie „Pocket Tidal Stream Atlas“ der Briten sowie der „Stroomatlas Nederland“ mit weit größeren Maßstäben lassen in manchen Seegebieten lokale Besonderheiten der Tideströme erkennen, die noch engere Abstände als die dort vorhandenen wünschenswert erscheinen lassen. Da Strommessungen kostspielig und gerade in eng befahrenen Gebieten wegen ihrer Dauer gar nicht

mehr überall ungestört durchführbar sind, muß man sich mit Interpolationen der vorhandenen Stromangaben begnügen.

Solche flächenhaften Interpolationen sind mit verschiedenen Formeln möglich, die anschließend entwickelt werden sollen und sowohl für die Stromstärke als auch die Stromrichtung benutzt werden können. Für die Richtungen ist jedoch darauf zu achten, daß bei rechtweisenden Angaben mit einem oder zwei Werten beiderseits der Nordrichtung — z. B. 330°, 340°, 20° — die kleinen Werte vorher um 360° erhöht werden müssen, also 330°, 340°, 380°, um dem 360°-Zyklus der Einteilung der Himmelsrichtungen Rechnung zu tragen.

Infolge der Eigenarten der Gezeitenströme, vor Kaps meistens stärker und in breit ausladenden Buchten schwächer als in der Umgebung zu sein, muß man bei der Interpolation in der Nachbarschaft solcher Gebiete zurückhaltend sein. Das gilt besonders vor Landzungen noch mehr für die Richtungen, deren Isolinien sich dort oft eng scharen, so daß große Änderungen in der Richtung der Tideströme an relativ wenig voneinander entfernten Orten auftreten können. Das wird bei der Betrachtung von Abb. 8 mit den Linien gleicher Richtung der Tideströme von Portland Bill deutlich, ebenso wie Abb. 7 die starken Änderungen des Betrags des Tidestroms vor dieser Halbinsel veranschaulicht.

Es ist der Zweck dieses Beitrags, anwendbare Methoden der flächenhaften Interpolation vorzustellen und sie miteinander zu vergleichen. Vor allem wird Wert darauf gelegt, das Wesen der verschiedenen Methoden aufzuzeigen, weshalb sie am gleichen Beispiel für die Stromstärke und Richtung vorgeführt werden. Das Beispiel ist absichtlich relativ ungünstig gewählt, um keine Überschätzung der Leistungsfähigkeit der Formeln aufkommen zu lassen. Es darf gesagt werden, daß die Mehrzahl der Fälle in der Praxis günstiger als das Beispiel von Portland Bill und nur ein Bruchteil ungünstiger ausfallen wird.

#### Interpolation zwischen zwei benachbarten Strommeßpunkten

Bei nicht zu großem Abstand und günstiger Lage seien die Tidestromdaten an zwei Strommeßpunkten  $A$  und  $B$  resp.  $f_A$  und  $f_B$ , wobei  $f$  entweder die Stromstärke oder die Stromrichtung bedeuten kann. Geht man von der naheliegenden Annahme aus, daß sich die Differenzen der Tidestromdaten zu einem gegebenen Punkt  $P$  mit dem Wert  $f$  wie die Entfernungen  $PA = a$  und  $PB = b$  verhalten, so läßt sich aus den Proportionen

$$f - f_A = ka \quad \text{und} \quad f_B - f = kb \quad (1)$$

der Proportionalitätsfaktor  $k$  durch Quotientenbildung eliminieren und man erhält

$$f = \frac{af_B + bf_A}{a + b}. \quad (2)$$

Dieser Formel entspricht ein lineares Gefälle der Stromdaten zwischen  $B$  und  $A$ . Insbesondere bekommt man für  $b = a$  das arithmetische Mittel

$$f = \frac{1}{2} (f_A + f_B), \quad (3)$$

was oberflächlich gesehen einleuchtend erscheint, aber in der Natur durchaus nicht zuzutreffen braucht, wie eine nähere Betrachtung der folgenden Bilder erkennen läßt.

Um das Wesen der relativ einfachen Formel (2) zu erfassen, muß man sich ihre mathematische Aussage verdeutlichen, was anhand von Abb. 1 und 4 geschehen soll. Zu diesem Zweck legen wir die  $x$ -Achse durch die Strommeßstellen  $A$  und  $B$ , machen die Mittelsenkrechte der Strecke  $AB$  zur  $y$ -Achse und setzen die Entfernung  $AB = 2e$ . Mit  $f_A = -\Delta f/2$  und  $f_B = +\Delta f/2$  — das ist nach Formel (3) berechtigt — sowie  $b:a = \lambda$  schreibt sich Formel (2)

$$f = \frac{1 - \lambda \Delta f}{1 + \lambda/2}, \quad (2a)$$

wobei  $\Delta f$  die Differenz der Stromstärke oder Richtung zwischen  $B$  und  $A$  ist. Der Faktor von  $\Delta f/2$  hängt von dem Verhältnis der Abstände  $b$  und  $a$  ab und wechselt von Ort zu Ort.  $\lambda$  ist 0 in  $B$ , 1 in allen Orten mit gleicher Distanz von  $A$  und  $B$  und  $\infty$  in  $A$ , wobei es als Verhältnis zweier Entfernungen stets positiv ist. Der Faktor  $(1 - \lambda)/(1 + \lambda)$  wechselt daher zwischen  $+\Delta f/2$  und  $-\Delta f/2$ . Das bedeutet aber, daß der Wert  $-\Delta f/2$  nicht unterschritten und der Betrag  $+\Delta f/2$  nicht übertroffen werden kann. Eine Extrapolation auf der Basis der Formel (2) ist also ausgeschlossen.

Einen ausreichenden Überblick zur Formel (2) erhält man, wenn man untersucht, wie die aus  $\lambda = \text{konst.}$  folgenden Linien gleicher Tidestromstärke bzw. Richtung aussehen. Diese Aufgabe bedeutet praktisch die Bestimmung des geometrischen Ortes aller Punkte, für die das Verhältnis der Abstände zu zwei festen Punkten konstant ist. Ihre Lösung gehört in die analytische Geometrie der Ebene und lautet mit den oben gewählten Bezeichnungen

$$\left(x \mp e \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}\right)^2 + y^2 = \left(2e \frac{\lambda}{1 - \lambda^2}\right)^2. \quad (4)$$

Die Orte gleicher Stärke oder Richtung sind Kreise vom Radius

$$r = 2e \frac{\lambda}{1 - \lambda^2} \quad (4a)$$

und der Achsenverschiebung

$$q = \pm e \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}. \quad (4b)$$

Die Nullstellen dieser Kreise auf der  $x$ -Achse sind

$$q - r = \pm e \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda} \quad (4c)$$

und

$$q + r = \pm e \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda}. \quad (4d)$$

Für  $\lambda = 1$ , also gleiche Abstände  $b = a$ , arten die Kreise in die  $y$ -Achse aus, wie Abb. 1. und 4 anschaulich zeigen, in denen  $\Delta f = 1,3 \text{ kn}$  bzw.  $36^\circ$  gesetzt wurde.

Die Formel (2) trifft exakt nur auf diese Verteilung zu und führt zu um so größeren Abweichungen, je mehr sich die Linien gleicher Stärke oder Richtung des Tidestroms von der Anordnung der soeben bestimmten exzentrischen Kreise entfernen. In Abb. 1 und 4 sowie den anderen Abbildungen ist neben dieser zu der Interpolationsformel gehörigen idealen Verteilung mit einer topographischen Kuppe in *B* und einer Mulde in *A*, die in der Natur wohl nie erfüllt ist, das Bild einer realen Verteilung gegeben. Es handelt sich um die durch eine ausgeprägte Landzunge sehr komplizierte Verteilung der Stärken und Richtungen der Gezeitenströme südlich von Portland Bill, wo Interpolationen bereits gewagt erscheinen. Man sieht daraus den in diesem Beispiel beachtlichen Unterschied im Verlauf der Isolinien, der natürlich zu Abweichungen bei der Interpolation für den Punkt *P* führen muß.

Solange *P* noch nahe der Verbindungslinie *AB* liegt, bleiben die Fehler meistens bedeutungslos. Für die eingetragene Lage von *P* ergibt sich dagegen ein theoretischer Wert von 4,8 kn und 260° rw gegenüber dem wahren Betrag von 5,4 kn und 253° rw. Unsere Interpolationsformel ist also nicht formal, sondern unter Berücksichtigung ihres mathematischen Gehalts anzuwenden und möglichst auf die Nachbarschaft der Verbindungslinie beider Strommeßpunkte zu beschränken. Dabei braucht die Fehlerverteilung keineswegs symmetrisch zu dieser Linie zu sein.

Interpolation zwischen drei benachbarten Strommeßpunkten

Günstigere Resultate kann man bei der Interpolation zwischen drei benachbarten Meßpunkten erreichen, weil man damit von der bei zwei Orten symmetrischen Anordnung der Kreispaare frei wird. Allerdings ist die bei der Interpolation zwischen zwei Punkten benutzte Annahme einer Proportionalität der Stromstärke- bzw. Richtungs-differenzen zu den Entfernungen zwischen Meßpunkten und Position nun nicht mehr aufrechtzuerhalten, da der Wert *f* dann mathematisch überbestimmt wird. Um diese Annahme wenigstens angenähert beizubehalten, kann man *f* aus der Forderung bestimmen, daß die Summe der den jeweiligen Entfernungen *e<sub>n</sub>* proportional gesetzten Differenzen *f<sub>n</sub>* - *f* verschwinden soll, also

$$\sum \frac{f_n - f}{e_n} = 0 \tag{5}$$

wird. Für *n* = 2 erhält man aus dieser Forderung die Formel (2). Für *n* = 3 ergibt sich mit den Entfernungen *e<sub>1</sub>* = *a*, *e<sub>2</sub>* = *b*, *e<sub>3</sub>* = *c* und den Beträgen *f<sub>1</sub>* = *f<sub>A</sub>*, *f<sub>2</sub>* = *f<sub>B</sub>*, *f<sub>3</sub>* = *f<sub>C</sub>* aus der identischen Schreibweise

$$f \sum \frac{1}{e_n} = \sum \frac{f_n}{e_n} \tag{5a}$$

nach Gleichnamigmachen die Formel

$$f = \frac{abf_c + bcf_a + caf_b}{ab + bc + ca} \tag{6}$$

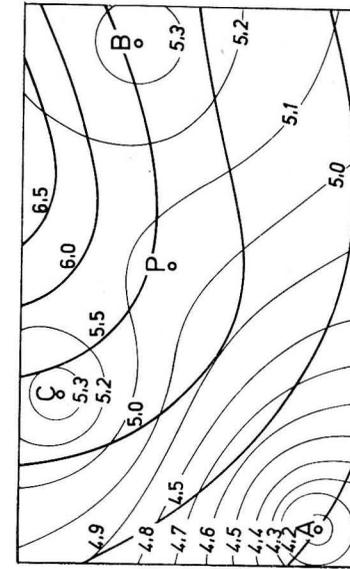


Abb. 2. Interpolation der Stromstärke nach Formel (6)

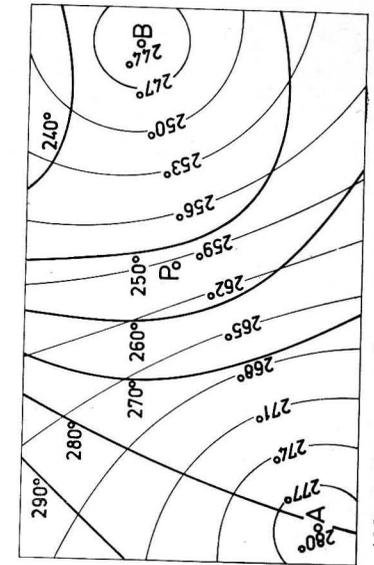


Abb. 4. Interpolation der Richtung nach Formel (2)

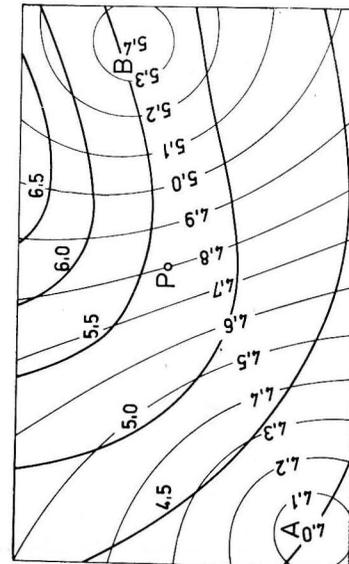


Abb. 1. Interpolation der Stromstärke nach Formel (2)

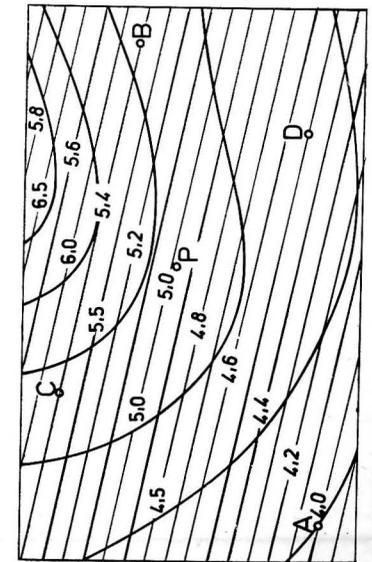


Abb. 3. Interpolation der Stromstärke nach Formel (8)

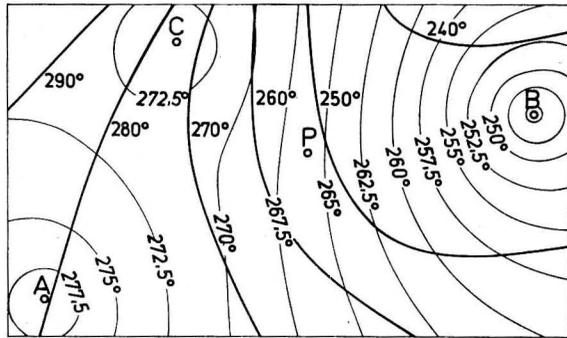


Abb. 5. Interpolation der Richtung nach Formel (6)

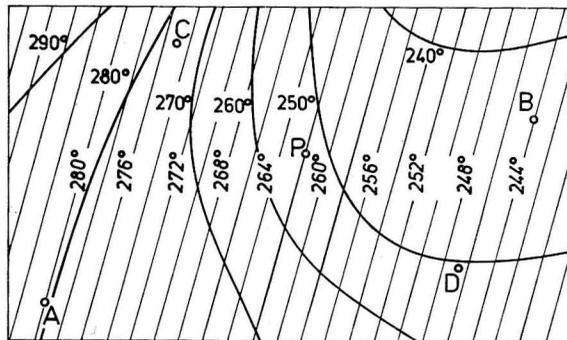


Abb. 6. Interpolation der Richtung nach Formel (8)

Eine grobe Vorstellung von dem Verhalten dieses Ausdrucks gibt der Fall gleicher Abstände  $a = b = c$ , für den man das arithmetische Mittel

$$f = \frac{1}{3}(f_A + f_B + f_C) \quad (7)$$

erhält. Eine Äquidistanz ist einmal im Schnittpunkt  $M$  der Mittelsenkrechten des durch die drei Meßstellen  $A$ ,  $B$  und  $C$  bestimmten Dreiecks gegeben und zum anderen für  $a = b = c = \infty$  oder näherungsweise bei großen Entfernungen der Position von den drei Strombeobachtungspunkten. Da man ferner mit  $a = 0$  korrekt  $f = f_A$  und entsprechend mit  $b = 0$  bzw.  $c = 0$  genau  $f_B$  und  $f_C$  bekommt, kann man über die Formel (6) global folgendes aussagen:

1. Sie gibt die exakten Werte in unmittelbarer Umgebung der drei Meßstellen  $A$ ,  $B$  und  $C$ ;
2. sie liefert das arithmetische Mittel aus  $f_A$ ,  $f_B$  und  $f_C$  im Zentrum des Umkreises des Dreiecks  $ABC$ ;
3. sie ergibt Kreise in der unmittelbaren Nachbarschaft von  $A$ ,  $B$  und  $C$ , die topographisch Mulden oder Kuppen darstellen;
4. in großer Entfernung von den drei Meßstellen nähert sie sich ebenfalls dem Betrag des arithmetischen Mittels.

Im einzelnen bietet der durch die Formel (6) bestimmte Verlauf der Linien gleicher Tidestromstärke bzw. Richtung eine mannigfaltige Verteilung, von der Abb. 2 und 5 eine Vorstellung zu geben vermögen. Dort wurde dieselbe Anordnung der Isolinen wie in Abb. 1 und 4 zugrundegelegt, nur daß die Meßstelle  $C$  mit  $f_C = 5,3$  kn bzw.  $275^\circ$  rw hinzugenommen worden ist. Das durch die Formel (6) festgelegte System von Linien gleicher Stärke bzw. Richtung des Tidestroms wurde aus der Berechnung von jeweils 160 Einzelwerten und anschließendem Entwurf von Linien gleichen Arguments  $f$  gewonnen. Spielt sich eine solche Aufgabe in Küstennähe ab, so kann man zur genaueren Fixierung auch küstennahe Punkte auf Land als Gitterpunkte hinzunehmen, da die Formel auf die Konturen des Seegebiets keine Rücksicht nimmt.

In Abb. 2 und 5 erscheinen um die Meßstellen zunächst Kreise, die aber bald zum Teil ganz anders gearteten Kurven Platz machen. Besonders interessant ist das Verhalten der Stromstärken entlang der Verbindungslinie von  $B$  und  $C$ , wo beide denselben Betrag von  $5,3$  kn haben, während nach Formel (6) durchaus abweichende Werte auftreten. Entlang den beiden anderen Seiten des Dreiecks erfolgt der Anstieg der Werte  $f$  nicht etwa linear, sondern völlig abweichend. In dem schon benutzten Punkt  $P$  folgen statt  $5,4$  kn interpoliert  $5,06$  kn und statt  $253^\circ$  rw der abweichende Betrag  $266^\circ$  rw, der nicht befriedigt, aber durch den Verlauf der Linien gleicher Richtung in der Natur erzwungen wird.

Allgemein läßt sich für die Interpolationsformel (6) bei drei Meßpunkten folgendes sagen:

1. Sie gilt angenähert innerhalb des durch die Meßpunkte gegebenen Dreiecks, wobei vereinzelt größere Abweichungen möglich sind;
2. sie ist auf den Dreiecksseiten oder in deren Nähe vorteilhaft durch die Interpolationsformel (2) für zwei Meßstellen zu ersetzen;
3. sie versagt meistens außerhalb des Meßpunktdreiecks, da der Wert  $f$  ein gemittelter Betrag und als solcher nicht extrapolationsfähig ist, wobei Ausnahmen durch einen speziellen Verlauf der Isolinen in der Natur möglich sind.

Der wesentliche Mangel der Formel (6) liegt darin, daß dabei nur Entfernungen verwendet werden, die Koordinaten der Meßstellen dagegen keine Rolle spielen. Als Folge tritt beispielsweise das Paradoxon auf, daß  $f$  für  $a = b = c$  stets das arithmetische Mittel aus  $f_A$ ,  $f_B$  und  $f_C$  wird, gleichgültig, welche Lage  $A$ ,  $B$  und  $C$  im Einzelfall zueinander haben, wobei der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten  $M$  innerhalb wie außerhalb des Meßpunktdreiecks liegen kann. Um bei drei Meßstellen die Lagekoordinaten  $x_n$  und  $y_n$  zu berücksichtigen, müßte man die mathematisch zu denkende Fläche der  $f$  zwischen den Meßstellen als Ebene auffassen, die durch die Gleichung

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & x_1 & x_2 & x_3 \\ y & y_1 & y_2 & y_3 \\ f & f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

bzw.

mit

$$D_x x + D_y y + D_f f = D \quad (8a)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix}, \quad D_y = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix},$$

$$D_f = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix}$$

gegeben ist. Für feste Meßpunkte ist  $D_f$  konstant, was bei der Bestimmung interpolierter Werte über die 13 Stundentermine einer Tideperiode von Vorteil ist. Die übrigen drei Determinanten lassen sich alle in der Form

$$a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3 \quad (9)$$

darstellen, worin die Koeffizienten der  $f_n$  ebenfalls konstant sind.

Die Rechnung ist umständlicher als bei der Formel (6), die Resultate häufig genauer, wie Abb. 3 und 6 in etwa erkennen lassen, in denen die bisherige Verteilung der Stromstärken und Richtungen benutzt wurde und dann eine Approximation über die Ebene durch die Funktionspaare  $x_1, y_1, f_1$  sowie  $x_2, y_2, f_2$  und  $x_3, y_3, f_3$  erfolgt ist. So erscheint z. B. für den Punkt  $P$  statt 5,4 kn und 253° rw als Werte in der Natur 5,0 kn und 262° rw, also eine erträgliche Abweichung. Darüber hinaus besteht der Vorteil, über die Seiten des Meßpunktdreiecks hinaus ein Stück interpolieren zu können, ohne allzubald zu falschen Darstellungen zu kommen.

### Zusammenfassung und Ausblick

Jede der entwickelten Interpolationsformeln hat ihre eigene Charakteristik, die zu einer Werteverteilung führt, die aus den Meßwerten  $f_1, f_2$  und  $f_3$  sowie dem Abstand bzw. der Lage der Meßpunkte zu demjenigen Punkt fixiert ist, für den die Interpolation vorgenommen werden soll. Wie günstig die Interpolation ausfällt, hängt dann von der Annäherung zwischen den Werten in der Natur und denjenigen der Interpolationsfunktion ab und ist rein zufälliger Art. Es fragt sich deshalb, ob eine Verbesserung der Interpolationen durch Einbeziehung weiterer Meßpunkte erreichbar ist?

Die Interpolation über eine ebene Anordnung der Ersatzwerte nach Formel (8) ist auf drei Meßpunkte beschränkt. Natürlich kann man über die Ebene hinausgehen und zu ein- oder zweifach gekrümmten Flächen greifen. Dabei wird die Bestimmung einer expliziten Formel für die Interpolation aus den Ausgangswerten oft kompliziert und außerdem wie in den früheren Fällen je nach der Wahl der Fläche wieder ein spezifisches Bild der Verteilung der Interpolationswerte entstehen, das mit den Gegebenheiten in der Natur nicht übereinstimmen wird.

Eine unmittelbare Erweiterung läßt der Ansatz (5) auf vier oder auch mehr Ausgangspunkte zu, so daß man zu einer Weiterentwicklung der Formel (6) gelangt, die sich als

$$f = \frac{abcf_D + bcd f_A + cdaf_B + dabf_C}{abc + bcd + cda + dab} \quad (10)$$

darstellt. Diese Formel kann zu Verbesserungen gegenüber der Formel (6) führen und ist noch relativ gut zu handhaben. Einen Vergleich aller Formeln für das benutzte Beispiel südlich von Portland Bill liefert folgende Gegenüberstellung für den Punkt P:

Wahre Werte	2 Punkte, Formel (2)	3 Punkte, Formel (6)	3 Punkte, Formel (8)	4 Punkte, Formel (10)
5,4 kn	4,8 kn	5,0 kn	5,0 kn	4,9 kn
253° rw	260° rw	265° rw	262° rw	262° rw

In diesem Beispiel bringt die mit der umständlicheren Formel (10) vorgenommene Interpolation praktisch keine Vorteile mehr, jedoch liegt das an der besonderen Verteilung der Werte  $f$  in der Natur als Folge der Halbinsel Portland Bill.

Eine wirkliche Verbesserung läßt sich nur dann erzielen, wenn man aus allen Meßwerten in der Nachbarschaft der Position  $P$  Linien gleicher Stärke und gleicher Richtung des Tidestroms — normalerweise zu 13 stündlichen Terminen vor, um bzw. nach Hochwasser am zugeordneten Bezugsort — entwirft. Für das Seegebiet um Portland Bill ist das für den Zeitpunkt 2 Stunden nach Hochwasser in Devonport vom Verfasser für die Stromstärke in Abb. 7 und für die Richtung in Abb. 8 ausgeführt worden. Aus diesen Abbildungen ist jeweils der Ausschnitt für die Abb. 1 bis 3 bzw. 4 bis 6 entnommen worden. Der Entwurf

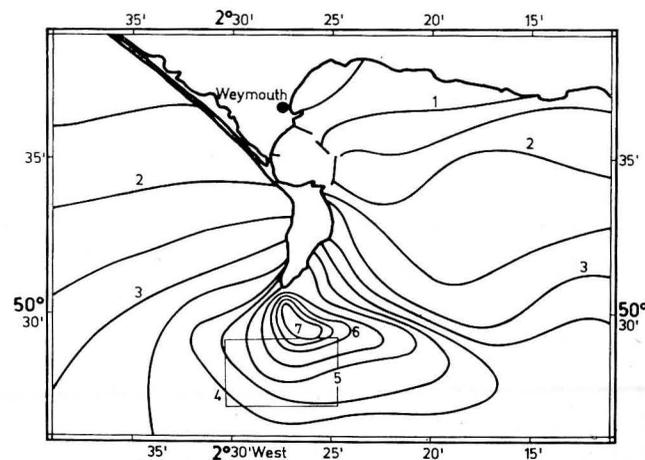


Abb. 7. Verteilung der Tidestromstärken um Portland Bill 2 Stunden nach Hochwasser in Devonport

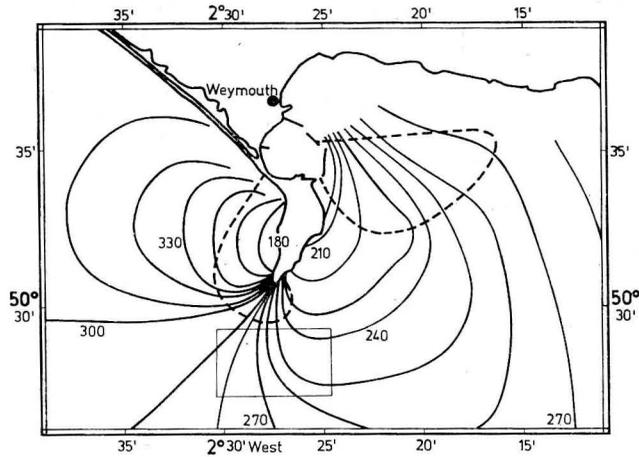


Abb. 8. Verteilung der Tidestromrichtungen um Portland Bill 2 Stunden nach Hochwasser in Devonport in Grad rechtweisend

solcher Linien erfordert namentlich für die Richtungen einige Erfahrung, bleibt aber die einzige und zudem noch auf wenige Seegebiete beschränkte Möglichkeit einer optimalen Bestimmung der Tidestromdaten aus vorhandenen Karten, ohne zu langwierigen Strombeobachtungen und Analysen greifen zu müssen.

#### Literatur

- [1] Atlas der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Britischen Gewässer. Deutsches Hydrographisches Institut Hamburg (1963).
- [2] Atlas der Gezeitenströme für die Nordsee, den Kanal und die Irische See. Seehydrographischer Dienst der DDR, Rostock (1968).
- [3] Pocket Tidal Stream Atlas: Approaches to Portland. Hydrographic Department of the Admiralty, London (1965).
- [4] SAGER, G., Gezeitenströme um die Halbinsel Portland. Seeverkehr, H. 10 (1968).
- [5] Stroomatlas Nederland, Deel I. Ministerie van Marine, Afdeling Hydrografie, s'Gravenhage (1963).

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. G. SAGER  
 Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Die Gezeiten des Südchinesischen Meeres

Von GÜNTHER SAGER

*Zusammenfassung:* Nach einer kurzen Beschreibung einiger ozeanographischer Züge des Südchinesischen Meeres wird eine Übersicht der verschiedenen Typen von Gezeiten und Formeln zur Bestimmung der Hoch- und Niedrigwassereintrittszeiten und der Springverspätung gegeben. Vor drei Jahrzehnten entworfene Karten mit Gezeitenelementen sind überarbeitet worden. Dabei zeigte sich relativ gute Übereinstimmung für die Amplituden, während für die Phasen Abweichungen auftreten, wobei zwei neue Drehpunkte in den Golfen von Thailand und Tonking postuliert werden.

*Summary:* After a short description of some oceanographical features of the South China Sea a review of the different types of tides and formulas for calculating the high and low water times and the age of the tide is given. Tidal charts with the phase and range of the  $M_2$  and  $K_1$  tide dating back three decades are revised. Rather good coincidence is found for the amplitudes, whilst deviations arise for the phases with two new amphidromic points being established in the Gulfs of Thailand and Tonkin.

#### Einleitung

Das Südchinesische Meer liegt zwischen dem südostasiatischen Festland und dem Malayischen Archipel und grenzt an Malaya, Thailand, Kambodscha, Vietnam, das südliche China, Taiwan, die Philippinen mit Palawan sowie Kalimantan (Borneo) und Sumatera. Es hat einschließlich des Golfs von Thailand innerhalb der nautischen Grenzen der Weltkarte Nr. 5001 des Seehydrographischen Dienstes der DDR eine Größe von 3,6 Mio. km<sup>2</sup> und steht durch folgende Meeresstraßen mit den benachbarten Meeresgebieten in Verbindung: über die Taiwanstraße (150 km Breite) mit dem Ostchinesischen Meer, die Luzonstraße (350 km) mit dem Philippinenmeer, die Mindoro- und nördliche und südliche Balabacstraße (80 km und je 50 km) mit der Sulusee, die Karimatastraße (200 km) mit der Djawasee und die Malakkastraße (50 km) mit dem Andamanischen Meer. Das Südchinesische Meer schneidet durch den 700 km langen und über 400 km breiten Golf von Thailand (Siam) sowie durch den 500 km langen und etwa halb so breiten Golf von Tonking tief in das asiatische Festland ein.

Der gesamte westliche Teil von den südlichen Küsten Vietnams bis hinüber nach Sarawak auf Kalimantan und ein breiter Küstenstreifen des Golfs von Tonking bis zur Taiwanstraße sind Schelfgebiet von weniger als 200 und größtenteils unter 100 m Tiefe. Zwischen Vietnam und den Philippinen senkt

sich das Südchinesische Meer in das Südchinesische Becken ab, das bis zu 4600 m tief ist. Mit solchen Tiefenunterschieden zählt dieses Meer in seiner Bodentopographie zu den differenziertesten Gebilden der Erde.

Die nichtperiodischen Oberflächenströmungen werden neben den lokalen Effekten durch den Küstenverlauf und die Tiefenverteilung primär durch die Monsunwinde geprägt. Im winterlichen Nordostmonsun sind die Oberflächenströmungen nichtperiodischer Natur fast immer kräftiger und beständiger als während des Südwestmonsuns der Sommermonate. In den Monaten April und September erfolgt jeweils die Umstellung des großräumigen Bildes der Oberflächenströmungen. In den für die Schifffahrt bedeutenden westlichen und nördlichen Teilen des Südchinesischen Meeres herrschen von Mai bis August Versetzungen nach Norden und Nordosten vor, von Oktober bis März dagegen nach Südwesten und Süden. Beim Auftreten tropischer Wirbelstürme, die in diesem Gebiet mit dem philippinischen Namen Baguios bzw. dem chinesischen Wort Taifun belegt werden, können ungewöhnliche Stromversetzungen von 60 bis 80 sm pro Etmaal vorkommen, die in kürzeren Zeiträumen noch übertroffen werden (50 sm binnen 8 Stunden!).

Den nichtperiodischen Strömungen überlagern sich die Gezeitenströme, über die im Südchinesischen Meer relativ wenig bekannt ist, so daß auf die Angaben der Seehandbücher und Pilots hingewiesen werden muß. Es existieren keine Übersichtskarten der Tidenströme und mit Ausnahme einer Position in der Hainanstraße auch keine Vorhersagen über Stärke und Richtung der Gezeitenströme. Selbst diese in den englischen Admiralty Tide Tables, Vol. 3 enthaltenen Vorhersagen für 20° 10' N und 110° 20' E haben nur begrenzten Wert, da sie bereits innerhalb der Meeresstraße bis zum doppelten Betrag der berechneten Werte anwachsen können, worauf in den englischen Tafeln ausdrücklich hingewiesen wird. Der Maximalbetrag von 2,8 kn kann daher örtlich erheblich übertroffen werden, wobei in den Tide Tables leider keine Anschlußorte zur Verfügung stehen. Dazu kommen natürlich die Wechselwirkungen mit den monsonalen Oberflächenströmungen, die in den Vorhersagen der Tidenströme nicht enthalten sind.

#### Die Gezeitentypen im Südchinesischen Meer

Weit günstiger ist die Situation unserer Kenntnisse von den Tidenhuben, über die sich bereits relativ verlässliche Aussagen machen lassen. Im Südchinesischen Meer kommen alle nur möglichen Gezeitentypen des Weltozeans vor. In dem Beitrag „Klassifikation der Gezeiten in internationaler Wertung“ hat der Verfasser in Heft 3 des Bandes 5 der „Seewirtschaft“ die am besten geeignete Unterteilung der Gezeitenformen nach VAN DER STOK/COURTIER herausgestellt. Zur Definition ist die Formzahl  $F$  als Quotient der Amplituden  $H$  der beiden eintägigen Haupttiden  $K_1$  und  $O_1$  und der beiden halbtägigen Haupttiden  $M_2$  und  $S_2$  erforderlich, also

$$F = \frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2} + H_{S_2}},$$

wobei die Amplituden der Tiden für 20 Bezugsorte in Tabelle 2 angegeben sind. Man unterscheidet nun

$F = 0$ bis $0,25$ :	halbtägige Gezeitenform,
$F = 0,25$ bis $1,5$ :	gemischte, überwiegend halbtägige Gezeitenform,
$F = 1,5$ bis $3$ :	gemischte, überwiegend eintägige Gezeitenform,
$F > 3$ :	eintägige Gezeitenform.

In der Tabelle 2 sind auch die Formzahlen der 20 Bezugsorte an den Küsten des Südchinesischen Meeres verzeichnet und in Abb. 6 die Punkte gleicher Formzahl in diesem Seegebiet zu Linien gleicher Werte von  $F$  verdichtet. Man erkennt daraus, daß die gemischten Formen weitaus dominieren. Halbtagstiden oder nahezu halbtägige Gezeiten findet man nur an wenigen Stellen, so in der Malakkastraße, vor der Nordwestküste von Kalimantan, in der Ansteuerung nach Saigon, nordöstlich Hainan, in der Luzonstraße und in der Straße von Taiwan. Gebiete scharf ausgeprägter Eintagstiden sind der nordwestliche Golf von Thailand ohne die Ansteuerung Bangkok und der innere Golf von Tonking mit der Ansteuerung Haiphong. Auch zwischen Sumatra und Kalimantan herrschen im offenen Seegebiet die Typen mit eintägigem Einschlag vor. Für die 5 Bezugsorte Singapore, Bangkok-Barre, Hon Dau, Hongkong und Manila sind in Abb. 1 die Gezeitenkurven für den Monat März 1973 dargestellt worden. Dieses Jahr wurde bevorzugt, weil es sich als Durchschnittsjahr in der Bewegung der Mondbahnknoten (Periode 18,61 Jahre) erweist.

Die Eintrittszeit der Hochwasser der halbtägigen Tiden in Stunden nach dem Meridiandurchgang des Mondes in Greenwich erfolgt mit kleineren Schwankungen während der Tideperiode von 14,77 Tagen in etwa konstantem Abstand

$$T_2 = \frac{360^\circ - P_{M_2}}{m_2} = 0,0345 (360^\circ - P_{M_2}) = 0,0345 g_{M_2} \text{ in Stunden.}$$

Dabei ist  $P$  die Phase und  $g = 360^\circ - P$  die sog. Greenwich-Phase der Tiden. Bei der Umrechnung auf die Zonenzeit sind die Zeitdifferenzen aus Tabelle 2 berücksichtigt. Als Kontrollbeispiel diene das Mittagshochwasser am 10. Dezember 1973 in Singapore, wobei man wegen der Formzahl 0,49 bereits mit Abweichungen gegen den reinen Halbtagstyp rechnen muß. Man erhält im einzelnen als Phase der  $M_2$ -Tide (Tabelle 2)  $g = 312^\circ$  für die Zone M.G.Z. + 7 h 30 min und damit  $T_2 = 10,77 \text{ h} = 10 \text{ h } 46 \text{ min}$ . Wegen dieses hohen Werts muß man den 2. Meridiandurchgang des 9. Dezember in Greenwich um 23 h 48 min wählen, um in die Mittagsstunden des 10. Dezember 1973 zu kommen. Man erhält dann als genäherte Eintrittszeit des Hochwassers  $23 \text{ h } 48 \text{ min} + 10 \text{ h } 46 \text{ min} - 24 \text{ h } 00 \text{ min} = 10 \text{ h } 34 \text{ min}$  gegenüber dem in den Gezeitentafeln ausführlich berechneten Wert  $10 \text{ h } 10 \text{ min}$ , angegeben in der Zeitzone M.G.Z. + 7 h 30 min. Bei Singapore können sich die Abweichungen noch merklich erhöhen, da sein Gezeitentyp bereits gemischt, überwiegend halbtägig ist. Bei Orten mit harmonischen Konstanten, die in den englischen Gezeitentafeln reichlich vertreten sind, ergibt diese Rechnung einen Anhaltspunkt der Eintrittszeiten der Hochwasser bzw. Niedrigwasser, wenn die Formzahl hinreichend niedrig liegt.

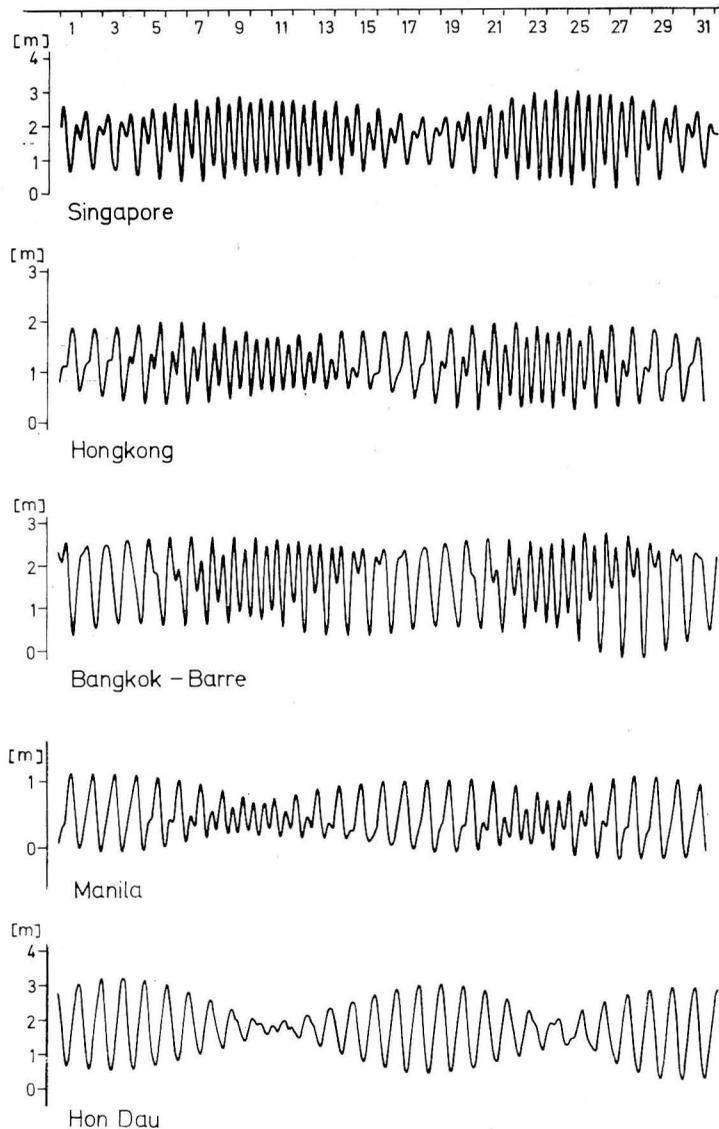


Abb. 1. Gezeitenkurven für Singapore ( $F = 0,49$ ), Hongkong (1,11), Bangkok-Barre (1,30), Manila (2,15) und Hon Dau (15,6) für den Monat März 1973

Die Hoch- und Niedrigwasser verspäten sich entsprechend der Mondkulmination bei Halbtagstiden durchschnittlich von Tag zu Tag um 50,47 min und zwar bei Springzeit weniger und bei Nippzeit mehr. Die Springzeiten folgen dem Voll- und Neumond (Syzygien) nach etwa  $\tau_2 = \frac{P_{M_2} - P_{S_2}}{s_2 - m_2} = 0,985 (P_{M_2} - P_{S_2}) =$

–  $0,985 (g_{S_2} - g_{M_2})$  in Stunden, die Nippzeiten entsprechend nach den Mondvierteln (Quadraturen). Die mittleren Spring- bzw. Nipptidenhübe sind

$$2(H_{M_2} + H_{S_2}) \quad \text{und} \quad 2(H_{M_2} - H_{S_2}).$$

Für Singapore würden diese Formeln liefern  $\tau_2 = 0,985 (006^\circ - 312^\circ) = 0,985 (366^\circ - 312^\circ) = 53$  h bzw. 2 d 05 h anstatt 1 d 21 h nach den amtlichen Gezeitentafeln und M.Sp.Th. =  $2(80 + 33) = 226$  cm anstelle von 219 cm und M.Np.Th. =  $2(80 - 33) = 94$  cm in Übereinstimmung mit den Gezeitentafeln.

Die größten Springtidenhübe der Halbtagstiden treten um die Zeit der Tag- und Nachtgleichen (Äquinoktien) ein, da dann der Mond um die Zeit der Syzygien angenähert in der Äquatorebene steht und damit die Deklination von Mond und Sonne gleichzeitig Null wird.

Für die Eintrittszeit der Hochwasser der reinen Eintagstiden in Stunden nach dem oberen Durchgang des Mondes durch den Meridian besteht speziell zur Zeit der extremen Deklination des Mondes angenähert die Beziehung

$$T_1 = \frac{P_{K_1} + P_{O_1}}{m_2} + n \cdot 12,4 = 0,0345 (P_{K_1} + P_{O_1}) + n \cdot 12,4 =$$

$$0,0345 [720^\circ - (g_{K_1} + g_{O_1})] + n \cdot 12,4 \text{ in Stunden,}$$

wobei  $n = 0$  für nördliche und 1 für südliche Deklination des Mondes ist, die in 13,66 Tagen aufeinander folgen. Wenn der Mond den Äquator passiert, haben die eintägigen Tiden die Tendenz, sich zu annullieren, so daß die restlichen Halbtagstiden sich herauschälen und zwei schwache Hoch- und Niedrigwasser ausbilden können. Die Termine der Deklinationen kann man den Astronomischen oder Nautischen Jahrbüchern entnehmen.

Die Hoch- bzw. Niedrigwasser der Eintagstiden verfrühen sich anschließend an die extreme Deklination im Mittel täglich um 3,9 min, was etwa 2 Stunden je Monat und einem Tag je Jahr entspricht. Die Springzeiten treten um etwa den Betrag

$$\tau_1 = \frac{P_{O_1} - P_{K_1}}{k_1 - o_1} = 0,912 (P_{O_1} - P_{K_1}) = 0,912 (g_{K_1} - g_{O_1}) \text{ in Stunden}$$

nach der größten nördlichen oder südlichen Deklination des Mondes auf, die Nippzeiten um dieselbe Spanne nach dem Äquatordurchgang des Mondes. Die Spring- und Nipptidenhübe erreichen die mittleren Werte

$$2(H_{K_1} + H_{O_1}) \quad \text{und} \quad 2(H_{K_1} - H_{O_1}).$$

Die Springtidenhübe der Eintagstiden sind besonders stark um die Zeit der Sommer- und Wintersonnenwenden (Solstitien) entwickelt.

Die gemischten Gezeiten lassen sich mit den angeführten Formeln nur noch teilweise genähert erfassen. Bei der überwiegend halbtägigen Gezeitenform treten täglich zwei Hoch- und zwei Niedrigwasser mit starken Ungleichheiten in Zeit und Höhe auf. Diese Ungleichheiten erreichen ihre größten Beträge um

die Zeit  $\tau_1$  nach der maximalen nördlichen oder südlichen Deklination des Mondes und die kleinsten Werte entsprechende Zeit nach dem Äquatordurchgang des Mondes. Die mittleren Spring- und Nipptidenhübe nähern sich den für die Halbtagstiden genannten Beträgen. Zur Zeit der Solstitien, wenn die Sonne die größte nördliche oder südliche Deklination erreicht, kann eines der beiden täglichen Hoch- oder Niedrigwasser fast zurücktreten.

Bei den gemischten, überwiegend eintägigen Gezeiten tritt nach den größten Beträgen der Monddeklination nur noch ein Hoch- und ein Niedrigwasser je Tag auf. In der Zwischenzeit existieren zwei Hoch- und zwei Niedrigwasser mit starken Ungleichheiten in der Höhe und Eintrittszeit. Während die Zahl der Tage mit zweimaligem Hoch- und Niedrigwasser um die Äquinoktien noch beträchtlich ist, geht sie während der Zeit des Sommer- und Winteranfangs merklich zurück. Die mittleren Spring- und Nipptidenhübe nähern sich den für Eintagstiden angegebenen Beträgen. Der Begriff des Hoch- bzw. Niedrigwasserintervalls als Zeitabschnitt zwischen der Mondkulmination und dem folgenden Hoch- oder Niedrigwasser verliert an konkreter Bedeutung, womit Gezeitenunterschiede zwischen Bezugs- und Anschlußorten nur noch überschlägigen Bestimmungen dienen können, die aber keine sichere Basis für die Navigation mehr darstellen.

#### Die Ermittlung der Gezeiten im Südchinesischen Meer aus den Gezeitentafeln

In den Gezeitentafeln des Deutschen Hydrographischen Instituts Hamburg sind offenbar aus ökonomischen Gründen keine Bezugs- und Anschlußorte für das Südchinesische Meer enthalten, obwohl die deutschen Tafeln für das Jahr 1944 schon ausgiebig dieses Gebiet erfaßt haben. Das französische „Annuaire des Marées“, Tome II, gibt ausführliche Vorhersagen für einige Bezugsorte der einstigen Kolonie Indochina mit einer begrenzten Anzahl von Anschlußorten. So bleibt das Primat eindeutig bei den englischen Tafeln, die auch als Basis der Entwürfe der Übersichtskarten von Amplitude und Phase der  $M_2$ - und  $K_1$ -Tide in Abb. 2 bis 6 gedient haben.

Besonders aufschlußreich ist die Anzahl der Anschlußorte für Vietnam. Die „Admiralty Tide Tables“ für das Jahr 1973 (Vol. 3) enthalten südlich der Demarkationslinie von 1954 ( $17^\circ$  nördlicher Breite) 46 und nördlich davon 20 Anschlußorte, wobei allerdings häufig unvollständige Angaben vorkommen. Drei dieser „Secondary Ports“ sind in den französischen Gezeitentafeln als Bezugsorte verzeichnet, nämlich Saigon, Qui Nhon und Da Nang. An Anschlußorten führen die französischen Tafeln südlich  $17^\circ$  N 37 und nördlich davon 12 auf. Nimmt man ohne Rücksicht auf Buchten und vorspringende Kaps eine geglättete Küstenlinie von 2000 km für den Süden und von 800 km für den Norden Vietnams an, so liefern die englischen Tafeln gegenwärtig Auskünfte über die Gezeiten beider Küstenstrecken in ziemlich gleicher Dichte, nämlich

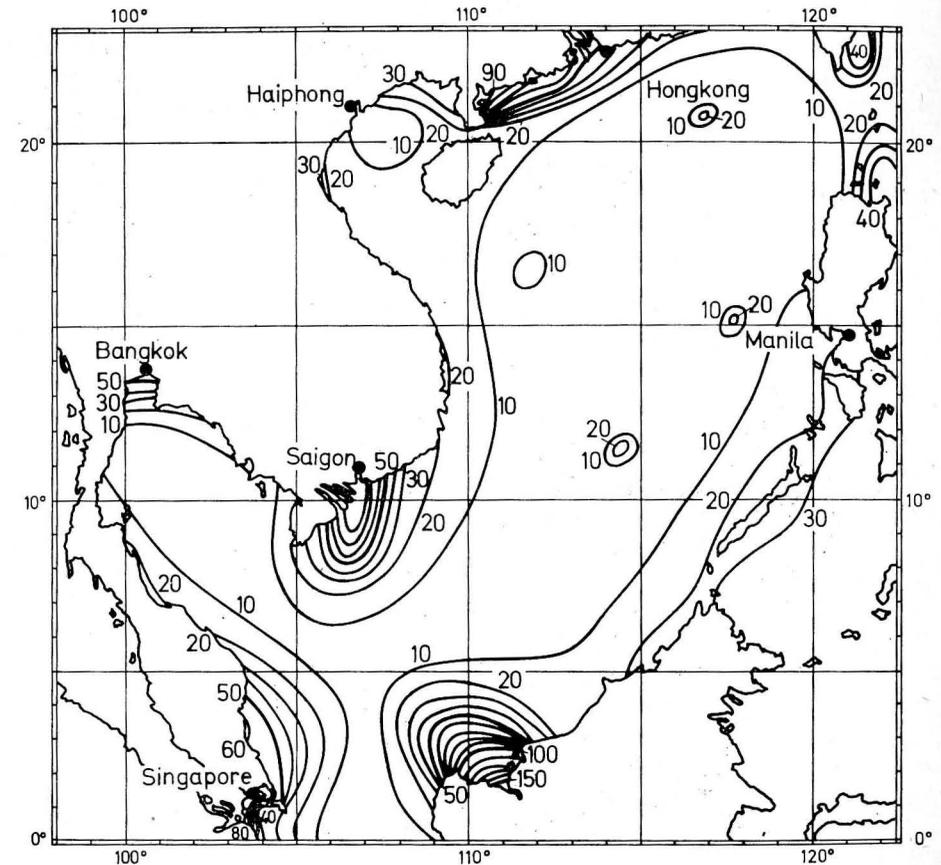


Abb. 2. Linien gleicher Amplitude der  $M_2$ -Tide in cm (nach Handbuch für das Südchinesische Meer 1943, überarbeitet von G. SAGER, 1973)

rund einen Anschlußort auf 40 km Entfernung, was für asiatische Verhältnisse als recht günstig anzusehen ist.

In den „Admiralty Tide Tables“ findet man die Zeitunterschiede bei Halbtagstiden und gemischten, aber nahezu halbtägigen Gezeiten für das M.H.W. und M.N.W. und die Höhenunterschiede für M.Sp.H.W. und M.Np.H.W. sowie M.Np.N.W. und M.Sp.N.W. Bei den übrigen gemischten, noch zur Halbtagstidenform neigenden Gezeiten beziehen sich die Zeitunterschiede meistens auf M.H.W. gegenüber N.N.W. und die Höhenunterschiede auf M.H.H.W., M.N.H.W. sowie M.H.N.W. und M.N.N.W. Für alle anderen Gezeitentypen sind die Zeitdifferenzen auf H.H.W. und N.N.W. und die Höhenunterschiede wieder auf M.H.H.W., M.H.N.W. sowie M.H.N.W. und M.N.N.W. bezogen.

Während man bei reinen Halbtagstiden und bei reinen Eintagstiden mit den Zeit- und Höhenunterschieden ziemlich sicher arbeiten kann, wird diese An-

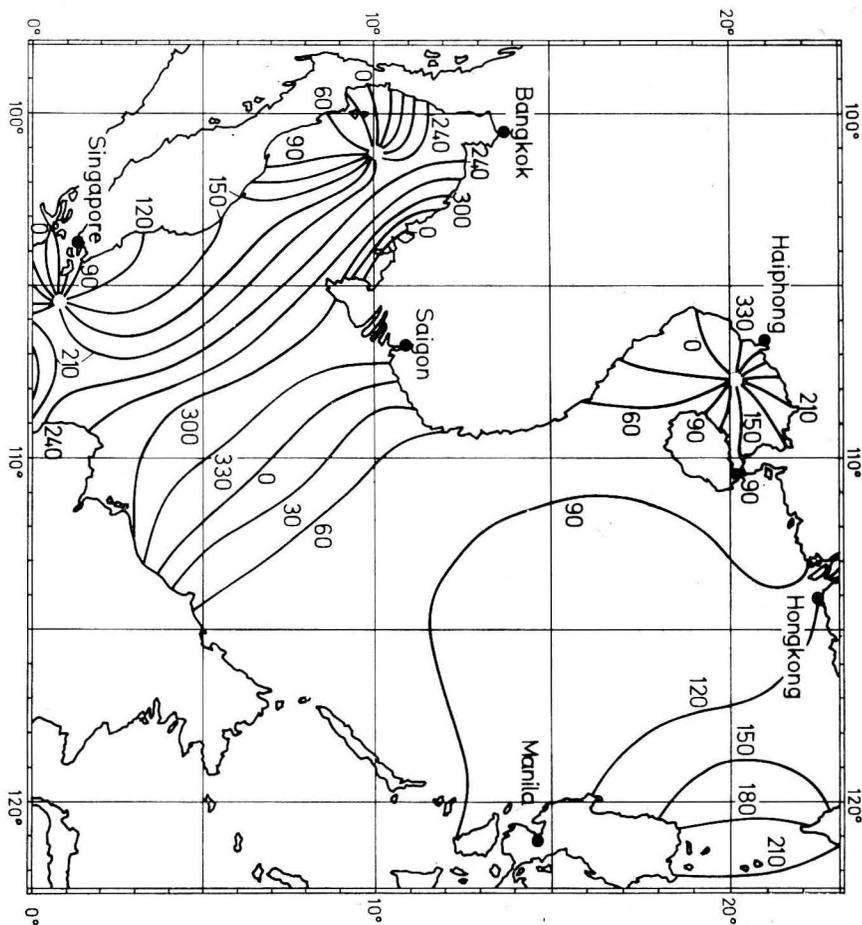


Abb. 3. Linien gleicher Phase der  $M_2$ -Tide bezogen auf M.G.Z. + 7 h 00 min (Entwurf G. SÄGER, 1973)

schlußmethode bei den gemischten Formen zunehmend unsicherer und schließlich unbrauchbar. Das gilt besonders für die der Eintaigsform nahekommenen Orte, an denen dann eine Berechnung nach dem harmonischen Verfahren vorgenommen werden muß, worauf in den „Tide Tables“ bei den betreffenden Anschlussorten jeweils hingewiesen wird.

Um eine Übersicht der genannten spezifischen Tidewasserstände im Gebiet des Südchinesischen Meeres zu haben, sind diese Werte in der Tabelle I für 20 Bezugsorte aufgeführt, wobei die jeweils höheren oder niedrigeren Hoch- bzw. Niedrigwasser noch um den mittleren Wasserstand sowie die niedrigste und höchste astronomische Tide (N.A.T. und H.A.T.) ergänzt sind. Dabei wurden die beiden letzten Werte aus der harmonischen Analyse der Gezeitenkurven gewonnen, wenn man die extremen astronomischen Bedingungen zugrunde legt.

Tabelle 1

Grundwerte der Gezeiten an 20 Bezugsorten des Südchinesischen Meeres in Metern

Land und Bezugsort	Geographische		N.A.T.	Grundwerte der Tidewasserstände					
	Breite	Länge		M.N.N.W.	M.H.N.W.	$Z_0$	M.N.H.W.	M.H.H.W.	H.A.T.
Malaya									
Sedili Kechil	1°51' N	104°09' E	-0,3	+0,5	+1,3	+1,5	+2,0	+2,3	+2,8
Kuantan	3 50	103 20	-0,2	+0,6	+1,3	+1,6	+1,8	+2,7	+3,5
Trengganu	5 21	103 08	-0,4	+0,3	+0,9	+1,0	+1,1	+1,8	+2,7
Thailand									
Bangkok-Barre	13 28	100 35	0,0	+1,2	+2,3	+2,6	+3,0	+3,5	+4,3
Kambodscha									
Kompong-Som	10 38	103 29	?	+0,7	e	+1,1	e	+1,3	?
Vietnam									
Mui Vung Tau	10 20	107 04	-0,4	+0,9	+2,2	+2,4	+3,3	+3,5	+4,1
Qui-Nhon	13 45	109 13	?	+0,8	e	+1,3	e	+1,7	?
Da Nang (Tourane)	16 07	108 13	?	+0,6	?	+0,9	?	+1,2	?
Hon Nieu	18 48	105 46	0,0	+0,9	e	+1,8	e	+2,7	+3,4
Hon Dau (Cua Cam)	20 40	106 49	-0,2	+0,9	E	+1,9	E	+2,9	+4,1
China									
Pei-Hai (Pak-Hoi)	21 29	109 04	+0,1	+1,6	E	+3,0	E	+4,7	+6,4
Nao-Chou Tao	20 57	110 36	+0,3	+1,1	+1,8	+2,3	+2,8	+3,6	+4,4
Hongkong	22 18	114 10	+0,1	+0,6	+1,1	+1,4	+1,6	+2,2	+2,6
Philippinen									
Manila	14 35	120 58	-0,5	0,0	+0,3	+0,5	+0,5	+1,0	+1,6
Sarawak (Kalimantan)									
Sandakan	5 50	118 07	-0,1	+0,4	+0,8	+1,1	+1,2	+1,9	+2,7
Labuan	5 15	115 15	+0,3	+0,8	+1,4	+1,5	+1,6	+2,2	+2,7
Miri	4 23	113 59	0,0	+0,5	e	+1,1	e	+1,6	+2,1
Pulau Lakei	1 45	110 30	+0,2	+1,2	+2,1	+3,1	+4,4	+4,8	+5,6
			N.A.T.	M.Sp.N.W.	M.Np.N.W.	$Z_0$	M.Np.H.W.	M.Sp.H.W.	H.A.T.
Malaya									
Singapore	1 17	103 51	-0,3	+0,6	+1,1	+1,6	+2,1	+2,8	+3,3
China									
Ching Yu (Min-Fluß)	26 08	119 38	-0,6	+0,3	+1,6	+3,0	+4,5	+5,8	+6,7

Erklärung der weniger geläufigen Abkürzungen:

N.A.T. = Niedrigste astronomische Tide

M.N.N.W. = Mittleres niedrigeres Niedrigwasser

M.H.N.W. = Mittleres höheres Niedrigwasser

$Z_0$  = Mittlerer Wasserstand

H.A.T. = Höchste astronomische Tide

M.H.H.W. = Mittleres höheres Hochwasser

M.N.H.W. = Mittleres niedrigeres Hochwasser

$e$  = überwiegend und  $E$  = reine Eintaigstiden

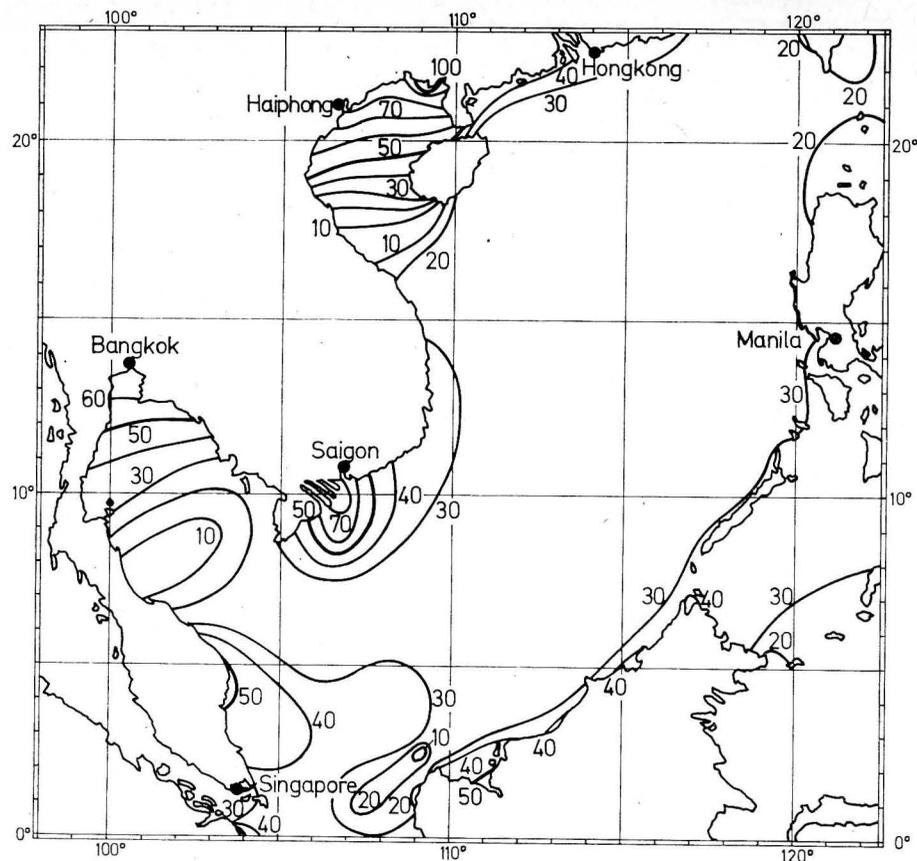


Abb. 4. Linien gleicher Amplitude der  $K_1$ -Tide in cm (nach Handbuch für das Südchinesische Meer 1943, überarbeitet von G. SAGER, 1973)

### Berechnung der Gezeiten im Südchinesischen Meer nach den harmonischen Konstanten

Bei der Berechnung der Gezeiten nach dem harmonischen Verfahren hat man die Summe der Teiltiden nach der Formel

$$H = Z_0 + \sum_{i=1}^n H_i \cos U_i$$

zu bilden, wobei

$$U_i = P_i + T_i + S_i$$

ist. Darin bedeutet  $Z_0$  den mittleren Wasserstand, der Schwankungen im Jahresablauf unterworfen ist, auf die in den Tabellen der harmonischen Konstanten hingewiesen ist.  $H_i$  ist die Amplitude der  $i$ -ten Tide, von denen die meisten im Zyklus von 18,61 Jahren — das entspricht der Bewegung der Mondbahnknoten

— variieren. In Tabelle 2 sind die Werte der  $H_i$  für die vier Grundtiden von 20 Bezugsorten mit ihren mittleren Beträgen angegeben, die — jährlich mit dem sog. Knotenfaktor  $f$  multipliziert — anwendungsbereit in den Gezeitentafeln erscheinen. Die  $U_i$  sind die Argumente, die sich aus den Phasen  $P_i$ , Tageswerten  $T_i$  und Stundenwerten  $S_i$  zusammensetzen. Dabei hängen die Phasen ausschließlich von der geographischen Lage ab, wobei darin implicit der Einfluß der Gestalt des jeweiligen Meeresbeckens auf die betreffende Tide enthalten ist. Die Tageswerte hängen ausschließlich von der astronomischen Konstellation der Himmelskörper Erde, Mond und Sonne zueinander ab. Sie gelten für den Beginn eines jeden Tages, also 00 h 00 min. Die Stundenwerte enthalten die kleinen Änderungen dieser Konstellation bis zur Dauer von 24 Stunden, die als konstanter Zuschlag in einer Dauertabelle enthalten sind. Für die Summierung und anschließende Reduzierung der Argumente  $U_i$  auf Werte unter  $360^\circ$  sowie die Bildung der Produkte  $H_i \cos U_i$  sind die „Hilfstafeln zur Berechnung der

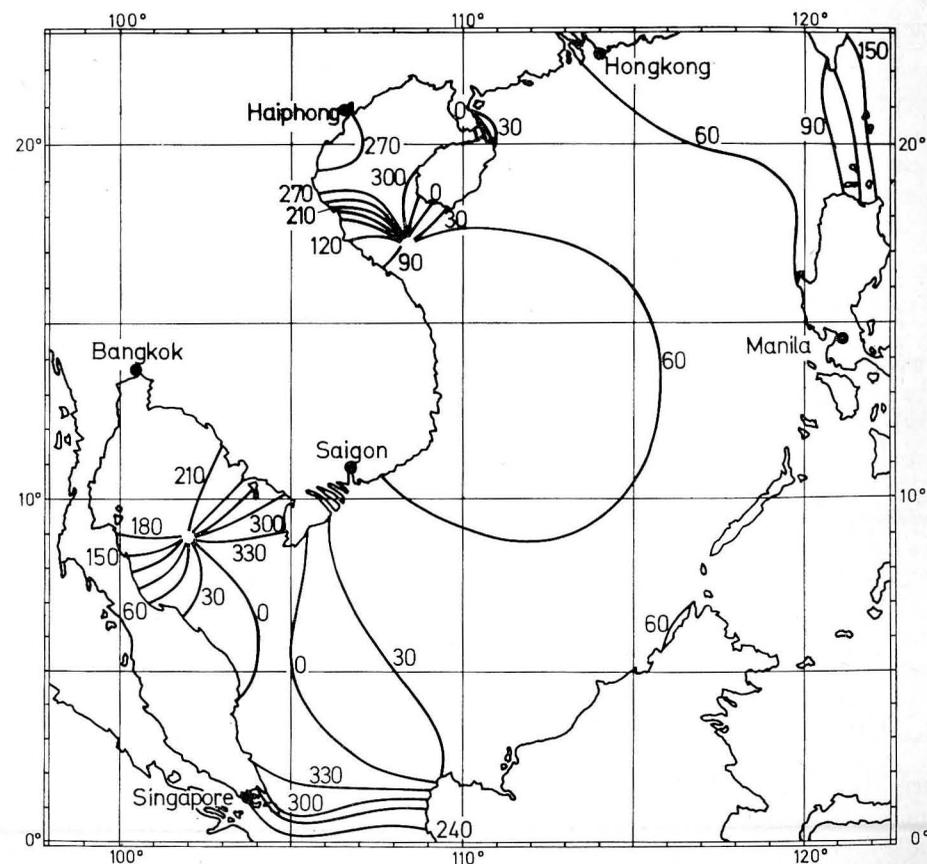


Abb. 5. Linien gleicher Phase der  $K_1$ -Tide bezogen auf M.G.Z. + 7 h 00 min (Entwurf G. SAGER, 1973)

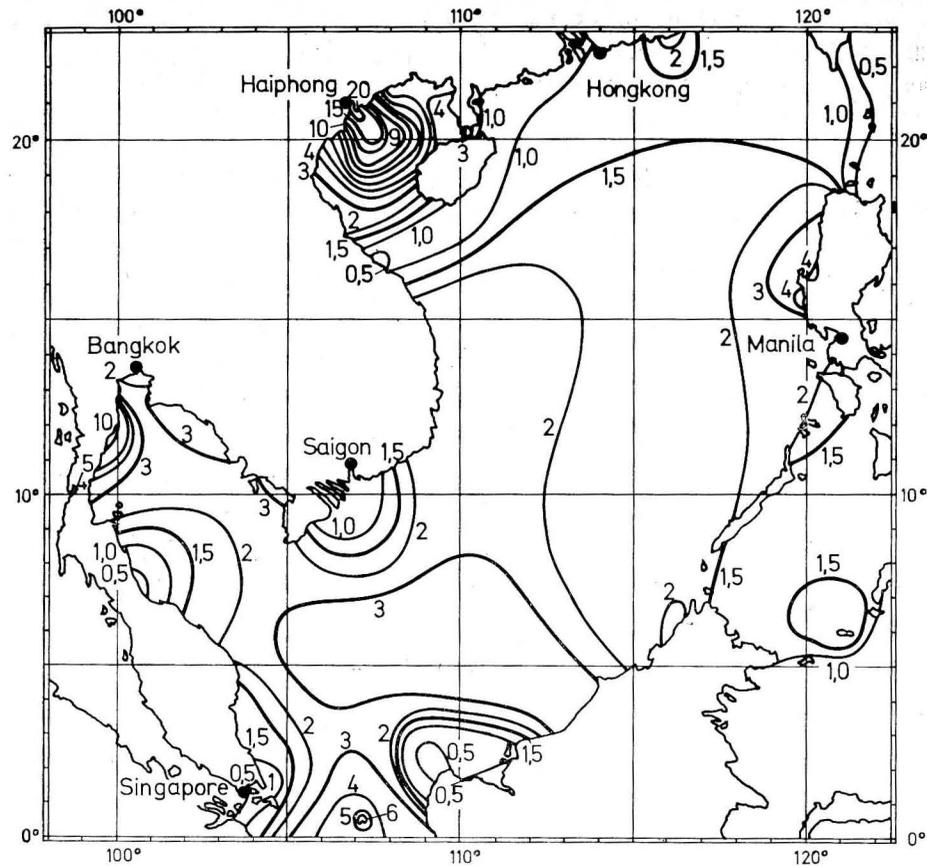


Abb. 6. Linien gleicher Formzahl  $F$  (nach Handbuch für das Südchinesische Meer 1943, überarbeitet von G. SAGER, 1973)

Gezeiten nach dem harmonischen Verfahren“ von RAUSCHELBACH aufgestellt worden, ohne die das harmonische Verfahren umständlich zu handhaben ist und leicht zu Fehlern führen kann.

Will man die Hoch- und Niedrigwasser selbst bestimmen, so muß man die drei am engsten benachbarten Stundenwerte  $(t_1, H_1)$ ,  $(t_2, H_2)$  und  $(t_3, H_3)$  berechnen und über die parabolische Interpolation durch die Formeln

$$t^* = t_2 + \frac{H_1 - H_3}{2(H_1 - 2H_2 + H_3)} \quad \text{und} \quad H^* = H_2 - \frac{(H_1 - H_3)^2}{8(H_1 - 2H_2 + H_3)}$$

ermitteln, wobei die Zeiten in Stunden und die Höhen in Metern oder Zentimetern zu nehmen sind. Diese Formeln sind in den genannten Hilfstafeln ebenfalls tabelliert, wobei mit den relativ kleinen Differenzbeträgen  $|H_2 - H_1|$  und  $|H_3 - H_2|$  eingegangen wird. In dem Beitrag „Diagramme zur Bestimmung von Tidenkurven“ hat der Verfasser in Heft 6, Band 5 der „Seewirtschaft“

eine graphische Darstellung der Lösung der Formeln für  $t^*$  und  $H^*$  gegeben und Interpolationshinweise für zwischenstündliche Zeiten hinzugefügt. Grundsätzlich ist jedoch zu bedenken, daß für das abgekürzte harmonische Verfahren nicht mehr 10 Tiden zur Verfügung stehen, es sei denn, man kann für spezielle Zwecke auf die Kartei der harmonischen Konstanten des Internationalen Hydrographischen Bureaus Monaco zurückgreifen.

In den englischen „Tide Tables“ findet man nur die vier Grundtiden  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  und  $O_1$ . Damit kann man eine begrenzte Näherung erzielen, wenn man genau wie beim 10-Tiden-Verfahren vorgeht, wobei unter Einbuße an Genauigkeit Zeit gespart wird. Der andere Weg ist die „Admiralty Method“, bei der man die Einflüsse einiger weiterer Tiden teilweise berücksichtigt und entweder die Gezeit zu beliebigen Zeitpunkten oder direkt die Hoch- und Niedrigwasser nach Eintrittszeit und Höhe bestimmen kann. In dem Beitrag des Verfassers „Berechnung der Gezeiten für beliebige Zeitpunkte — ein internationaler Vergleich“ in Heft 4 des Bandes 5 der „Seewirtschaft“ ist ein Vergleich des harmonischen Verfahrens für den Ort Immingham mit 34, 10 und 4 Tiden sowie der Admiraltätsmethode gegeben worden, der jedoch nicht günstig für das letztgenannte Verfahren ausgefallen ist. Dabei zeigten sich vor allem Differenzen in der englischen Methode selbst, weil die direkte Bestimmung der Hoch- und Niedrigwasser nicht in ausreichender Übereinstimmung mit den aus stündlichen Daten parabolisch interpolierten Ergebnissen steht. Für ein generelles Urteil müßten jedoch mehr Vergleichsbeispiele verschiedener Gezeitentypen vorliegen.

#### Entwurf von Karten harmonischer Konstante für das Südchinesische Meer

Für die halbtägige Hauptmondtide  $M_2$  und die eintägige Mond-Sonnentide  $K_1$  sind im „Handbuch für das Südchinesische Meer“ 1943 die Amplituden und Phasen in diesem Seegebiet wiedergegeben worden, wobei die  $M_2$ -Tide eine Drehtide im Golf von Tonking hat, die jedoch wegen der kleinen Amplituden der Umgebung kaum in Erscheinung tritt, während die  $K_1$ -Tide eine Amphidromie im Golf von Thailand aufweist, die sich deutlich bemerkbar macht. Daneben ist seinerzeit noch eine Karte mit Linien gleicher Formzahl  $F$  gegeben worden. Die genannten Karten haben eine Reihe von Fakten der im Südchinesischen Meer so unterschiedlichen Gezeiten richtig wiedergegeben und verdienen für jene Zeit Anerkennung. 1944 entwarf DIETRICH Weltkarten mit Isolinien der Gezeiten, wobei in dem betrachteten Seegebiet eine ähnliche Linienführung wie im Handbuch für das Südchinesische Meer erfolgt ist, jedoch offensichtliche Widersprüche in der Bezifferung der Linien gleicher Hochwasserzeit vorhanden sind. Diese Tatsache hat DEFANT 1961 bei der Übernahme des betreffenden Ausschnitts der DIETRICHschen Karten erwähnt, ohne jedoch konkret zu werden oder eigene Karten vorzulegen.

Aus diesem Grund wurden die Karten für das Südchinesische Meer anhand von nahezu 200 Anschlußorten an den begrenzenden Küsten sowie auf einem Dutzend Inseln nach den neuesten Angaben der englischen Gezeitentafeln

Tabelle 2  
Harmonische Gezeitenkonstante an 20 Bezugsorten des Südchinesischen Meeres

Bezugsort	Zeitzone	Z <sub>0</sub> cm	M <sub>2</sub>		S <sub>2</sub>		K <sub>1</sub>		O <sub>1</sub> H cm	Formzahl F
			g <sup>0</sup>	H cm	g <sup>0</sup>	H cm	g <sup>0</sup>	H cm		
Singapore	G.M.T. +7 h 30 min	160	312	80	006	33	109	28	056	0,49
Sedili Kechil	+7 30	148	273	56	331	17	048	38	007	0,88
Kuantan	+7 30	158	256	56	307	17	010	50	327	1,14
Trengganu	+7 30	103	229	27	274	11	355	49	308	2,03
Bangkok-Barre	+7 00	257	138	55	209	28	160	65	118	1,30
Kompong-Som	+7 00	107	345	12	043	5	127	24	081	2,41
Mui Vung Tau	+8 00	241	063	79	111	31	327	58	277	0,92
Qui Nhon	+8 00	125	321	17	007	7	315	32	268	2,46
Da Nang (Tourane)	+8 00	90	330	17	010	6	304	19	258	1,35
Hon Nieu	+7 00	182	002	30	083	10	088	49	043	2,62
Hon Dau (Cua Cam)	+7 00	186	048	5	107	4	091	71	029	15,6
Pei-Hai (Pak-Hoi)	+8 00	297	194	38	231	12	087	100	052	4,14
Nao-Chou Tao	+8 00	232	313	76	001	35	314	43	276	0,72
Hongkong	+8 00	138	268	41	299	16	299	35	249	1,11
Ching Yu (Min-Fluß)	+8 00	299	312	206	358	58	254	24	218	0,17
Manila	+8 00	50	295	19	335	7	319	29	269	2,15
Sandakan	+8 00	111	312	38	353	20	323	34	279	1,09
Labuan	+8 00	151	322	27	008	12	320	40	262	1,82
Miri	+8 00	108	341	16	022	8	324	35	271	2,67
Pulau Lakei	+8 00	310	113	136	164	42	336	47	287	0,46

(Band 3) überprüft. Bei den Amplituden der  $M_2$ -Tide ergaben sich die wenigsten Unterschiede, so daß die Linienführung nur wenig verändert werden mußte. Auch die  $K_1$ -Tide war vor dreißig Jahren schon relativ gut belegt, so daß nennenswerte Änderungen nur in den Golfen von Thailand und Tonking sowie der Luzonstraße erforderlich waren, wobei die Amplituden bei den größeren Korrekturen klein blieben.

Ein kritischer Blick auf den Linienverlauf der früheren Karten mit den Phasen für die  $M_2$ -Tide im Golf von Thailand sowie die  $K_1$ -Tide im Golf von Tonking läßt jedoch für Bearbeiter mit Erfahrungen in der Existenz von Amphidromien Zweifel am Verlauf der früheren Isolinien aufkommen, weil es unwahrscheinlich ist, daß beide Golfe jeweils nur auf eine Tide amphidromisch reagieren. Es drängte sich die Vermutung zweier weiterer Drehpunkte auf, der anhand der genannten Daten nachgegangen worden ist. Dabei zeigten sich grundlegende Fehler des alten Entwurfs an der Westküste des Golfs von Thailand, die auf mangelnde Beobachtungen in jener Zeit zurückgehen dürften. Auch heute ist dieser Küstenstreifen noch mangelhaft auf die Gezeiten hin untersucht. Dennoch zeigt sich im südlichen Teil eine Phasenverteilung, die ohne die Annahme einer Drehwelle nicht in das Gesamtbild einzufügen ist. Die genaue Lage der Amphidromie kann erst fixiert werden, wenn mehr Betrachtungen über die Tiden vorliegen, die hier schon überwiegend eintägig sind, so daß die  $M_2$ -Tide nur schwach hervortritt. Erhebliche Abweichungen der Linien gleicher Phase und damit der Eintrittszeit des Hochwassers der  $M_2$ -Tide zeigen sich auch zwischen Manila und Hongkong sowie Nordkalimantan und Süd-vietnam, die vielleicht auf falsche Zuordnungen in den Zeitzonen der früheren Karten zurückzuführen sind (vgl. Tabelle 2).

Die Verbesserung des Linienverlaufs der Amplituden der  $K_1$ -Tide im Eingang des Golfs von Tonking, die auf der Festlandseite klar belegt ist, schafft die Möglichkeit für die Existenz eines Drehpunkts, in dem der Tidenhub verschwinden muß. Diese Amphidromie liegt etwa in der Höhe des 17. Breitengrads zwischen dem Festland und der Insel Hainan, deren Küsten leider kaum im Hinblick auf die Gezeiten untersucht worden sind. Von der Süd- und Westküste fehlen alle Angaben, so daß hier wie bei der  $M_2$ -Tide noch Änderungen im Verlauf der Linien gleicher Phase möglich sind, die jedoch in Grenzen bleiben dürften und keine Überraschungen mehr bieten werden. Verändert wurde des weiteren bei der  $K_1$ -Tide der Phasenverlauf im zentralen Südchinesischen Meer, vor den Küsten von Palawan sowie im inneren Golf von Thailand, dessen Drehpunkt auf Grund des veränderten Aussehens der Amplitudenkurven nach Westen verlagert wurde.

In Abb. 6 ist die neue Fassung der Linien gleicher Formzahl wiedergegeben. Es zeigen sich merkliche Abweichungen gegenüber dem früheren Verlauf im Golf von Thailand, wo sich im Zentrum der Westküste ein Gebiet mit überwiegend halbtägigen Gezeiten abzeichnet, sowie vor den Küsten von Palawan und den angrenzenden Meeresstraßen. Auch der Linienverlauf im zentralen Südchinesischen Meer hat Veränderungen erfahren, obwohl man hier noch wei-

tere Beobachtungen abwarten muß, ehe voll gesicherte Angaben gemacht werden können.

### Literatur

- [1] Admiralty Tide Tables, Part III (Admiralty Method). Second Edition 1941.
- [2] Admiralty Tidal Prediction Form. London 1947.
- [3] Admiralty Tide Tables, Vol. 3, 1973. Pacific Ocean. London 1971.
- [4] Annuaire des Marées pour l'an 1973, Tome II. Ports d'outre-mer. Paris 1971.
- [5] COURTIER, A., Marées. Paris 1938.
- [6] DEFANT, A., Physical Oceanography, Vol. II. Pergamon Press 1961.
- [7] DIETRICH, G., Die Gezeiten des Weltmeeres als geographische Erscheinung. Ztschr. d. ges. Erdkunde. Berlin 1944.
- [8] Gezeitentafeln für das Jahr 1944. Berlin 1943.
- [9] Gezeitentafeln für das Jahr 1973. Band II. Atlantischer und Indischer Ozean, Westküste Südamerikas. Deutsches Hydrographisches Institut Hamburg. Hamburg 1972.
- [10] Handbuch für das Südchinesische Meer. Dritte Auflage. Berlin 1943.
- [11] International Hydrographic Bureau Monaco. Tides. List of Harmonic Constants. Special Publication No 26 (wird fortlaufend ergänzt).
- [12] Nautisches Jahrbuch für das Jahr 1973. Seehydrographischer Dienst der DDR. Rostock 1972.
- [13] SAGER, G., Gezeiten und Schifffahrt. Leipzig 1959.
- [14] SAGER, G., Klassifikation der Gezeiten in internationaler Wertung. Seewirtschaft, H. 3. Berlin 1973.
- [15] SAGER, G., Berechnung der Gezeiten für beliebige Zeitpunkte — ein internationaler Vergleich. Seewirtschaft, H. 4. Berlin 1973.

Anschrift des Verfassers:

Dr. habil. G. SAGER  
 Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
 DDR-253 Rostock-Warnemünde

## Einige Beobachtungen über kurzfristige Veränderungen im Äquatorialen Unterstrom im Atlantischen Ozean auf 21° W

Von HANS-JÜRGEN BROSIN und ROLAND HELM

*Zusammenfassung:* Im Januar 1974 erfolgten auf 21° W Untersuchungen zum Äquatorialen Unterstrom. Dabei wurden überraschend große Temperaturänderungen in verschiedenen Tiefenhorizonten im Verlauf von 2—5 Tagen festgestellt (maximal 1,7°C am Äquator in 250 m Tiefe). Strömungsmessungen ergaben ein Durchbrechen des Unterstroms bis in Oberflächennähe. Die festgestellten Maximalwerte der Ostkomponente waren mit 41 bzw. 58 cm/s in 60 m Tiefe verhältnismäßig gering.

Vom 22.—27. 1. 1974 wurden in Verbindung mit Geräteerprobungen vom Forschungsschiff „Alexander von Humboldt“ auf 21° W einige Untersuchungen zum Äquatorialen Unterstrom ausgeführt. Zum Einsatz gelangte eine Meßkette, an der neben Temperatur- und Drucksensoren sowie Ringwasserschöpfern auch ein selbstregistrierender Strömungsmesser angebracht war. Die Messungen erfolgten auf 5 Stationen zwischen 1,5° N und 1,5° S, wobei der Schnitt zweimal vermessen wurde (Zeitabstand zwischen beiden Vermessungen an den einzelnen Stationen 2,5 Tage, an der mehrfach untersuchten Station am Äquator 1 Tag). Der Schiffsort während der Messungen wurde außer durch astronomische Beobachtungen auch mit Hilfe des OMEGA-Funknavigationsverfahrens bestimmt. (Allerdings gab es dabei gelegentlich Schwierigkeiten, da das System noch nicht vollständig ausgebaut ist). Das Material befindet sich gegenwärtig in der Bearbeitung, einige Ergebnisse zu kurzfristigen Veränderungen im Unterstromgebiet sollen jedoch schon mitgeteilt werden.

Die Untersuchungen bestätigen einige der bekannten Merkmale des Äquatorialen Unterstroms. Die mit Ringwasserschöpfern entnommenen Proben ließen deutlich das intermediäre Salzgehaltsmaximum erkennen. Die Maxima betragen am Äquator bzw. auf 0,75° S 36,1—36,3‰ und lagen damit in der gleichen Größe wie bei anderen Untersuchungen aus dem Seegebiet zwischen 20 und 30° W. Auf 1,5° S wurde noch ein Maximum von 35,9—36,0‰ gefunden, während beide Vermessungen auf 0,75° und 1,5° N nur 35,7—35,9‰ als Höchstwert ergaben. Das Salzgehaltsmaximum lag durchweg bei 60—65 m und reichte auf einzelnen Stationen bis 90 m Tiefe. Es fiel mit der Lage des Geschwindigkeitsmaximums zusammen.

Bei den engabständigen vertikalen Temperatursondierungen konnte überraschenderweise die Auffächerung der Temperatursprungschicht im Kern des Unterstroms nicht gefunden werden. (Möglicherweise hängt das mit den ver-

hältnismäßig geringen Stromgeschwindigkeiten und der abgeschwächten vertikalen Stromscherung zusammen). Die Temperatursprungschicht lag auf allen Stationen zwischen 50–60 m und etwa 90–100 m Tiefe. Sie wies an der Mehrzahl der Stationen eine blättrige Struktur mit einem Wechsel von stärkeren und schwächeren Gradienten auf (maximaler Gradient  $1,5^\circ \text{C/m}$ ). Eine erneute Verstärkung des vertikalen Temperaturgefälles wurde während der ersten Vermessung zwischen  $0,75^\circ \text{N}$  und  $0,75^\circ \text{S}$  in etwa 200–250 m Tiefe und bei der Wiederholung auf  $0^\circ$  und  $0,75^\circ \text{S}$  in 210–270 m festgestellt. Auch hier wechselten stärkere und schwächere Gradienten (maximaler Gradient  $0,23^\circ \text{C/m}$ ). Diese Tiefen stimmten annähernd mit der Untergrenze des Unterstroms überein.

Die horizontale Temperaturverteilung zeigte an der Meeresoberfläche ähnlich wie bei früheren Untersuchungen die niedrigsten Temperaturen ( $26,4$ – $26,9^\circ \text{C}$ ) in Äquatornähe, während die höchsten Werte ( $27,6$ – $28,0^\circ \text{C}$ ) auf  $1,5^\circ \text{N}$  gemessen wurden. (Dieses Maximum erstreckte sich bis etwa  $3,5^\circ \text{N}$ ).

Die Wiederholung der Messungen ergab in verschiedenen Tiefenhorizonten überraschend große Änderungen der Temperatur im Verlauf von 2–5 Tagen (Tab. 1). Die größten Änderungen wurden mit Ausnahme von  $1,5^\circ \text{N}$  im Tiefen-

Tabelle 1  
Schwankungsbereich der Temperaturen in  
verschiedenen Tiefen ( $^\circ \text{C}$ )

	$1,5^\circ \text{N}$	$0,75^\circ \text{N}$	$0^\circ$ *	$0,75^\circ \text{S}$	$1,5^\circ \text{S}$
5 m	0,37	0,27	0,48	0,50	0,01
40 m	<b>0,70</b>	0,03	0,33	0,57	0,07
150 m	0,08	0,12	0,62	0,11	0,23
200 m	0,21	0,25	0,81	<b>0,64</b>	<b>0,39</b>
250 m	0,12	<b>0,31</b>	<b>1,71</b>	0,11	0,01
300 m	0,33	0,23	0,77	0,09	0,12
350 m	0,09	0,08	0,89	0,13	0,06
400 m	0,17	0,05	0,98	0,00	0,07
500 m	0,20	0,29	0,61	0,02	0,04

\*) 5 Serien im Verlauf von 5 Tagen

Alle anderen Stationen 2 Serien im Abstand von 2,5 Tagen

niveau von 200–300 m (vorwiegend um 250 m) festgestellt. Auch unter Berücksichtigung möglicher Ungenauigkeiten bei der Ortsbestimmung sind diese kurzfristigen Änderungen der Wassertemperatur vor allem in Äquatornähe beachtenswert.

Die während der Untersuchungen angetroffenen Windverhältnisse ließen eine Erstreckung des Unterstroms bis in die Nähe der Wasseroberfläche als möglich erscheinen. Der Übergang von nordöstlichen Winden zum Südostpassat vollzog sich zwischen  $4,7^\circ$  und  $1,9^\circ \text{N}$ . Südlich von  $1,9^\circ \text{N}$  wurden südöstliche, zeitweise auch umlaufende Winde angetroffen.

Die Windgeschwindigkeit lag bei 80% der Beobachtungen unter  $5,5 \text{ m/s}$ .

Für die Strömungsmessungen wurden die Horizonte 20 m, 60 m, 90 m, 120 m, 150 m, 200 m und 300 m gewählt. Zur Bearbeitung diente der 300 m-Horizont

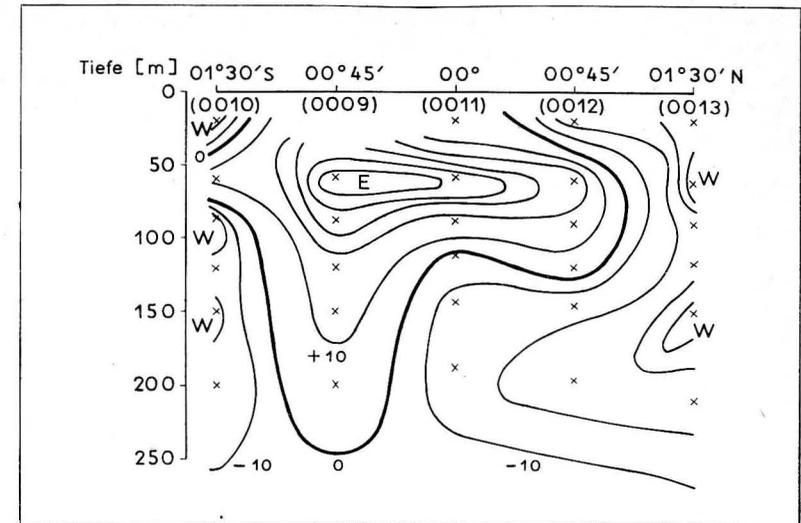


Abb. 1. Profil I –  $21^\circ \text{W}$  – vom 24. bis 25. 1. 1974

als Bezugsniveau, da die Driftbestimmungen mit dem OMEGA-Verfahren, wie bereits erwähnt, zu unterschiedlich unsicheren Ergebnissen führten. In Abb. 1 und 2 wurden für zwei zeitlich aufeinanderfolgende Schnitte die Ostkomponenten der Strömung dargestellt.

Der Unterstrom war gegenüber früheren Messungen vergleichsweise schwach ausgebildet. Der engere Stromkern lag zwischen  $0^\circ$  und  $0,75^\circ \text{S}$  in 60–70 m

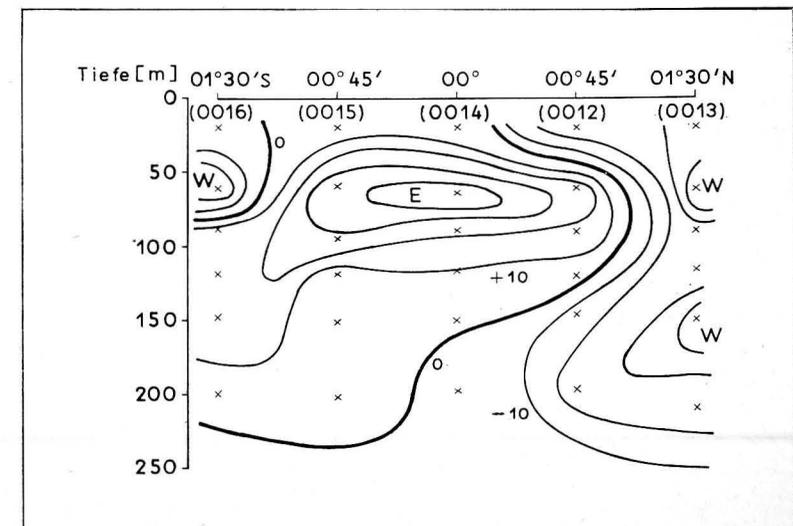


Abb. 2. Profil II –  $21^\circ \text{W}$  – vom 25. bis 27. 1. 1974

Tiefe. Die gemessenen Geschwindigkeiten erreichten maximal 58 cm/s (Schnitt 1) und 41 cm/s (Schnitt 2). Auf  $0,75^\circ$  S trat innerhalb von 2,5 Tagen eine beachtliche Verminderung der Ostkomponente von 58 auf 36 cm/s ein. Gleichzeitig verlagerte sich das Maximum nach Norden — von etwa  $0,75^\circ$  S nach  $0,25^\circ$  S.

Im Niveau des Stromkernes erstreckte sich der Unterstrom von  $1^\circ$  N bis  $1^\circ$  S. Zwischen  $0^\circ$  und  $1^\circ$  S setzte er sich bis zur Oberfläche durch. Er konnte in 20 m Tiefe noch mit Ostkomponenten von 7–9 cm/s gemessen werden.

Unterhalb 120 m Tiefe wurde das Stromband stark asymmetrisch. Während die Untergrenze von  $0,75^\circ$  N bis  $0^\circ$  zwischen 120 und 150 m Tiefe lag, wurde sie in beiden Fällen bei  $0,75^\circ$  S 100 m tiefer angetroffen. Gleichzeitig verlagerte sich die Südgrenze des Tiefenstromes innerhalb von 2,5 Tagen so weit nach Süden, daß sie bei  $1,5^\circ$  S unterhalb 90 m Tiefe nicht mehr erfaßt werden konnte.

Für die Vorbereitung eines Großteils des Beobachtungsmaterials danken wir Dipl.-Met. FRANCKE sowie Dr. MÖCKEL und seinen Mitarbeitern.

Abschluß der Arbeit: 1. 7. 1974

Anschrift der Verfasser:

Dr. H. J. BROSIK und Dipl.-Met. R. HELM  
Institut für Meereskunde der AdW der DDR  
DDR-253 Rostock-Warnemünde

### *Kurze Mitteilung*

In der Schriftenreihe „Rostocker Philosophische Manuskripte“ (herausgegeben von Prof. Dr. phil. habil. Heinrich VOGEL, Universität Rostock) erschienen drei längere Abhandlungen von Mitarbeitern des Instituts für Meereskunde der AdW der DDR als Beiträge zu einem Arbeitskreis „Philosophie- Naturwissenschaft“.

Es handelt sich um folgende Arbeiten:

ULRICH KREMSEK und LUTZ BRÜGMANN:

Problemtypen und Problemverhalten in der Meereskunde

Heft 9 der „Rostocker Philosophischen Manuskripte“, S. 111–142 (Universität Rostock 1972)

KLAUS STRIGGOW:

Zur Erkenntnisgewinnung und -prüfung in ausgewählten Gebieten der physikalischen Ozeanographie

Heft 11 der „Rostocker Philosophischen Manuskripte“, S. 51–79 (Universität Rostock 1973)

HANS-ULRICH LASS:

Erkenntnistheoretische Verallgemeinerung erfolgreicher Untersuchungsmethoden in der Physik und ihre Übertragung auf die physikalische Ozeanologie

Heft 11 der „Rostocker Philosophischen Manuskripte“ S. 81–102 (Universität Rostock 1973)

Die Schriftenreihe und Einzelhefte können bei der Universität Rostock angefordert werden.

Prof. Dr. KLAUS VOIGT

## Normierte Dämpfungsfunktionen

Von GÜNTHER SAGER

In der Meereskunde bietet sich nur in wenigen Disziplinen und auch dort nur teilweise die Möglichkeit zu experimentellen Arbeiten, die labormäßigen Bedingungen entsprechen. In der Folge kann man auch nur begrenzt exakte Ergebnisse erwarten und muß sich häufig mit approximativen Resultaten zufriedengeben. Entwicklungen aus anderen Fachgebieten wie etwa der Physik lassen sich daher meistens nur unter Einschränkungen übertragen. Aus diesem Grund ist es ratsam, einen variablen Fundus an Funktionen für die Beschreibung der verschiedenen Prozesse zu haben.

Für den Sonderfall unperiodisch gedämpft ablaufender Vorgänge sind im folgenden als Auswahl jeweils 8 Funktionen  $y = f(x)$  ohne und mit wechselnder

Tabelle 1

*Dämpfungsfunktionen ohne Krümmungswechsel*

$$(1) y = \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

$$(2) y = \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2} = 1 - x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^3 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^3}$$

$$(3) y = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} = 1 - x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^3 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1+2x}^3}$$

$$(4) y = \frac{1}{\sqrt[3]{1+3x}} = 1 - x + 2x^2 - \frac{14}{3}x^3 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt[3]{1+3x}^4}$$

$$(5) y = \frac{2}{\pi} \operatorname{arc} \cot \frac{\pi x}{2} = 1 - x + \frac{\pi^2}{12}x^3 - \frac{\pi^4}{90}x^5 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{1 + \left(\frac{\pi x}{2}\right)^2}$$

$$(6) y = e^{-x} = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -e^{-x}$$

$$(7) y = \frac{2x}{e^{2x} - 1} = 1 - x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{45}x^4 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = 2 \frac{(1-2x)e^{2x} - 1}{(e^{2x} - 1)^2}$$

$$(8) y = 1 - \tanh x = 1 - x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{15}x^5 \pm \dots, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\cosh^2 x}$$

Tabelle 2  
Dämpfungsfunktionen mit Krümmungswechsel

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{(1+x^2)^2} \\
 (2) \quad y &= \frac{1}{\left(1+\frac{x^2}{2}\right)^2} = 1 - x^2 + \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{\left(1+\frac{x^2}{2}\right)^3} \\
 (3) \quad y &= \frac{1}{\sqrt{1+2x^2}} = 1 - x^2 + \frac{3}{2}x^4 - \frac{5}{2}x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}^3} \\
 (4) \quad y &= \frac{1}{\sqrt[3]{1+3x^2}} = 1 - x^2 + 2x^4 - \frac{14}{3}x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{\sqrt[3]{1+3x^2}^4} \\
 (5) \quad y &= \frac{2}{\pi} \operatorname{arc} \cot \left(\frac{\pi x^2}{2}\right) = 1 - x^2 + \frac{\pi^2}{12}x^6 - \frac{\pi^4}{90}x^{10} \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{1+\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)^2} \\
 (6) \quad y &= e^{-x^2} = 1 - x^2 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{6}x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -2x e^{-x^2} \\
 (7) \quad y &= \frac{1}{\operatorname{cosh}(\sqrt{2}x)} = 1 - x^2 + \frac{5}{6}x^4 - \frac{61}{90}x^6 \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\sqrt{2} \frac{\sinh(\sqrt{2}x)}{\cosh^2(\sqrt{2}x)} \\
 (8) \quad y &= 1 - \tanh(x^2) = 1 - x^2 + \frac{1}{3}x^6 - \frac{2}{15}x^{10} \pm \dots, & \frac{dy}{dx} &= -\frac{2x}{\cosh^2(x^2)}.
 \end{aligned}$$

Krümmung wiedergegeben, wie sie im bekannten Fall durch  $e^{-x}$  und  $e^{-x^2}$  vertreten werden. Dabei sind alle Funktionen so normiert, daß sie in den beiden ersten Gliedern ihrer Reihenentwicklung identisch sind. Für die erste Gruppe ist das der Ausdruck  $1 - x$ , der ausschnittsweise in Abb. 1 gestrichelt als Tangente erscheint. Für die zweite Gruppe hat man den gemeinsamen Ausdruck  $1 - x^2$ , der neben dem Krümmungskreis in Abb. 2 als Schmiegungsparabel auftritt.

Die  $2 \times 8$  Funktionen sind in den Tabellen 1 und 2 mit ihren Reihenentwicklungen und ersten Ableitungen wiedergegeben, wozu in den Tabellen 3 und 4 ergänzend eine Anzahl von äquidistanten Funktionswerten verzeichnet sind. Den Verlauf der teilweise recht unterschiedlich abklingenden Funktionen zeigen die Abbildungen 1 und 2, wobei für die zweite Gruppe noch die Wendepunkte durch Kreise markiert sind.

Im allgemeinen werden widerzuspiegelnde Zustände oder Verhaltensweisen von den normierten Funktionen abweichen. Dann kann man die Verallgemeinerung  $y = d + af\left(\frac{x-c}{b}\right)$  vornehmen, womit die erste Ableitung den Faktor  $a/d$  erhält. Damit bieten sich eine Reihe von Möglichkeiten, einen gedämpften Verlauf formelmäßig zu erfassen. Auf weitere Funktionen wird hier wegen der Beschränkung auf relativ einfache Formeln nicht eingegangen.

Tabelle 3  
Wertetabelle zu den Funktionen ohne Krümmungswechsel  $y = f(x)$

Fkt.	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
(1)	0,833	0,714	0,625	0,556	0,500	0,455	0,417	0,385	0,357	0,333	0,313	0,294	0,278	0,263	0,250
(2)	0,826	0,694	0,592	0,510	0,444	0,391	0,346	0,309	0,277	0,250	0,227	0,207	0,189	0,174	0,160
(3)	0,845	0,745	0,674	0,620	0,577	0,542	0,513	0,488	0,466	0,447	0,430	0,415	0,402	0,389	0,378
(4)	0,855	0,769	0,710	0,665	0,630	0,601	0,577	0,556	0,539	0,523	0,509	0,496	0,484	0,474	0,464
(5)	0,806	0,643	0,519	0,428	0,361	0,311	0,272	0,241	0,216	0,196	0,179	0,165	0,153	0,142	0,133
(6)	0,819	0,670	0,549	0,449	0,368	0,301	0,247	0,202	0,165	0,135	0,111	0,091	0,074	0,061	0,050
(7)	0,813	0,653	0,517	0,405	0,313	0,239	0,181	0,136	0,101	0,075	0,055	0,040	0,029	0,021	0,015
(8)	0,803	0,620	0,463	0,336	0,238	0,166	0,115	0,078	0,053	0,036	0,024	0,016	0,011	0,007	0,005

Tabelle 4  
Wertetabelle zu den Funktionen mit Krümmungswechsel  $y = f(x)$

Fkt.	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
(1)	0,962	0,862	0,785	0,610	0,500	0,410	0,338	0,281	0,236	0,200	0,171	0,148	0,129	0,113	0,100
(2)	0,962	0,858	0,718	0,574	0,444	0,338	0,255	0,192	0,146	0,111	0,085	0,066	0,052	0,041	0,033
(3)	0,962	0,870	0,763	0,662	0,577	0,508	0,451	0,404	0,366	0,333	0,306	0,283	0,262	0,245	0,229
(4)	0,963	0,877	0,783	0,700	0,630	0,573	0,526	0,487	0,455	0,425	0,401	0,380	0,361	0,344	0,329
(5)	0,962	0,843	0,679	0,498	0,361	0,265	0,200	0,155	0,124	0,100	0,083	0,070	0,060	0,052	0,045
(6)	0,961	0,852	0,698	0,527	0,368	0,237	0,141	0,077	0,039	0,018	0,008	0,003	0,001	0,000	0,000
(7)	0,961	0,859	0,724	0,584	0,459	0,355	0,271	0,206	0,156	0,118	0,090	0,067	0,051	0,038	0,029
(8)	0,960	0,841	0,655	0,435	0,238	0,106	0,039	0,012	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

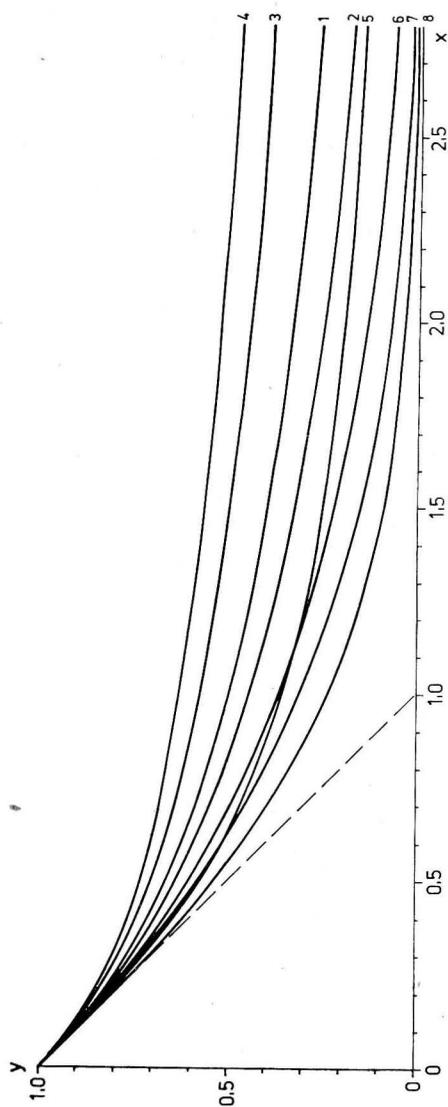


Abb. 1. Verlauf normierter Dämpfungsfunktionen ohne Krümmungswechsel

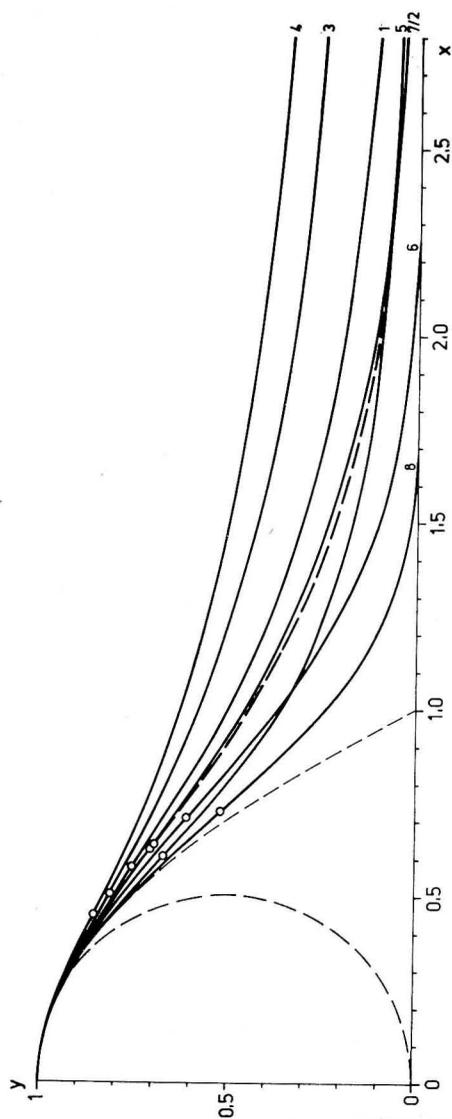


Abb. 2. Verlauf normierter Dämpfungsfunktionen mit Krümmungswechsel

## Acta hydrochimica et hydrobiologica

Naturwissenschaftliche Grundlagen des Gewässerschutzes und der Wasserbehandlung

Herausgegeben im Auftrag der Chemischen Gesellschaft der DDR und der Biologischen Gesellschaft der DDR  
von J. Kaeding, Dresden, W. Panovsky, Leipzig, W. v. Tümpling, Erfurt, unter Mitarbeit zahlreicher Wissenschaftler des In- und Auslandes

je Heft 96 Seiten — 16,7 cm × 24 cm —  
jährlich erscheinen 6 Hefte — Preis je Heft 25,— M  
Bestell-Nr. 1090

Die Zeitschrift dient vorwiegend der Publikation wissenschaftlicher Arbeitsergebnisse aus dem Gesamtgebiet der Hydrochemie und Hydrobiologie der Gewässer als auch der naturwissenschaftlichen Grundlagen der Technologie und Praxis der Wasseraufbereitung und Abwasserbehandlung. Hierin sind die Aufgaben der Wasseranalytik mit einbezogen. Besonderer Wert wird dabei dem systembezogenen Zusammenhang der Disziplinen und Arbeitsmethoden sowie den strukturellen und funktionellen Zusammenhängen von stofflichem Bestand, Stofftransport und Stoff- und Energieumsatz in den verschiedenen Systemen beigemessen. Der Begriff der naturwissenschaftlichen Grundlagen umfaßt gleichermaßen die theoretische Basis als auch die praktische Anwendung der Naturwissenschaften in Gewässerschutz und Wasserbehandlung.

Zur Lösung der komplexen Aufgabe steht den Herausgebern eine Anzahl international anerkannter Fachkollegen zur Seite.

*Bestellungen durch den örtlichen Buchhandel möglich*



AKADEMIE-VERLAG  
DDR-108 Berlin, Leipziger Str. 3-4